

**НАУКОВЕ ТОВАРИСТВО ім. ШЕВЧЕНКА
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ ОСЕРЕДОК**



ПРИКАРПАТСЬКИЙ ВІСНИК НТШ

Число



3(9)-2010



**SHEVCHENKO SCIENTIFIC SOCIETY
DEPARTMENT OF IVANO-FRANKIVSK**

**PRECARPATHIAN BULLETIN
OF THE SHEVCHENKO
SCIENTIFIC SOCIETY**

Number

3(9)-2010

Ivano-Frankivsk
2010

**НАУКОВЕ ТОВАРИСТВО ім. ШЕВЧЕНКА
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКИЙ ОСЕРЕДОК**

**ПРИКАРПАТСЬКИЙ
ВІСНИК НТШ**

Число

3(9)-2010

Івано-Франківськ
2010

ПРИКАРПАТСЬКИЙ ВІСНИК НТШ

Головний редактор – д.т.н. В. М. Мойсишин

Число

У випусках серії «Число» публікуються наукові матеріали за напрямками:

- Математика та механіка
- Фізика і хімія твердого тіла
- Нафтогазова справа
- Інформаційні технології
- Економіка та організація виробництва

Редактори: д.т.н. В.С.Бойко, д.т.н., чл.-кор. НАНУ Є.І.Крижанівський, д.ф.-м.н., акад. НАНУ А.А.Мартинюк (Київ), д.ф.-м.н., чл.-кор. НАНУ Б.К.Остафійчук, д.х.н. Д.М.Фреїк

Відповідальні секретарі: к.ф.-м.н. М.М.Осипчук, к.е.н. Т.М.Оришин, О.Л.Соколов

Редакційна колегія:

к.ф.-м.н. С.С.Гулька, к.ф.-м.н. С.І.Гургула, д.ф.-м.н. А.Ю.Лучка (Київ), д.ф.-м.н., акад. НАНУ М.О.Перестюк (Київ), д.ф.-м.н., чл.-кор. НАНУ Б.Й.Пташник (Львів), д.ф.-м.н. О.М.Станжицький (Київ), д.ф.-м.н. С.І.Трофимчук (Талька, Чилі);

д.ф.-м.н. Д.І.Боднар (Тернопіль), д.ф.-м.н. А.В.Загороднюк, д.ф.-м.н. О.В.Лопушанський (Львів), д.ф.-м.н. А.М.Плічко (Кіровоград), к.ф.-м.н. Я.І.Савчук, д.ф.-м.н., чл.-кор. НАНУ Ю.С.Самоїленко (Київ);

д.ф.-м.н. О.Д.Артемович, д.ф.-м.н. Т.О.Банах (Львів), д.ф.-м.н. Р.І.Григорчук (Техас, США), д.ф.-м.н. Ю.В.Дрозд (Київ), д.ф.-м.н. М.М.Зарічний (Львів), д.ф.-м.н. В.К.Маслюченко (Чернівці), к.ф.-м.н. О.Р.Никифорчин, д.т.н. Ю.Є.Обжерін (Севастополь), д.ф.-м.н. А.П.Петравчук (Київ), д.ф.-м.н. А.Н.Хомченко (Херсон), д.ф.-м.н., чл.-кор. НАНУ В.В.Шарко (Київ);

д.ф.-м.н. Ю.В.Козаченко (Київ), д.ф.-м.н. Б.І.Копитко (Львів), д.ф.-м.н. М.М.Леоненко (Кардіф, Великобританія), д.ф.-м.н. В.І.Масол (Київ), д.ф.-м.н., чл.-кор. НАНУ М.О.Портенко (Київ);

д.т.н. В.І.Векерик, д.т.н. І.В.Кузьо (Львів), д.т.н. М.В.Лисканич, д.ф.-м.н. Н.В.Нікітіна (Київ), д.ф.-м.н. Г.Т. Сулим (Львів), к.ф.-м.н. І.В.Цідило;

д.ф.-м.н. М.О.Галушак, д.ф.-м.н. Г.А.Ільчик (Львів), д.ф.-м.н. І.А.Климишин, д.ф.-м.н. Ю.А.Куницький (Київ), д.т.н. П.І.Мельник, д.ф.-м.н. М.А.Рувінський, д.ф.-м.н., чл.-кор. НАНУ І.В.Стасюк (Львів), д.ф.-м.н. З.В.Стасюк (Львів), д.ф.-м.н. В.О.Шендеровський (Київ);

д.х.н. О.І.Аксиментьєва (Львів), д.х.н. В.В.Лобанов (Київ), д.х.н. І.Ф.Миронюк, д.т.н. Г.О.Сіренко, д.х.н. В.М.Томашик (Київ), д.х.н. О.В.Шийчук;

д.т.н. О.О.Акульшин (Київ), д.т.н. В.М. Дорошенко (Київ), д.т.н. Ю.О.Зарубін (Київ), д.т.н. Р.М.Кондрат, д.т.н. Я.С.Коцкулич, д.т.н. М.А.Мислюк, д.т.н. Б.І.Навроцький, д.т.н. В.М.Світлицький (Київ), д.т.н. Б.О.Чернов, д.т.н. Р.С.Яремійчук;

д.т.н. Р.М.Говдяк (Київ), д.т.н. В.Я.Грудз, д.т.н. О.Т.Драганчук (Київ), д.т.н. О.М.Карпаш, д.т.н. Б.В.Копей, д.т.н. Ю.Д.Петрина, д.т.н. М.Д.Середюк, д.т.н. Д.Ф.Тимків, д.т.н. Л.С.Шлапак;

д.т.н. Б.І.Адасовський, д.т.н. М.І.Горбійчук, д.т.н. Л.М.Заміховський, д.т.н. В.П.Калявін (Санкт-Петербург, Росія), д.т.н. І.С.Кісіль, д.т.н. В.С.Костишин, д.т.н. Л.С.Петришин, д.т.н. Г.Н.Семенов, д.т.н. С.Ф.Теленик (Київ), д.т.н. В.М.Юрчишин;

д.е.н. І.Ф.Баланюк, д.е.н. І.С.Благун, д.е.н. М.О.Данилюк, д.е.н. О.О.Лапко (Київ), д.е.н. М.Д.Романюк, д.е.н. В.І.Савич, д.е.н. І.Г.Ткачук.

ПРИКАРПАТСЬКИЙ
ВІСНИК
НАУКОВОГО
ТОВАРИСТВА
ІМ. ШЕВЧЕНКА
3(9)-2010

Науковий журнал
Видається у чотирьох
серіях
**ЧИСЛО, СЛОВО,
ДУМКА, ПУЛЬС**
(по одному випуску
кожної серії щороку)

Заснований у 2008 році
Реєстраційне свідоцтво
КВ № 14628-3599
від 10 жовтня 2008 р.
видане Міністерством
юстиції України

ЗАСНОВНИКИ:

Івано-Франківський
осередок Наукового
товариства ім. Шевченка

Прикарпатський
національний університет
імені Василя Стефаника

Івано-Франківський
національний технічний
університет нафти і газу

Івано-Франківський
національний медичний
університет

ЗМІСТ

МАТЕМАТИКА ТА МЕХАНІКА

С. С. Гулька

Усереднення в системах інтегро-диференціальних рівнянь із подвійною імпульсною дією 9

**С. І. Гургула, Р. І. Собкович,
І. Й. Перкатюк**

Про другий метод Ляпунова для диференціальних рівнянь з імпульсами 14

А. М. Краснодембський

Періодичність розв'язків системи двох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку 21

**М. І. Копач, А. Ф. Обшта,
Б. А. Шувар**

Системи диференціальних нерівностей з односторонньо ліпшищівими правими частинами 26

**Б. А. Шувар, М. І. Копач,
А. Ф. Обшта, Г. В. Наконечна**

Дослідження збіжності методів ітеративного агрегування 34

Я. І. Савчук

Структура дефектних векторів для приєднаних цілих кривих 46

І. В. Федак

Деякі нестандартні застосування теореми косинусів 51

В. М. Мойсишин

Про рівняння рівноваги пружної лінії бурильної колони 56

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ

76025
м. Івано-Франківськ,
вул. Шевченка, 79
Івано-Франківський
осередок Наукового
товариства ім. Шевченка
тел. (380-3422) 4-21-23
e-mail: math@nung.edu.ua

Відповідальність за
достовірність наведених
у статтях даних несуть
автори публікацій

Передрук – тільки
з дозволу редакції

Друкується за ухвалою
Президії Івано-
Франківського осередку
Наукового товариства
ім. Шевченка

© Івано-Франківський
осередок НТШ, 2010

© Видавництво “Плай”
ЦІТ Прикарпатського
національного універ-
ситету імені Василя
Стефаника

І. М. Гураль, О. Т. Гамарник
Про рух в'язкої рідини в циліндрі, який
здійснює регулярну прецесію 75

ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА

**Д. М. Фреїк, Л. Т. Харун,
О. Л. Соколов, І. К. Юрчишин,
В. Ю. Потяк**
Квантово-розмірні ефекти в тонких
плівках та наноструктурах (огляд) 81

П. І. Баранський, Г. П. Гайдар
Радіаційна і термічна стійкість тонких
шарів, гетеросистем і наноструктур,
створюваних на основі елементарних
напівпровідників і напівпровідникових
сполук 110

**Д. М. Фреїк, Б. С. Дзундза,
В. В. Бачук, Ю. В. Лисюк,
Я. С. Яворський**
Електричні властивості тонких плівок
та наноструктур халькогенідів
свинцю 127

**Д. М. Фреїк, І. В. Горічок,
Н. І. Дикун, Р. О. Дзумедзей,
І. П. Яремій, Ю. В. Лисюк**
Вплив технології виготовлення на
термоелектричні властивості плюмбум
телуриду та твердих розчинів на його
основі 144

НАФТОГАЗОВА СПРАВА

Я. С. Коцкулич, Є. Я. Коцкулич
До проблеми забезпечення надійності
розмежування пластів у нафтових і
газових свердловинах 155

В. С. Бойко, Л. М. Кеба, Р. Ф. Лагуш, Р. В. Грибовський
Методика оптимізації режимів роботи фонтанних свердловин за умов обмеженого і необмеженого дебітів на основі моделі гідрогазомеханіки газорідних потоків 162

Ю. Д. Качмар, В. В. Цьомко
Про особливості фільтрації неньютонівської нафти в зоні дренування свердловини Битківського родовища 171

М. П. Возняк, Л. В. Возняк, Г. М. Кривенко
Використання спрощених гідравлічних розрахунків для параметричного діагностування нафтопроводів 181

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Р. М. Матвієнко
Структурна схема комп'ютерного тренажерного комплексу операторів газоперекачувальних агрегатів ГПА-Ц1-16С 187

Л. М. Заміховський, С. В. Зікратий, Р. Б. Скрип'юк
Визначення оптимального періоду контролю технічного стану вертикального валкового млина AG-MPS 180BK 191

Ю. В. Безгачнюк
Методи і алгоритми захисту інформації у Web-орієнтованих системах дистанційного діагностування рівня знань 199

Н. І. Іванюк, Л. О. Сав'юк
Проблеми сільської освіти в Україні та перспективи розвитку сільських шкіл Прикарпатського регіону 204

ЕКОНОМІКА ТА ОРГАНІЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА

Я. С. Витвицький, Н. О. Гавадзин
Класифікація природоохоронних інвестицій при розробці нафтогазових родовищ 211

Т. М. Орищин, Н. Я. Спасів
Прагматизм адміністрування податку на прибуток підприємств в Україні 224

РЕЦЕНЗІЇ, ІНФОРМАЦІЯ

П. Вольвач

Книга спогадів Романа Яремійчука 230

Ю. В. Дубленич

Про книгу Романа Яремійчука “Минуле –
уже не наша власність” 234

Відомості про авторів 236

Математика та механіка

УДК 517.948.34

УСЕРЕДНЕННЯ В СИСТЕМАХ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ПОДВІЙНОЮ ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ

С. С. Гулька

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

Застосовується метод усереднення Крилова-Боголюбова-Митропольського в поєднанні з методом ітерацій до систем інтегро-диференціальних рівнянь з подвійною імпульсною дією.

Ключові слова: *система інтегро-диференціальних рівнянь, подвійна імпульсна дія, усереднення, похибка.*

У роботі розглядається поширення ідей усереднення в імпульсних системах, запропонованих А.М. Самойленком і М.О. Перестюком [1], у поєднанні з методом ітерацій на системи інтегро-диференціальних рівнянь з подвійною імпульсною дією.

Розглянемо систему виду

$$x'(t) = \varepsilon F \left(t, x(t), \int_0^t K(t, s, x(s)) ds + \sum_{0 < s_j < t} J_j(x(s_j - 0)) \right), \quad t \neq t_i, \quad (1)$$

$$\Delta x|_{t=t_i} = \varepsilon G_i(x), \quad i, j = 0, 1, \dots,$$

де $\varepsilon > 0$ – малий параметр,

функції $F(t, x, y)$, $K(t, s, x)$, $J_j(x)$, $G_i(x)$ визначені і неперервні в області $R = \{t, s \in [0, T], x = (x_1, \dots, x_n) \in D, y = (y_1, \dots, y_m) \in D_1\}$,

D, D_1 – обмежені області евклідових просторів E_n і E_m відповідно,

$T = \varepsilon^{-1}L$, L – довільна стала.

Розв'язок системи (1) $x(t)$ задовольняє початковим умовам

$$x(0) = x_0. \quad (2)$$

Припустимо, що в області R визначені і неперервні функції $f(t, x, y)$, $k(t, s, x)$, $q_j(x)$, $g_i(x)$ разом із своїми похідними f'_x , f'_y , k'_x , q'_j , g'_i задовольняють умовам:

$$\begin{aligned} & \left\| (F(t, x, y) - f(t, \bar{x}, \bar{y})) - (f'_x(t, \bar{x}, \bar{y}) + f'_y(t, \bar{x}, \bar{y})) \times \right. \\ & 1) \left. \times \left(\int_0^t k'_x(t, \bar{x}, \bar{y}) ds + \sum_{0 < s_j < t} q'_j(\bar{x}) \right) (x - \bar{x}) \right\| \leq \varepsilon \|x - \bar{x}\|, \\ & \left\| (G_i(x) - g_i(\bar{x})) - g'_i(\bar{x})(x - \bar{x}) \right\| \leq \varepsilon \|x - \bar{x}\|; \\ & 2) \left\| (f(t, x, y) - f(t, \bar{x}, \bar{y})) \right\| \leq L_1 \|x - \bar{x}\| + L_2 \|y - \bar{y}\|, \\ & \left\| (k(t, s, x) - k(t, s, \bar{x})) \right\| \leq L_3 \|x - \bar{x}\|, \\ & \left\| (q_j(x) - q_j(\bar{x})) \right\| \leq L_4 \|x - \bar{x}\|, \\ & \left\| (g_j(x) - g_j(\bar{x})) \right\| \leq L_5 \|x - \bar{x}\|, \\ & m \leq \|f(t, x, y)\| + \|g_i(x)\| \leq M, \end{aligned}$$

де M , m , L_p , $p = 1, \dots, 5$ – додатні постійні.

Вважатимемо, що при $t, s \in [0, T]$, $i, j \leq d$,

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_{T < s_j < s + T} q_i(x)}{T} &= q_0(x), \quad \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_{T < t_i < t + T} g_i(x)}{T} = g_0(x), \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t, x, y) dt &= f_0(x, y), \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} k(t, s, x) ds &= k_0(t, x). \end{aligned} \quad (3)$$

Позначимо через $T(u)$ оператор

$$\begin{aligned} T(u) &= f'_x \left(t, u(t), \int_0^t k(t, s, u(s)) ds + \sum_{0 < s_j < t} q_j(u(s_j - 0)) \right) + \\ &+ f'_y \left(t, u(t), \int_0^t k(t, s, u(s)) ds + \sum_{0 < s_j < t} q_j(u(s_j - 0)) \right) \times \\ &\times \left(\int_0^t k'_x(t, s, u(s)) ds + \sum_{0 < s_j < t} q'_j(u(s_j - 0)) \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Розглянемо систему рівнянь

$$\begin{aligned} z'(t) &= \varepsilon \left[f_0(z(t)), \int_0^t k_0(t, z(s)) ds + tq_0(z) + g_0(z) \right], \\ \alpha'(t) &= \varepsilon T(z) \alpha(t), \end{aligned} \quad (5)$$

$$t \neq t_i, \quad \Delta \alpha \Big|_{t=t_i} = \varepsilon g'_i(z) \alpha$$

з початковими умовами

$$z(0) = x_0, \quad \alpha(0) = 0.$$

Теорема 1. Нехай виконуються умови (1), (2), (3) і, крім цього,

$$\|F(t, x, y)\| + \|G_i(x)\| \leq N,$$

$$\|T(u)\| \leq P, \quad \|T(u + \varepsilon^2) - T(u)\| < \varepsilon.$$

Тоді розв'язок задачі (1), (2) з точністю до ε^2 можна подати у вигляді:

$$x(t) = z(t) + \alpha(t), \quad (8)$$

де $z(t)$, $\alpha(t)$ характеризують відповідно плавну і розривну частини розв'язку.

Доведення. Одночасно із задачами (1), (2), (5), (6) розглянемо задачі

$$u'(t) = \varepsilon f(t, u(t)), \int_0^t k(t, s, u(s)) ds + \sum_{0 < S_j < t} q_j(u),$$

$$t \neq t_i, \quad \Delta u \Big|_{t=t_i} = \varepsilon g_i(u), \quad (9)$$

$$v'(t) = \varepsilon T(u) v(t),$$

$$t \neq t_i, \quad \Delta v \Big|_{t=t_i} = \varepsilon g'_i(u) v,$$

з початковими умовами

$$u(0) = x_0, \quad v(0) = 0. \quad (10)$$

Позначивши $\delta = \|x - (u + v)\|$ із (1), (2), (9), (10) враховуючи умови (1), (7), легко одержати оцінку $\delta \leq \varepsilon^2 |N - m| \varepsilon^{PL}$, тобто

$$x = u + v + \varepsilon^2 \dots \quad (11)$$

Використовуючи результати роботи [2] про усереднення першого з рівнянь системи (9), одержимо, що $z(t) = u(t) + \varepsilon^2 \dots$. Для інших рівнянь системи (5) і (9), враховуючи (7), $\alpha(t) = v(t) + \varepsilon^2 \dots$.

Теорему доведено.

Розв'язок задачі (5), (6) можна знайти, побудувавши такий ітераційний процес:

$$z'_{n+1}(t) = \varepsilon \left[f_0(z_n(t)), \int_0^t k_0(t, z_n(s)) ds + tq_0(z_n) + g_0(z_n) \right],$$

$$\alpha'_{n+1}(t) = \varepsilon T(z_n) \alpha_n(t), \quad (12)$$

$$t \neq t_i, \quad \Delta \alpha_{n+1} \Big|_{t=t_i} = \varepsilon g'_i(z_n) \alpha_n, \quad n = 0, 1, \dots$$

Припустимо, що множина $D - MT$ не порожня, і постійні L_p , $p = 1, \dots, 5$ задовольняють нерівність

$$q_1 = \varepsilon \left[\int_0^T \left(L_1 + L_2 \int_0^T (L_3 + \tau L_4) ds \right) d\tau + TL_5 \right] < 1. \quad (13)$$

Тоді оператор $f_0 \left(z, \int_0^t k_0(t, z) ds + tq_0(z) \right) + g_0(z)$ є оператором стискування. Вибравши за початкове наближення функцію $z_0(t) \in D - MT$, легко показати, що

$$\begin{aligned} \|z_{n+1}(t) - z_n(t)\| &\leq \bar{q}_1 \|z_n(t) - z_{n-1}(t)\|, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} z_n(t) &= z(t), \end{aligned} \quad (14)$$

де $z(t)$ – розв’язок першого рівняння системи (5), (6).

Припустимо також, що оператор $T(u)$ на множині $\{z_n(t)\}$ задовольняє умовам, які забезпечують відсутність особливих точок і розв’язків другого рівняння системи (5), (6):

$$\begin{aligned} \|T(u) - T(\bar{u})\| &\leq \beta < 1, \quad \forall u, \bar{u} \in \{z_n(t)\}, \\ n &= 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (15)$$

тоді

$$\begin{aligned} \|\alpha_{n+1}(t) - \alpha_n(t)\| &\leq \beta \|\alpha_n(t) - \alpha_{n-1}(t)\|, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n(t) &= \alpha(t), \end{aligned} \quad (16)$$

де $\alpha(t)$ – розв’язок другого рівняння системи (5), (6).

Теорема 2. Нехай виконуються умови теореми 1 і мають місце нерівності (13), (15); тоді для розв’язку $x(t)$ задачі (1), (2) з точністю до величин порядку ε^2 має місце оцінка

$$\begin{aligned} \|x(t) - (z_n(t) + \alpha_n(t))\| &\leq (\bar{q}_1 + \beta)^{n-p+1} \left[\|z_p - z_{p-1}\| + \|\alpha_p - \alpha_{p-1}\| \right], \\ 1 &\leq p \leq n. \end{aligned}$$

На завершення зауважимо, що коли замість системи (5), (6) розглядати систему

$$\begin{aligned} x'(t) &= \varepsilon \left[f_0(z(t)), \int_0^t k_0(t, x(s)) ds + tq_0(x) + g_0(x) \right], \\ \alpha'(t) &= \varepsilon P \alpha(t), \\ t \neq t_i, \quad \Delta \alpha \Big|_{t=t_i} &= \varepsilon P \alpha, \quad z(0) = x_0, \quad \alpha(0) = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

то одержимо узагальнення результатів роботи [3].

Література

1. Мышкис А.Д. Системы с толчками в заданные моменты времени / А.Д. Мышкис, А.М. Самойленко // Математический сборник. – 1974. – Т.74, №2.

2. Самойленко А.М. Устойчивость решений дифференциальных уравнений с импульсным воздействием / А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк // Дифференциальные уравнения. – 1977. – №11.
3. Самойленко А.М. Периодические решения слабо нелинейных систем с импульсным воздействием / А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк // Дифференциальные уравнения. – 1978. – №6.
4. Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием / А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк. – К.: КГУ, 1980. – 80 с.
5. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Физматгиз, 1963.
6. Митропольский Ю.О. Методи нелінійної механіки / Ю.О. Митропольський. – К.: Наукова думка, 2002.

Стаття надійшла до редакційної колегії 04.07.2010 р.

*Рекомендовано до друку академіком НАН України,
професором Перестюком М.О.*

THE METHOD OF PART MIDDLING IN THE INTEGRAL-DIFFERENTIAL SYSTEMS WITH DOUBLE IMPULSIVE ACTION

S. S. Gulka

*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;
76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'ka, 15;
ph. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

The method of middling by Crilov-Bogolubov-Mitropopolsky is applied to the systems of integral-differential equalizations with double impulsive action.

Key words: *system of integral-differential equalizations, double impulsive action, middling, error.*

ПРО ДРУГИЙ МЕТОД ЛЯПУНОВА ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ІМПУЛЬСАМИ

С. І. Гургула¹, Р. І. Собкович², І. Й. Перкатюк²

¹Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;

76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;

тел. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua

²Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника;

76018, м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57;

тел. +380 (342) 59-60-16; e-mail: algeo@pu.if.ua, stat@pu.if.ua

Для автономної системи звичайних диференціальних рівнянь з імпульсною дією у фіксовані моменти часу одержано критерії стійкості, асимптотичної стійкості і нестійкості тривіального розв'язку, аналогічні тим, які дає другий метод Ляпунова для диференціальних рівнянь без імпульсів.

Ключові слова: імпульсна дія, стійкість, функція Ляпунова.

Розглядається автономна система диференціальних рівнянь з імпульсною дією у фіксовані моменти часу

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x), \quad t \neq t_i, \\ \Delta x|_{t=t_i} &\equiv x(t_i + 0) - x(t_i) = I_i(x), \end{aligned} \quad (1)$$

де t – час, $t \geq t_0$, $x \in R^n$, $f \in R^n$, $I_i \in R^n$, $i = 1, 2, \dots$.

Функція $f(x)$ вважається заданою в кулі

$$\bar{J}_h = \{x \in R^n, \|x\| \leq h, h > 0\}$$

і $f(0) = 0$, функції $I_i(x)$ визначені і неперервні \bar{J}_h , $I_i(0) = 0$, $i = 1, 2, \dots$.

Отже, система (1) має розв'язок $x \equiv 0$, який і досліджується на стійкість. Відносно послідовності моментів часу $\{t_i\}$, в які відбувається імпульсна дія, припускаємо, що $t_i > t_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots$, і $t_i \rightarrow \infty$ при $i \rightarrow \infty$.

Через $i(t)$ позначимо кількість імпульсних збурень на проміжку

$[t_0, t]$, тобто $i(t) = i$, якщо $t_i < t \leq t_{i+1}$. Тоді функція $\frac{i(t)}{t - t_0}$ означатиме

відносну частоту імпульсних збурень. При дослідженні питання стійкості тривіального розв'язку системи (1) важливе значення має поведінка цієї функції при $t \rightarrow \infty$.

Справедливі наступні твердження.

Теорема 1. Нехай для системи (1) існує додатно визначена функція Ляпунова $V(x)$, така, що повсюдно в кулі \bar{J}_h виконані нерівності

$$\langle \text{grad } V, f \rangle \leq -\varphi(V), \quad (2)$$

$$V(x + I_i(x)) \leq \psi(V(x)), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (3)$$

де $\varphi(s)$, $\psi(s)$ – неперервні функції, $\varphi(0) = \psi(0) = 0$, $\varphi(s) > 0$, $\psi(s) > 0$ при $s > 0$, а послідовність $\{t_i\}$ така, що при $t > t_0$

$$\frac{i(t)}{t - t_0} \leq p, \quad p = \text{const}. \quad (4)$$

Тоді, якщо при деякому $a_0 > 0$ для всіх $a \in (0, a_0]$ виконана нерівність

$$\int_a^{\psi(a)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq \frac{1}{p}, \quad (5)$$

то тривіальний розв'язок системи (1) стійкий за Ляпуновим. Причому, якщо існує $\gamma > 0$ таке, що

$$\int_a^{\psi(a)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq \frac{1}{p} - \gamma, \quad (6)$$

то цей розв'язок асимптотично стійкий.

Доведення. Нехай $0 < \varepsilon < h$ і $l = \min_{\|x\| \geq \varepsilon} V(x) \leq a_0$. Виберемо $\delta > 0$ так,

щоб виконувалась нерівність $m = \sup_{\|x\| < \delta} V(x) < l$, і нехай

$x(t)$, $x(t_0) = x_0 \in J_\delta$ – довільний нетривіальний розв'язок системи (1). Доведемо, що $x(t) \in J_\varepsilon$ при $t \geq t_0$.

Припустимо супротивне: $x(t)$ з часом покине кулю J_ε . Розглянемо функцію $v(t) = V(x(t))$. Оскільки (2) $v'(t) \leq -\varphi(v(t))$, $t \neq t_i$, $x(t) \in \bar{J}_h$, що свідчить про те, що $v(t)$ спадає на кожному проміжку $(t_i, t_{i+1}]$, тому, якщо $v(t_i + 0) < l$, то $v(t) < l$ для всіх $t \in (t_i, t_{i+1}]$. Це означає, що $x(t)$ може покинути кулю J_ε тільки за рахунок імпульсу. Нехай t_k – момент часу, коли це відбудеться вперше. Тобто для $t \in [t_0, t_k]$ $v(t) < l$, а $v(t_k + 0) \geq l$. Із нерівності $v'(t) \leq -\varphi(v(t))$, $t \neq t_i$ одержуємо

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{v'(t)}{\varphi(v(t))} dt \leq -(t_i - t_{i-1}).$$

Або, після заміни $s = v(t)$, маємо для $i = 1, 2, \dots, k$

$$\int_{v(t_i)}^{v(t_{i-1}+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq t_i - t_{i-1}.$$

Додаючи такі нерівності, одержуємо

$$\sum_{i=1}^k \int_{v(t_i)}^{v(t_{i-1}+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq t_k - t_0.$$

Ліву частину цієї нерівності перетворимо до виду

$$\int_{v(t_k)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} + \sum_{i=1}^{k-1} \int_{v(t_i)}^{v(t_i+0)} \frac{ds}{\varphi(s)}.$$

Але в силу (3) і (5) для $i = 1, 2, \dots, k-1$

$$\int_{v(t_i)}^{v(t_i+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq \int_{v(t_i)}^{\psi(v(t_i))} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq \frac{1}{p},$$

така ж нерівність, оскільки $v(t_k) < a_0$, справедлива і при $i = k$:

$$\int_{v(t_k)}^{v(t_k+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq \frac{1}{p}. \quad (7)$$

Звідки
$$\int_{v(t_k)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} + (k-1) \cdot \frac{1}{p} \geq t_k - t_0,$$

або
$$\int_{v(t_k)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq t_k - t_0 - i(t_k) \cdot \frac{1}{p}.$$

Віднімаючи від цієї нерівності почленно (7) і враховуючи, що $i(t_k) + 1 = i(t_k + 0)$, маємо

$$\int_{v(t_k+0)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq t_k - t_0 - i(t_k + 0) \cdot \frac{1}{p},$$

або
$$\frac{1}{t_k - t_0} \int_{v(t_k+0)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq 1 - \frac{i(t_k + 0)}{t_k - t_0} \cdot \frac{1}{p}. \quad (8)$$

Але в силу (4) $\frac{i(t_k + 0)}{t_k - t_0} \leq p$, отже

$$\frac{1}{t_k - t_0} \int_{v(t_k+0)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq 1 - p \cdot \frac{1}{p} = 0.$$

Що означає, що $v(t_k + 0) \leq v(t_0) < l$ і суперечить зробленому припущенню. Перша частина теореми доведена.

Якщо ж виконана нерівність (6), то потрібно ще довести, що $v(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Оскільки $v(t)$ спадає на проміжках $(t_{i-1}, t_i]$, то досить довести, що $v(t_i + 0) \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$. Аналогічно тому, як була одержана вище нерівність (8), одержуємо для всіх i

$$\frac{1}{t_i - t_0} \int_{v(t_i+0)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq 1 - \frac{i(t_i + 0)}{t_i - t_0} \cdot \left(\frac{1}{p} - \gamma \right),$$

що з урахуванням (4) приводить до нерівності

$$\frac{1}{t_i - t_0} \int_{v(t_i+0)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq p\gamma,$$

або

$$\int_{v(t_i+0)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq p\gamma(t_i - t_0).$$

Звідси одержуємо

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \int_{v(t_i+0)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} = \infty,$$

що можливо тільки за умови, що $\lim_{i \rightarrow \infty} v(t_i + 0) = 0$. Терему доведено.

Аналогічно може бути доведена теорема 2.

Теорема 2. Нехай для системи (1) існує додатно визначена функція Ляпунова $V(x)$, така, що всюди в \bar{J}_h виконані нерівності

$$\langle \text{grad } V, f \rangle \leq \varphi(V) \quad (9)$$

і (3), де функції $\varphi(s)$, $\psi(s)$ – такі ж, як і в теоремі 1, а послідовність $\{t_i\}$ така, що для всіх $t > T_0 > t_1$

$$\frac{i(t)}{t - t_0} \geq p > 0, \quad p = \text{const}. \quad (10)$$

Тоді, якщо функції $\varphi(s)$, $\psi(s)$ такі, що при деякому $a_0 > 0$ для всіх $a \in (0, a_0]$ виконана нерівність

$$\int_{\psi(a)}^a \frac{ds}{\varphi(s)} \geq \frac{1}{p}, \quad (11)$$

то розв'язок $x \equiv 0$ системи (1) стійкий. Причому, якщо можна вказати $\gamma > 0$ таке, що

$$\int_{\psi(a)}^a \frac{ds}{\varphi(s)} \geq \frac{1}{p} + \gamma, \quad (12)$$

то цей розв'язок асимптотично стійкий.

Розглянемо теорему про нестійкість. Функція Ляпунова $V(x)$, яка фігурує в цих теоремах, повинна володіти такими властивостями:

а) область додатності $V(x)$ $D = \{x \in \bar{J}_h, V(x) > 0\}$ дотикається до початку координат;

б) в області D $V(x)$ обмежена; позначимо $a_0 = \max_{x \in D} V(x)$.

Теорема 3. Нехай для системи (1) існує функція Ляпунова $V(x)$, яка володіє властивостями а) і б) така, що всюди в області D виконуються нерівності

$$\langle \text{grad } V, f \rangle \geq -\varphi(V), \quad (13)$$

$$V(x + I_i(x)) \geq \psi(V(x)), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (14)$$

де функції $\varphi(s)$, $\psi(s)$ – такі ж, як в попередніх теоремах, а послідовність $\{t_i\}$ така, що виконана нерівність (10). Тоді, якщо при деякому $\gamma > 0$ для всіх $a \in (0, a_0]$

$$\int_a^{\psi(a)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq \frac{1}{p} + \gamma, \quad (15)$$

то тривіальний розв'язок системи (1) нестійкий.

Доведення. Нехай $\delta > 0$ як завгодно мале. За умовою знайдеться $x_0 \in J_\delta$ таке, що $V(x_0) > 0$. Доведемо, що розв'язок $x(t)$, $x(t_0) = x_0$, з часом вийде за межі кулі \bar{J}_h . Припустимо супротивне: $x(t) \in \bar{J}_h$, $t \geq t_0$. Тоді неважко довести, що $x(t) \in D$. Справді, розглянемо функцію $v(t) = V(x(t))$. В силу (14) $v(t_i + 0) \geq \psi(v(t_i))$, тому ситуація $v(t_i) > 0$, а $v(t_i + 0) \leq 0$ неможлива. Отже, щоб вийти з області D , точка $x(t)$ повинна попасти на межу цієї області. Нехай $t^* \in (t_i, t_{i+1}]$ – момент часу, коли вперше виконається рівність $v(t) = 0$, тоді $v(t_i + 0) > 0$. Але в силу (13) $v'(t) \geq -\varphi(v(t))$, звідси

$$\int_{t_i}^{t^*} \frac{v'(t) dt}{\varphi(v(t))} \geq -(t^* - t_i),$$

або

$$\int_{v(t^*)}^{v(t_i+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq t^* - t_i.$$

Але це неможливо, бо $v(t^*) = 0$, а невласний інтеграл $\int_0^{v(t_i+0)} \frac{ds}{\varphi(s)}$, як неважко показати, повинен бути розбіжним. Отже, $x(t) \in D$ при $t \geq t_0$, тому $v(t)$ – обмежена функція. Тоді із (13) одержуємо для $i = 1, 2, \dots$

$$\int_{v(t_i)}^{v(t_{i-1}+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq t_i - t_{i-1},$$

а також при $t_k < t \leq t_{k+1}$

$$\int_{v(t)}^{v(t_k+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq t - t_k.$$

Звідси

$$\sum_{i=1}^k \int_{v(t_i)}^{v(t_{i-1}+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} + \int_{v(t)}^{v(t_k+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq t - t_0.$$

Але
$$\sum_{i=1}^k \int_{v(t_i)}^{v(t_{i-1}+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} + \int_{v(t)}^{v(t_k+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \equiv \int_{v(t)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} + \sum_{i=1}^k \int_{v(t_i)}^{v(t_i+0)} \frac{ds}{\varphi(s)},$$

а в силу (14) і (15)

$$\int_{v(t_i)}^{v(t_i+0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq \int_{v(t_i)}^{\psi(v(t_i))} \frac{ds}{\varphi(s)} \geq \frac{1}{p} + \gamma.$$

$$\begin{aligned} \text{Отже} \quad & \int_{v(t)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq t - t_0 - i(t) \left(\frac{1}{p} + \gamma \right), \\ \text{або} \quad & \frac{1}{t - t_0} \int_{v(t)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq 1 - \frac{i(t)}{t - t_0} \left(\frac{1}{p} + \gamma \right). \end{aligned}$$

Враховуючи (10) для $t > T_0$ маємо

$$\frac{1}{t - t_0} \int_{v(t)}^{v(t_0)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq 1 - p \left(\frac{1}{p} + \gamma \right) = -p\gamma < 0.$$

Звідси випливає, що $v(t) > v(t_0)$, але оскільки $x(t) \in D$, то $v(t) \leq a_0$. Позначимо $m = \min_{v(t_0) \leq s \leq a_0} \varphi(s)$, очевидно $m > 0$, тоді

$$p\gamma \leq \frac{1}{t - t_0} \int_{v(t_0)}^{v(t)} \frac{ds}{\varphi(s)} \leq \frac{1}{t - t_0} \cdot \frac{1}{m} \int_{v(t_0)}^{v(t)} ds = \frac{v(t) - v(t_0)}{m(t - t_0)},$$

або $v(t) \geq v(t_0) + p\gamma m(t - t_0)$, що означає, що функція $v(t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$ і не може бути обмеженою. Це і доводить теорему.

Справедлива також наступна теорема, яка доводиться аналогічно.

Теорема 4. Нехай для системи (1) існує функція Ляпунова $V(x)$, наділена властивостями а) і б), і така, що всюди в області D виконані нерівності

$$\langle \text{grad} V, f \rangle \geq \varphi(V) \quad (16)$$

і (14) з такими ж функціями $\varphi(s)$ і $\psi(s)$, що і в попередніх теоремах, а послідовність $\{t_i\}$ така, що при $t > t_0$ виконана нерівність (4).

Тоді, якщо за деякого $\gamma > 0$ для всіх $a \in (0, a_0]$

$$\int_{\psi(a)}^a \frac{ds}{\varphi(s)} \leq \frac{1}{p} - \gamma, \quad (17)$$

то розв'язок $x \equiv 0$ системи (1) нестійкий.

Література

1. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости / Б.П. Демидович. – М.: Наука, 1967. – 472 с.
2. Самойленко А.М. Об устойчивости решений систем с импульсным воздействием / А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк // Дифференциальные уравнения. – 1981. – Т. 17, № 11. – С. 1995-2001.
3. Гургула С.І. Про стійкість розв'язків імпульсних систем / С.І. Гургула, М.О. Перестюк // Вісник Київського університету. Математика і механіка. – 1981. – Вип. 23. – С. 33-40.
4. Гургула С.І. Про другий метод Ляпунова в системах з імпульсною дією / С.І. Гургула, І.Й. Перкатюк // Прикарпатський вісник НТШ, Число. – 2008. – № 1(1). – С. 9-15.
5. Гургула С.І. Про стійкість в системах з імпульсами / С.І. Гургула, Р.І. Собкович // Прикарпатський вісник НТШ. Число. – №1(5). – С. 24-29.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 04.07.2010 р.
Рекомендовано до друку академіком НАН України,
професором **Перестюком М.О.***

ABOUT THE SECODARY LIAPUNOV'S METHOD FOR DIFFERENTIAL EQATIONS WITH IMPULSES

S. I. Gurgula¹, R. I. Sobkovych², I. Y. Percatyoc²

¹*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;
76000, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'ka street, 15;
ph. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

²*PreCarpathian National University named after Vasyl Stefanik;
76000, Ivano-Frankivs'k, st. Shevchenko, 57;
ph. +380 (342) 59-60-16; e-mail: algeo@pu.if.ua, stat@pu.if.ua*

Criteriaes of stability, asymptotic stability and non-stability of simple solution in an analogy to those according to the secondary Liapunov's method for differential equations without impulses, were issued for autonomial system of ordinary differential equations with impulsive action in the fixed moments of time.

Key words: *impulsive action, stability, function of Liapunov.*

УДК 517.98

**ПЕРІОДИЧНІСТЬ РОЗВ'ЯЗКІВ СИСТЕМИ ДВОХ
НЕЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ
РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ**

А. М. Краснодембський

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

У статті встановлено умови збіжності послідовностей, що визначають розв'язки з нелінійними компонентами деякої системи двох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку.

***Ключові слова:** система нелінійних диференціальних рівнянь, умови збіжності, функціональний ряд, періодичність розв'язків.*

Розглядається система диференціальних рівнянь

$$y_i'' = f_i(x, y_1, y_1', y_2, y_2') \quad (i=1,2), \quad (1)$$

де неперервні функції $f_i(x, u_0^{(1)}, u_1^{(1)}, u_0^{(2)}, u_1^{(2)})$ ($i=1,2$) задовольняють умови:

1. $f_i(x+T, u_0^{(1)}, u_1^{(1)}, u_0^{(2)}, u_1^{(2)}) \equiv f_i(x, u_0^{(1)}, u_1^{(1)}, u_0^{(2)}, u_1^{(2)})$ ($i=1,2$);
2. $f_i(\alpha-x, -u_0^{(1)}, u_1^{(1)}, -u_0^{(2)}, u_1^{(2)}) \equiv -f_i(x, u_0^{(1)}, u_1^{(1)}, u_0^{(2)}, u_1^{(2)})$ ($i=1,2$);
3. $\left| f_i(x, u_{02}^{(1)}, u_{12}^{(1)}, u_{02}^{(2)}, u_{12}^{(2)}) - f_i(x, u_{01}^{(1)}, u_{11}^{(1)}, u_{01}^{(2)}, u_{11}^{(2)}) \right| \leq K_0^{(1)} \left| u_{02}^{(1)} - u_{01}^{(1)} \right| +$
 $+ K_1^{(1)} \left| u_{12}^{(1)} - u_{11}^{(1)} \right| + K_0^{(2)} \left| u_{02}^{(2)} - u_{01}^{(2)} \right| + K_1^{(2)} \left| u_{12}^{(2)} - u_{11}^{(2)} \right|$ ($i=1,2$).

Згідно з попереднім ([1],[2]) диференціальне рівняння

$$y'' = \varphi(x),$$

де $\varphi(x) \in C$; $\varphi(x+T) \equiv \varphi(x)$; $\int_0^T \varphi(x) dx = 0$

має неперервний, періодичний (періоду T) розв'язок $y = \bar{y}(x)$, який можна записати у формі

$$\bar{y}(x) = \int_0^x (x-t)\varphi(t) dt + \int_0^T t\varphi(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^T t\varphi(t) dt - \frac{1}{2T} \int_0^T t^2 \varphi(t) dt.$$

Якщо, крім того, $\varphi(\alpha-x) = -\varphi(x)$, то $\bar{y}(\alpha-x) = -\bar{y}(x)$.

Теорема 1. Якщо $\frac{13}{12} K_0 T^2 + \frac{3}{2} K_1 T < 1$ ($K_0 = K_0^{(1)} + K_0^{(2)}$),

$K_1 = K_1^{(1)} + K_1^{(2)}$), то система (1) має розв'язок $y_i = \bar{y}_i(x)$ ($i=1,2$) такий, що $\bar{y}_i(x) \in C$; $\bar{y}_i(x+T) = \bar{y}_i(x)$; $\bar{y}_i(\alpha-x) = -\bar{y}_i(x)$ ($i=1,2$).

Доведення. Побудуємо послідовності

$$\begin{aligned} y_{ik}(x) = & \int_0^x (x-t) f_i(t, y_{1k-1}(t), y'_{1k-1}(t), y_{2k-1}(t), y'_{2k-1}(t)) dt + \\ & + \frac{x}{T} \int_0^T t f_i(t, y_{1k-1}(t), y'_{1k-1}(t), y_{2k-1}(t), y'_{2k-1}(t)) dt + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^T t f_i(t, y_{1k-1}(t), y'_{1k-1}(t), y_{2k-1}(t), y'_{2k-1}(t)) dt - \\ & - \frac{1}{2T} \int_0^T t^2 f_i(t, y_{1k-1}(t), y'_{1k-1}(t), y_{2k-1}(t), y'_{2k-1}(t)) dt \end{aligned} \quad (2)$$

$(i=1,2; k=1,2,\dots)$

Тут $y_{i0}(x)$ ($i=1,2$) – довільні неперервні, диференційовані, періодичні (періоду T) функції, що $y_{i0}(\alpha-x) = -y_{i0}(x)$.

В силу вказаного вище, $y_{ik}(x)$ є неперервними, періодичними (періоду T) функціями, для яких $y_{ik}(\alpha-x) = -y_{ik}(x)$ ($i=1,2; k=1,2,\dots$).

Запишемо:

$$\begin{aligned} y'_{ik}(x) = & \int_0^x f_i(t, y_{1k-1}(t), y'_{1k-1}(t), y_{2k-1}(t), y'_{2k-1}(t)) dt + \\ & + \frac{1}{T} \int_0^T t f_i(t, y_{1k-1}(t), y'_{1k-1}(t), y_{2k-1}(t), y'_{2k-1}(t)) dt \end{aligned}$$

$(i=1,2; k=1,2,\dots)$.

Отримаємо:

$$\begin{aligned} |y_{i2} - y_{i1}| = & \left[\max_{0 \leq x \leq T} \left(K_0^{(1)} |y_{11} - y_{10}| + K_1^{(1)} |y'_{11} - y'_{10}| + \right. \right. \\ & \left. \left. + K_0^{(2)} |y_{21} - y_{20}| + K_1^{(2)} |y'_{21} - y'_{20}| \right) \right] \frac{13}{12} T^2 \quad (i=1,2); \\ |y'_{i2} - y'_{i1}| = & \left[\max_{0 \leq x \leq T} \left(K_0^{(1)} |y_{11} - y_{10}| + K_1^{(1)} |y'_{11} - y'_{10}| + \right. \right. \\ & \left. \left. + K_0^{(2)} |y_{21} - y_{20}| + K_1^{(2)} |y'_{21} - y'_{20}| \right) \right] \frac{3}{2} T \quad (i=1,2). \end{aligned}$$

Використовуючи позначення

$$\begin{aligned} & \max_{0 \leq x \leq T} \left(K_0^{(1)} |y_{11} - y_{10}| + K_1^{(1)} |y'_{11} - y'_{10}| + \right. \\ & \left. + K_0^{(2)} |y_{21} - y_{20}| + K_1^{(2)} |y'_{21} - y'_{20}| \right) = M, \end{aligned}$$

отримаємо:

$$|y_{i2} - y_{i1}| \leq \frac{13}{12} MT^2; \quad |y'_{i2} - y'_{i1}| \leq \frac{3}{2} MT \quad (i=1,2).$$

Значить,

$$\begin{aligned} |y_{i3} - y_{i2}| &\leq \left(K_0^{(1)} \cdot \frac{13}{12} MT^2 + K_1^{(1)} \cdot \frac{3}{2} MT + K_0^{(2)} \cdot \frac{13}{12} MT^2 + \right. \\ &\left. + K_1^{(2)} \cdot \frac{3}{2} MT \right) \frac{13}{12} T^2 = \frac{13}{12} MT^2 \left(\frac{13}{12} K_0 T^2 + \frac{3}{2} K_1 T \right) \quad (i=1,2); \\ |y'_{i3} - y'_{i2}| &\leq \left(K_0^{(1)} \cdot \frac{13}{12} MT^2 + K_1^{(1)} \cdot \frac{3}{2} MT + K_0^{(2)} \cdot \frac{13}{12} MT^2 + \right. \\ &\left. + K_1^{(2)} \cdot \frac{3}{2} MT \right) \cdot \frac{3}{2} T = \frac{3}{2} MT \left(\frac{13}{12} K_0 T^2 + \frac{3}{2} K_1 T \right) \quad (i=1,2). \end{aligned}$$

Нехай

$$\frac{13}{12} K_0 T^2 + \frac{3}{2} K_1 T = q,$$

$$\text{тоді } |y_{i3} - y_{i2}| \leq \frac{13}{12} MT^2 q; \quad |y'_{i3} - y'_{i2}| \leq \frac{3}{2} MT q \quad (i=1,2).$$

Припустимо, що

$$|y_{ik+1} - y_{ik}| \leq \frac{13}{12} MT^2 q^{k-1}; \quad |y'_{ik+1} - y'_{ik}| \leq \frac{3}{2} MT q^{k-1} \quad (i=1,2).$$

Отримаємо:

$$\begin{aligned} |y_{ik+1} - y_{ik+1}| &\leq \left(K_0^{(1)} \cdot \frac{13}{12} MT^2 q^{k-1} + K_1^{(1)} \cdot \frac{3}{2} MT q^{k-1} + \right. \\ &\left. + K_0^{(2)} \cdot \frac{13}{12} MT^2 q^{k-1} + K_1^{(2)} \cdot \frac{3}{2} MT q^{k-1} \right) \frac{13}{12} T^2 = \\ &= \left(\frac{13}{12} K_0 T^2 q^{k-1} + \frac{3}{2} K_1 T q^{k-1} \right) \frac{13}{12} T^2 = \frac{13}{12} MT^k q^k \quad (i=1,2); \\ |y'_{ik+1} - y'_{ik+1}| &\leq \left(K_0^{(1)} \cdot \frac{13}{12} MT^2 q^{k-1} + K_1^{(1)} \cdot \frac{3}{2} MT q^{k-1} + \right. \\ &\left. + K_0^{(2)} \cdot \frac{13}{12} MT^2 q^{k-1} + K_1^{(2)} \cdot \frac{3}{2} MT q^{k-1} \right) \frac{3}{2} T = \\ &= \left(\frac{13}{12} K_0 T^2 q^{k-1} + \frac{3}{2} K_1 T q^{k-1} \right) \frac{3}{2} T = \frac{3}{2} MT q^k \quad (i=1,2). \end{aligned}$$

Згідно з методом математичної індукції ряди

$$|y_{i0}| + |y_{i1} - y_{i0}| + |y_{i2} - y_{i1}| + \dots + |y_{ik+1} - y_{ik}| \quad (i=1,2)$$

мажоруються геометричною прогресією із знаменником q .

Отже, послідовності (2) збігаються рівномірно, тобто існують границі

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y_{ik}(x) = \bar{y}_i(x) \quad (i=1,2),$$

де $\bar{y}_i(x)$ є неперервні, періодичні (періоду T) функції, що $\bar{y}_i(\alpha - x) = -\bar{y}_i(x)$ ($i = 1, 2$).

Переходячи в рівностях (2) до границі при $k \rightarrow \infty$, дістанемо

$$\begin{aligned} \bar{y}_i(x) = & \int_0^x (x-t) f_i(t, \bar{y}_1(t), \bar{y}'_1(t), \bar{y}_2(t), \bar{y}'_2(t)) dt + \\ & + \frac{x}{T} \int_0^T t f_1(t, \bar{y}_1(t), \bar{y}'_1(t), \bar{y}_2(t), \bar{y}'_2(t)) dt + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^T t f_i(t, \bar{y}_1(t), \bar{y}'_1(t), \bar{y}_2(t), \bar{y}'_2(t)) dt - \\ & - \frac{1}{2T} \int_0^T t^2 f_1(t, \bar{y}_1(t), \bar{y}'_1(t), \bar{y}_2(t), \bar{y}'_2(t)) dt \quad (i = 1, 2). \end{aligned}$$

Значить $y_i = \bar{y}_i(x)$ ($i = 1, 2$) є розв'язком системи (1).

Теорему доведено.

Теорема 2. Якщо $q = \frac{13}{12} K_0 T^2 + \frac{3}{2} K_1 T < 1$ і $y_i = \bar{y}_i(x)$, $z_i = \bar{z}_i(x)$ ($i = 1, 2$), існують неперервні, періодичні (періоду E) розв'язки системи (1), такі, що $\int_0^T \bar{y}_i(x) dx = 0$; $\int_0^T \bar{z}_i(x) dx = 0$ ($i = 1, 2$), то $\bar{y}_i(x) = \bar{z}_i(x)$ ($i = 1, 2$).

Доведення. В силу вказаного раніше, розв'язок $z_i = \bar{z}_i(x)$ системи (1) можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \bar{z}_i(x) = & \int_0^x (x-t) f_i(t, \bar{z}_1(t), \bar{z}'_1(t), \bar{z}_2(t), \bar{z}'_2(t)) dt + \\ & + \frac{x}{T} \int_0^T t f_1(t, \bar{z}_1(t), \bar{z}'_1(t), \bar{z}_2(t), \bar{z}'_2(t)) dt + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^T t f_i(t, \bar{z}_1(t), \bar{z}'_1(t), \bar{z}_2(t), \bar{z}'_2(t)) dt - \\ & - \frac{1}{2T} \int_0^T t^2 f_1(t, \bar{z}_1(t), \bar{z}'_1(t), \bar{z}_2(t), \bar{z}'_2(t)) dt \quad (i = 1, 2). \end{aligned}$$

Позначимо

$$L = \max_{0 \leq x \leq T} \left(K_0^{(1)} |y_{11} - \bar{z}_1| + K_1^{(1)} |y'_{11} - \bar{z}'_1| + K_0^{(2)} |y_{21} - \bar{z}_2| + K_1^{(2)} |y'_{21} - \bar{z}'_2| \right).$$

Аналогічно попередньому дістанемо, що

$$|y_{ik}(x) - \bar{z}(x)| \leq \frac{13}{12} L T^2 q^{k-2} \quad (i = 1, 2; k = 2, 3, \dots).$$

Оскільки $q < 1$, то

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y_{ik}(x) = \bar{z}_i(x); \quad \bar{y}_i(x) = \bar{z}_i(x) \quad (i = 1, 2).$$

Теорему доведено.

Література

1. А.М.Краснодембський. ДАН УРСР, 10, 1962.
2. Краснодембський А.М. // Записки мех.-математического ф-та ХГУ и Харьковского матем. общества, т. XXX, сер.4, 1964.

Стаття надійшла до редакційної колегії 20.10.2010 р.

Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором Лучкою А.Ю.

**PERIODICITY OF DECISIONS OF SOME SYSTEM OF TWO
NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUALIZATIONS OF
THE SECOND ORDER**

A. M. Krasnodembsky

*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;
76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'ka, 15;
ph. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

In the article there are the set terms of coincide of sequences, which determine the upshots with the nonlinear components of some system of two nonlinear differential equalizations of the second order

Keywords: *system of nonlinear differential equalizations, terms of coincide, functional row, periodicity of decisions.*

СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНОСТОРОННЬО ЛІПШИЦІЄВИМИ ПРАВИМИ ЧАСТИНАМИ

М. І. Копач¹, А. Ф. Обшта², Б. А. Шувар²

¹Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника;
76000, м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57;
e-mail: korachm2009@gmail.com

² Національний університет “Львівська політехніка”;
79013, м. Львів, вул С.Бандери, 12

Встановлено теореми про двосторонні оцінки розв’язків систем звичайних диференціальних рівнянь за припущень, які є слабшими за умову Ліпшица.

Ключові слова: диференціальні нерівності, одностороння ліпшицієвість, вектор-функції.

Вступ. У теоремах про строгі диференціальні нерівності часто йдеться про те, що для кожного неперервного диференційованого розв’язку $x(t)$ задачі

$$x'(t) = f(t, x(t)), \quad (1)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

із співвідношень

$$p'(t) < f(t, p(t)) \quad (t \in (t_0, t_1), p(t_0) \leq x(t_0)) \quad (3)$$

впливає нерівність

$$p(t) < x(t) \quad t \in (t_0, t_2), \quad (t_0 < t_2 \leq t_1) \quad (4)$$

з неперервно диференційованою дійсною функцією $p(t)$. Якщо в (3) нерівність нестрога, то замість строгої нерівності (4) отримуємо нестрогу нерівність для верхнього розв’язку $x(t)$ задачі (1), (2). Методики обґрунтування цих фактів істотно відрізняються одна від одної.

У пропонованому повідомленні результати із [1] поширюються на системи нестрогих диференціальних нерівностей, що стало доповненням для відповідних тверджень із [2], [3].

Постановка задачі. Нехай $x(t)$ та $f(t, x(t))$ у співвідношеннях (1), (3) є вектор-функціями розмірності $N \geq 1$ з дійсними компонентами. Вектор-функцію $f(t, x(t))$ будемо вважати неперервною за сукупністю аргументів при $t \in [t_0, T]$, $x \in S(x_0) = \{x \mid x_0 \in \mathbb{R}^N, \|x - x_0\| \leq M\}$, де \mathbb{R}^N – евклідів простір розмірності N , а $-\infty < t_0 \leq t \leq t_1 < \infty$.

Умовою A_0 називаємо припущення, що існує неперервна при $t \in [t_0, t_1]$ матрична функція $L_1(t) = \{l_{ij}^{(1)}\}_{i,j=1,\overline{N}}$, з невід'ємними елементами $l_{ij}^{(1)}(t)$ при $i \neq j$, $t \in [t_0, t_1]$, для якої із співвідношення

$$y \leq z, \quad y, z \in S(x_0), \quad (t \in [t_0, t_1]) \quad (5)$$

впливає нерівність

$$f(t, z) - f(t, y) \leq L_1(t)(z - y),$$

а також із співвідношень (5) впливає нерівність

$$f(t, y) \leq f(t, z^{[y]}). \quad (6)$$

Позначення $f(t, z^{[y]})$ означає, що компоненту f_i вектора $f = \{f_1, \dots, f_{i-1}, f_i, f_{i+1}, \dots, f_N\}$ замінено компонентою, для якої замість вектора $z = \{z_1, \dots, z_{i-1}, z_i, z_{i+1}, \dots, z_N\}$ беремо вектор $z^{[y]} = \{z_1, \dots, z_{i-1}, y_i, z_{i+1}, \dots, z_N\}$.

Лема 1. Нехай справджується умова A_0 і неперервно диференційовні функції

$$u(t) = \{u_1(t), \dots, u_N(t)\}, \quad v(t) = \{v_1(t), \dots, v_N(t)\}$$

задовольняють співвідношення:

$$u(t_0) \leq x_0 \leq v(t_0) \quad (7)$$

$$u'(t) \leq f(t, u(t)), \quad v'(t) \geq f(t, v(t)) \quad (t \in [t_0, t_1]). \quad (8)$$

Тоді

$$u(t) \leq v(t) \quad (t \in [t_0, t_1]). \quad (9)$$

Доведення. Припустимо протилежне. Позначимо через D множину таких $t \in [t_0, t_1]$, для яких (9) не виконується. Це означає, що D містить такі і тільки такі $t \in [t_0, t_1]$ для яких знайдеться хоча б одне значення індексу i , при якому $u_i(t) > v_i(t)$. Існує точна нижня грань t^* множини D , при цьому $t^* \in D$. За неперервністю та зі скінченності N можна зробити висновок про існування проміжку $(t^*, t_2]$, $(t_0 \leq t^* < t_2 \leq t_1)$, на якому $u_i(t) > v_i(t)$, якщо $i \in I_0$, де I_0 – множина значень індексу i , при яких (9) не має місця на $(t^*, t_2]$. Для зручності позначимо через $\bar{u}(t)$ вектор, який отримуємо з вектора $u(t)$ заміною тих його координат, індекси яких не належать до I_0 , відповідними координатами $v(t)$. Оскільки, за припущенням I_0 є не порожньою множиною, то з (8) і умови A_0 , враховуючи домовлені позначення, отримуємо

$$\begin{aligned} v_i'(t) - u_i'(t) &\geq f_i(t, v(t)) - f_i(t, u(t)) = f_i(t, v(t)) - f_i(t, \bar{u}(t)) + \\ &+ f_i(t, \bar{u}(t)) - f_i(t, u(t)) \geq \sum_{j \in I_0} l_{ij}^{(1)}(t)(v_j(t) - u_j(t)) \quad (i \in I_0). \end{aligned}$$

Таким чином,

$$v_j'(t) - u_j'(t) \geq \sum_{j \in I_0} l_{ij}^{(1)}(t) (v_j(t) - u_j(t)) \quad (i \in I_0). \quad (10)$$

Співвідношення (10) замінимо такою рівністю:

$$w_i'(t) = \sum_{j \in I_0} l_{ij}^{(1)} w_j(t) + \delta_i(t),$$

де $w(t) = v(t) - u(t)$, $i \in I_0$, $t \in [t^*, t_2]$. Звідси, враховуючи виконання умови A_0 і припущення, отримуємо, що $w_i(t) \geq 0$ при $i \in I_0$, $t \in [t^*, t_2]$, що суперечить припущенню про те, що $w(t) < 0$ для $i \in I_0$, $t \in [t^*, t_2]$. Одержана суперечність доводить, що нерівність (9) виконується на всьому сегменті $[t_0, t_1]$.

Лема 2. Якщо виконується умова A_0 , то існує сегмент $[t_0, t_2]$, $t_0 < t_2 \leq t_1$, на якому розв'язок задачі (1), (2) єдиний.

Доведення. За такого припущення можна довести існування нижнього $y(t)$ і верхнього $z(t)$ неперервно диференційованих розв'язків задачі (1), (2) (див. [2], а також [3]). Для цього достатньо використати умову A_0 лише у тій її частині, яка стосується властивості (6). За умови A_0 та з означення нижнього і верхнього розв'язків випливає:

$$z'(t) - y'(t) = f(t, z(t)) - f(t, y(t)) \leq L_1(t)(z(t) - y(t)). \quad (11)$$

Позначивши $\omega(t) = z(t) - y(t)$, матимемо

$$\omega(t) = L_1(t)\omega(t) - \delta(t), \quad \omega(t_0) = 0,$$

де невідома функція $\sigma(t) = \{\sigma_1(t), \dots, \sigma_N(t)\}$, $\sigma_i(t) \geq 0$. Використовуючи (11) і класичні результати з теорії систем диференціальних нерівностей (див. [2-4]), отримуємо, що $\omega(t) \leq 0$, тобто $z_i(t) \leq y_i(t)$ ($i = \overline{1, N}$, $z \in [t_0, t_1]$). Зіставляючи одержану нерівність з означенням нижнього і верхнього розв'язків, робимо висновок, що $z_i(t) = y_i(t)$ ($i = \overline{1, N}$, $z \in [t_0, t_2]$). Лему доведено.

Теорема 1. Якщо виконано умови леми 1 та леми 2, то для єдиного неперервно диференційовного на $[t_0, t_1]$ розв'язку $x(t)$ задачі (1), (2) мають місце оцінки:

$$u(t) \leq x(t) \leq v(t) \quad (t \in [t_0, t_1]). \quad (12)$$

Доведення. З леми 1 та леми 2 випливають оцінки (12) хоча б для $t \in [t_0, t_2]$ ($t_0 < t_2 \leq t_1$). Можливість продовжити розв'язок $x(t)$ на $[t_2, t_1]$, якщо $t_2 < t_1$, можна обґрунтувати традиційним способом (див. напр., [2]). При цьому істотно використовуються співвідношення (8).

Умовою B_0 назвемо припущення про те, що із співвідношення (5) випливає нерівність

$$f(t, y) \leq f(t, y^{[z]}), \quad (13)$$

а також існує неперервна при $t \in [t_0, t_1]$ матрична функція $L_2(t) = \{l_{ij}^{(2)}(t)\}_{i,j=1,\overline{N}}$ з невід'ємними елементами $l_{ij}(t)$ при $i \neq j$, $t \in [t_0, t_1]$, для якої із співвідношення (5) випливає

$$L_2(t)(z - y) \leq f(t, z) - f(t, y). \quad (14)$$

Теорема 2. Нехай для неперервної за сукупністю аргументів при $t \in [t_0, t_1]$, $x \in S(x_0)$ функції $f(t, x)$ справджується умова B_0 та задані неперервно диференційовні при $t \in [t_0, t_1]$ функції $p(t), q(t)$, для яких маємо

$$\begin{aligned} p(t_0) &\leq x_0 \leq q(t_0), \\ p'(t) &< f(t, p(t)), \quad q'(t) > f(t, q(t)), \end{aligned} \quad (15)$$

де співвідношення $y < z$ означає, що $y_i < z_i \quad \forall i = \overline{1, N}$. Тоді для кожного неперервно диференційованого на $[t_0, t_1]$ розв'язку $x(t)$ задачі (1), (2) справджуються при $t \in [t_0, t_1]$ оцінки:

$$p(t) < x(t) < q(t). \quad (16)$$

Доведення. Для $t = t_0$ з припущення про те, що для деякого номера i маємо, наприклад, $p_i(t_0) = x_i(t_0)$, з умови (3) та умови B_0 випливає таке співвідношення:

$$\begin{aligned} x'(t_0) - p'(t_0) &> f(t_0, x(t_0)) - f(t_0, p(t_0)) = f(t_0, x(t_0)) - f(t_0, x^{[p]}(t_0)) + \\ &+ f(t_0, x^{[p]}(t_0)) - f(t_0, p(t_0)) \geq f(t_0, x^{[p]}(t_0)) - f(t_0, p(t_0)), \end{aligned}$$

тобто,

$$x'(t_0) - p'(t_0) > f_i(t_0, x^{[p]}(t_0)) - f_i(t_0, p(t_0)) \geq l_{ii}^{(2)}(t)(x_i(t_0) - p_i(t_0)) = 0.$$

Тому для цього індексу i знайдеться проміжок $(t_0, t_2]$, у якому $x_i(t) > p_i(t)$. Нехай нерівності (16) мають місце на деякому проміжку $[t_0, t_3]$. Без обмеження загальності, враховуючи скінченну розмірність простору \mathbb{R}^N , можна вважати, що $t_3 = t_2$ і $t_0 < t_2 \leq t_1$. Припустимо, що нерівності (16) справджуються не на всьому проміжку $[t_0, t_1]$, тобто $t_2 < t_1$. Якщо D_1 – множина таких $t \in [t_0, t_1]$, для яких нерівності (16) не мають місця, то існує $t^* = \inf D_1$, при цьому $t^* \in D_1$. Нехай I_1 – множина таких індексів i , для яких при $t = t^*$ маємо $x_i(t^*) = p_i(t^*)$. В такому випадку для кожного $i \in I_1$ за неперервністю отримуємо:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow +0} \frac{x_i(t^* - \Delta t) - p_i(t^* - \Delta t) - x_i(t^*) + p_i(t^*)}{\Delta t} = x_i'(t^*) - p_i'(t^*) \leq 0. \quad (17)$$

З іншого боку, для $i \in I_1$ з (3), (15) та умови B_0 отримуємо

$$\begin{aligned}
& x_i(t^*) - p_i(t^*) > f_i(t^*, x(t^*)) - f_i(t^*, p(t^*)) = \\
& = f_i(t^*, x(t^*)) - f_i(t^*, x^{[p]}(t^*)) + f_i(t^*, x^{[p]}(t^*)) - f_i(t^*, p(t^*)) \geq \\
& \geq f_i(t^*, x^{[p]}(t^*)) - f_i(t^*, p(t^*)) \geq -l_{ii}^{(2)}(t^*)(x_i(t^*) - p_i(t^*)) = 0.
\end{aligned}$$

Одержали нерівність $x_i(t^*) > p_i(t^*)$ для $i \in I_1$, що суперечить нерівності (17). Теорему доведено.

Як бачимо з доведення теореми 2, умову B_0 використано не в повному обсязі, тому її можна замінити слабшим припущенням.

Умовою B_0' назвемо припущення, що для кожної неперервно диференційованої функції f_i ($i = \overline{1, N}$) задана неперервна функція $l_{ii}^{(2)}(t)$, для якої із співвідношень (5) випливають нерівності (13) і (14) з діагональною матрицею $L_2(t) = \text{diag}\{l_{11}^{(2)}(t), \dots, l_{NN}^{(2)}(t)\}$.

У цьому випадку співвідношення (13), (14) мають місце для $l_{ij}^{(2)}(t) \equiv 0$ при $i \neq j$ ($i, j = \overline{1, N}, t \in [t_0, t_1]$). Можна вважати, що умови B_0 і B_0' рівносильні у тому розумінні, що у формулюванні теореми 2 заміна першої умови на другу зберігає істинність теореми.

Теорема 3. Нехай для неперервної за сукупністю аргументів при $t \in [t_0, t_1]$, $x \in S(x_0)$ функції $f(t, x(t))$ справджується умова B_0 . Якщо задача (1), (2) має єдиний неперервно диференційований при $t \in [t_0, t_1]$ розв'язок $x(t)$, то із співвідношення (7), (8) випливають оцінки

$$u(t) \leq x(t) \leq v(t) \quad (t \in [t_0, t_1]). \quad (18)$$

Доведення. Побудуємо ітераційний процес

$$\begin{aligned}
y_0(t) &= u(t), \quad y_{n+1}'(t) = f(t, y_n(t)), \quad y_{n+1}(t) = u_0, \\
z_0(t) &= v(t), \quad z_{n+1}'(t) = f(t, z_n(t)), \quad z_{n+1}(t) = v_0.
\end{aligned} \quad (19)$$

Методом математичної індукції доводимо, що із співвідношень (7), (8), (9) і умови B_0 випливають нерівності

$$y_n(t) \leq y_{n+1}(t), \quad z_{n+1}(t) \leq z_n(t) \quad t \in [t_0, t_1]. \quad (20)$$

Дійсно, нерівності (20) є очевидними при $n = 0$. Припустивши, що вони справджуються для $n \geq 0$, знаходимо

$$\begin{aligned}
& y_{n+2}(t) - y_{n+1}(t) = f(t, y_{n+1}(t)) - f(t, y_n(t)) = \\
& = f(t, y_{n+1}(t)) - f(t, y_{n+1}^{[y_n]}(t)) + f(t, y_{n+1}^{[y_n]}(t)) - f(t, y_n(t)) \geq \\
& \geq f(t, y_{n+1}^{[y_n]}(t)) - f(t, y_n(t)) \geq -\text{diag}\{l_{11}^{(2)}, \dots, l_{NN}^{(2)}\}(y_{n+1}^{[y_n]}(t) - y_n(t)) = 0.
\end{aligned} \quad (21)$$

Отже, $y_{n+2}'(t) - y_{n+1}'(t) \geq 0$, причому $y_{n+2}(t_0) = y_{n+1}(t_0) = u_0$. Тому очевидним є те, що $y_{n+2}(t) \geq y_{n+1}(t)$ при $t \in [t_0, t_1]$. У подібний спосіб

можна отримати, що з нерівності $z_{n+1}(t) \leq z_n(t)$ випливає нерівність $z_{n+2}(t) \leq z_{n+1}(t)$ при $t \in [t_0, t_1]$, що і завершує доведення нерівностей (20).

Із монотонності послідовностей $\{y_n(t)\}, \{z_n(t)\}$, побудованих з допомогою формул (20) і властивості компактності оператора Вольтерра

$$Tx = x_0 + \int_{t_0}^{t_1} f(s, x(s)) ds,$$

можна зробити висновок, що хоча б у деякому малому проміжку $[t_0, t_2]$, де $t_0 < t_2 \leq t_1$, кожна з послідовностей $\{y_n(t)\}, \{z_n(t)\}$ має неперервну граничну функцію $y^*(t)$ і $z^*(t)$ відповідно, причому кожна з них є неперервно диференційовним розв'язком задачі (1), (2). З єдиності цього розв'язку випливає, що $z^*(t) = y^*(t) = x(t)$ при $t \in [t_0, t_2]$. Беручи до уваги нерівності (20), можна вважати оцінки (18) доведеними для деякого проміжку, який, без обмеження загальності, ототожнюємо з проміжком $[t_0, t_2]$. При $t_2 < t_1$ застосовуємо класичний процес продовження розв'язку $x(t)$ і співвідношень (18) на деякий проміжок $[t_2, t_3]$, де $t_2 < t_3 \leq t_1$, оскільки розв'язок на $[t_0, t_1]$ існує і співвідношення (8) на цьому проміжку мають місце. Припустимо, що $t^* \in (t_0, t_1)$ є точною верхньою гранню множини значень таких t , для яких нерівності (18) справджуються і $t^* < t_1$. Позначимо через I_2 та I_3 відповідно сукупності таких індексів i , для яких правіше від t^* мають місце, наприклад, нерівності $u_i(t) > x_i(t)$, при $i \in I_2$ та $x_i(t) > v_i(t)$, при $i \in I_3$. Тоді позначимо:

$$\bar{u}_i(y) = \begin{cases} x_i(t), & t \in [t_0, t^*] \\ u_i(t), & t \in [t^*, t_1] \end{cases} \quad (i \in I_2), \quad (22)$$

$$\bar{v}_i(y) = \begin{cases} x_i(t), & t \in [t_0, t^*] \\ v_i(t), & t \in [t^*, t_1] \end{cases} \quad (i \in I_3). \quad (23)$$

Очевидною є неперервна диференційовність функцій $\bar{u}(t)$ та $\bar{v}(t)$ в околі точки $t = t^*$. Ці функції на сегменті $[t^*, t_1]$ задовольняють тим же умовам, що і функції $u(t)$ та $v(t)$ при $t \in [t_0, t_1]$. Тому можна застосувати ті ж міркування для проміжку, які були використані для обґрунтування співвідношень (18) при $t \in [t_0, t_2]$. Отже, існує таке t_3 ($t^* < t_3 \leq t_1$), що на сегменті $[t^*, t_3]$ справджуються оцінки (18). Це суперечить вибору t^* . Цим завершується обґрунтування можливості продовження оцінок (18) для $t \in [t_0, t_1]$. Теорему доведено.

Умовою \bar{B} назвемо припущення, за яким для функції $f(t, x(t))$ задана матрична функція

$$\bar{L}_1(t) = \text{diag} \{l_{11}^{(1)}(t), \dots, l_{NN}^{(1)}(t)\}$$

з неперервними невід'ємними при $t \in [t_0, t_1]$ функціями $l_{ii}^{(1)}(t)$ ($i = \overline{1, N}$), для якої із співвідношень $y \leq z$, де $t \in [t_0, t_1]$, $y, z \in S(x_0)$ випливає така нерівність:

$$f(t, z) - f(t, y) \leq \bar{L}_1(t)(z - y).$$

Оскільки можна вважати, що $L_1(t) = \{l_{ij}(t)\}_{i,j=\overline{1,N}}$, де $l_{ij}(t) \equiv 0$ при $i \neq j$, $i, j = \overline{1, N}$, $t \in [t_0, t_1]$, то умова \bar{B} означає, зокрема, що

$$f(t, y) \geq f(t, z^{[y]}) \quad (y \leq z, \quad y, z \in S(x_0), \quad t \in [t_0, t_1]).$$

Теорема 4. Нехай для неперервної за сукупністю аргументів функції $f(t, x(t))$ при $x \in S(x_0)$, $t \in [t_0, t_1]$ справджується умова \bar{B} , задача (1), (2) має неперервно диференційовний при $t \in [t_0, t_1]$ розв'язок, а задача

$$y'(t) = f(t, z(t)), \quad z'(t) = f(t, y(t)), \quad z(t_0) = y(t_0) = x_0$$

має єдиний розв'язок $(y(t), z(t))$ з неперервно диференційовними при $t \in [t_0, t_1]$ компонентами $y(t), z(t)$. Тоді із співвідношень

$$u'(t) \leq f(t, v(t)), \quad v'(t) \geq f(t, u(t)), \quad u(t_0) \leq x_0 \leq v(t_0)$$

впливають оцінки (18) для єдиного неперервно диференційовного на $[t_0, t_1]$ розв'язку $x(t)$ задачі (1), (2).

Доведення. Побудуємо послідовності $\{y_n(t)\}, \{z_n(t)\}$ за допомогою формул:

$$\begin{aligned} y_0(t) &= u(t), \quad y'_{n+1} f(t, z_n(t)), \quad y_{n+1}(t_0) = u(t_0), \\ z_0(t) &= v(t), \quad z'_{n+1} f(t, y_n(t)), \quad z_{n+1}(t_0) = v(t_0). \end{aligned}$$

З цих формул та умови \bar{B} можна отримати співвідношення (20), враховуючи, що замість (21) матимемо

$$\begin{aligned} y'_{n+2}(t) - y'_{n+1}(t) &= f(t, z_{n+1}(t)) - f(t, z_n(t)) \geq \\ &\geq -\text{diag} \{l_{11}^{(1)}(t), \dots, l_{NN}^{(1)}(t)\} (z_n(t) - z_{n+1}(t)) = 0. \end{aligned}$$

Тому маємо нерівність $y_{n+2}(t) \geq y_{n+1}(t)$. У такий само спосіб одержуємо, що $z_{n+2}(t) \leq z_{n+1}(t)$. Тому на підставі принципу математичної індукції робимо висновок про виконання співвідношення (20) для всіх $n = 0, 1, \dots, t \in [t_0, t_1]$.

Використовуючи компактність операторів, породжених правими частинами рівностей

$$T_1 y = v(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} f(s, y(s)) ds, \quad T_2 z = u(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} f(s, z(s)) ds,$$

можна, як і при доведенні попередньої теореми, зробити висновок про достовірність оцінок (18) хоча б на деякому, меншому за $[t_0, t_1]$, сегменті $[t_0, t_2]$. Знову використаємо такі ж міркування, до яких вдавались при обґрунтуванні можливості продовжити оцінки (18) на весь проміжок $[t_0, t_1]$ в доведенні теореми 3, використовуючи (22), (23). Обмежившись цими зауваженнями, вважатимемо доведення теореми завершеним.

Теорему 4 можна вважати деяким аналогом теореми 3, однак вона містить істотні відмінності від теореми 3. При $N = 1$ з наведених тут теорем отримуються результати [1].

Література

1. Копач М.І. Диференціальні нерівності з односторонньою ліпшицієвістю / М.І. Копач, А.Ф. Обшта, Б.А. Шувар // Карпатські математичні публікації. – 2009. – Т. 1, №1. – С. 59-64.
2. Курпель Н.С. Двусторонние операторные неравенства и их применение / Н.С. Курпель, Б.А. Шувар. – К.: Наукова думка, 1980. – 272 с.
3. Двусторонні наближені методи / Б.А. Шувар, М.І. Копач, С.М. Ментинський, А.Ф. Обшта. – Івано-Франківськ: В-во ПНУ ім. Василя Стефаника, 2007. – 515 с.
4. Rabzuk R. Elementy nierównosci różniczkowych / R.Rabzuk. – Warszawa, PWN, 1976. – 276 s.

Стаття надійшла до редакційної колегії 07.07.2010 р.

*Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором,
член-кореспондентом НАН України Пташником Б.Й.*

SYSTEMS DIFFERENTIAL INEQUALITIES WITH ONE-SIDE LIPSCHITZ RIGHT PARTS

M. I. Kopach¹, A. F. Obshta², B. A. Shuvar

¹*PreCarpathian National University named after Vasyl Stefanik;*

76000, Ivano-Frankivsk, st. Shevchenka, 57;

e-mail: kopachm2009@gmail.com

²*National University "Lvivska Politechnika";*

79013, Lviv, st. S. Bander, 12

Some theorems on two-side estimations of solutions of ordinary differential equations systems with weaker than the Lipschitz conditions assumptions are established.

Key words: *differential inequalities, on-side Lipschitz condition, vector function.*

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗБІЖНОСТІ МЕТОДІВ ІТЕРАТИВНОГО АГРЕГУВАННЯ

Б. А. Шувар¹, М. І. Копач², А. Ф. Обшта¹, Г. В. Наконечна¹

¹Національний університет “Львівська політехніка”;

79013, м. Львів, вул. С.Бандери, 12

²Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника;

76000, м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57;

e-mail: kopachm2009@gmail.com

Встановлено достатні умови збіжності одного класу методів ітеративного агрегування для лінійних рівнянь з обмеженими операторами. Ці умови не містять вимог про знакосталість оператора і не потребують, щоб був меншим від одиниці його спектральний радіус.

Ключові слова: *декомпозиція, ітеративне агрегування, лінійне рівняння, оператор.*

Досягнення комп'ютерних технологій стимулюють створення і дослідження нових і докладніше вивчення відомих у прикладних науках проблем, сформульованих, зокрема, у вигляді математичних моделей реальних задач і явищ. Для багатьох математичних задач, що нерідко вважалися непіддатними для докладного кількісного, чи бодай часткового якісного аналізу, зручними і ефективними виявилися різні способи декомпозиції. Як зазначено в [1, ст. 5], “при формалізації складних процесів і явищ у багатьох прикладних галузях трапляються задачі, у яких кількість змінних і зв'язків вимірюється ... багатьма тисячами”. Виникає потреба у методах декомпозиції, щоб “на їх основі будувати числові алгоритми з організацією паралельних обчислень” [1, ст. 7]. Це дає змогу застосовувати багатопроекторний режим для обчислювальних процесів, зокрема, за допомогою методів ітеративного агрегування (див., на пр.[1,2]). Вони виникли у математичній економіці для наближеного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь високої розмірності, порядок яких може досягати $10^5 \div 10^6$ рівнянь і невідомих, які трапляються, наприклад, у задачах міжгалузевого балансу (див. [3,4], а також [2, ст. 158]). В [5, ст. 30] йдеться про можливість застосування цих методів у математичних моделях біологічних систем у зв'язку з проблемою синергій, що стосується узгодженості руху частин живих організмів.

Як засвідчують численні приклади, методи ітеративного агрегування у застосуванні до систем лінійних алгебраїчних рівнянь вигляду

$$x = Ax + b \quad (1)$$

можуть збігатися як при $\rho(A) < 1$, так і при $\rho(A) > 1$.

У найпростішому однопараметричному випадку метод однопараметричного ітеративного агрегування можна описати як ітераційний процес

$$x^{(n+1)} = \frac{(\varphi, x^{(n+1)})}{(\varphi, x^{(n)})} Ax^{(n)} + b, \quad (2)$$

де $A: E \rightarrow E$, $b \in E$, (φ, x) – значення лінійного функціоналу φ на елементах $x \in E$, E – банахів простір, A – лінійний неперервний оператор. Формули (2) є еквівалентним записом відповідного однопараметричного методу ітеративного агрегування із [3], що випливає з можливості отримання із (2) рівності

$$(\varphi, x^{(n+1)}) = \frac{(\varphi, x^{(n+1)})}{(\varphi, x^{(n)})} (\varphi, Ax^{(n)}) + (\varphi, b),$$

з якої знаходимо, що (2) можна записати у вигляді

$$x^{(n+1)} = \frac{(\varphi, b)}{(\varphi, x^{(n)} - Ax^{(n)})} Ax^{(n)} + b,$$

тотожному з виглядом ітераційної формули (19.4) із [2, ст. 156]. Встановлені в [3] достатні умови збіжності однопараметричного методу ітеративного агрегування у застосуванні до випадку, коли $E = \mathbb{R}^N$ є евклідовим простором розмірності N , означають, що елементи a_{ij} матриці $A = \{a_{ij}\}$ та компоненти b_i вільного члена $b = \{b_1, \dots, b_N\}$ є невід'ємними дійсними числами та містять вимогу $\rho(A) < 1$. При цьому постулюється також невід'ємність компонент φ_i вектора $\varphi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_N\}$, вибраного довільним чином. Формулювання і обґрунтування цього результату для однопараметричного методу ітеративного агрегування в термінах банахового простору E базується в [3] на понятті фокусу чого оператора. Аналоги поняття фокусу чого оператора, придатні для поширення зазначеного результату із [2] на багатопараметричні методи ітеративного агрегування, в [2] не наведені. Запропонована в [6] методика дослідження методів ітеративного агрегування не використовує поняття фокусу чого оператора. Ця методика придатна як для однопараметричних, так і для багатопараметричних методів ітеративного агрегування і не вимагає знакосталості A та b . Отримані в [6] умови збіжності можуть справджуватися як при $\rho(A) < 1$, так і при $\rho(A) > 1$. В даному повідомленні використано методику із [6]. Вона застосована, зокрема, в [7, розділ XIII] для дослідження збіжності агрегаційно-ітеративного аналогу методу Я.Д. Мамедова (див. [2, ст. 150]).

Для опису цієї методики скористаємось однопараметричним методом ітеративного агрегування, подавши (2) у вигляді

$$x^{(n+1)} = Ax^{(n)} + \frac{Ax^{(n)}}{(\varphi, x^{(n)})} \left((\varphi, x^{(n+1)}) - (\varphi, x^{(n)}) \right) + b. \quad (3)$$

Введемо позначення

$$a^{(n)} = \frac{Ax^{(n)}}{(\varphi, x^{(n)})} \quad (4)$$

і запишемо (3) як рівність

$$x^{(n+1)} = Ax^{(n)} + a^{(n)} \left((\varphi, x^{(n+1)}) - (\varphi, x^{(n)}) \right) + b, \quad (5)$$

маючи на увазі співвідношення

$$y^{(n+1)} = \lambda y^{(n+1)} - (\varphi, A_2 x^{(n)}) + \alpha^{(n)} (y^{(n)} - y^{(n+1)}) - (\varphi, b). \quad (6)$$

Тут $\lambda \neq 1$ – довільне дійсне число, $\varphi \in E^*$ – елемент простору E^* , який є спряженим до банахового простору E , $b \in E$. Припустимо, що лінійні неперервні оператори $A : E \rightarrow E$, $A_2 : E \rightarrow E$, а також лінійний неперервний оператор $A_1 : E \rightarrow E$ задовольняють співвідношенню:

$$A_1^* \varphi = \lambda \varphi, \quad A_2 = A - A_1, \quad (7)$$

де A_1^* – спряжений до A_1 оператор. Числа $\alpha^{(n)}$ означимо за допомогою формули

$$\alpha^{(n)} = - \frac{(\varphi, A_2 x^{(n)})}{(\varphi, x^{(n)})}, \quad (8)$$

а число $y^{(0)}$ визначимо з рівності

$$(\varphi, x^{(0)}) + y^{(0)} = 0. \quad (9)$$

Тоді, можна вважати також, що замість рівняння (1) йдеться про розгляд системи рівнянь, утвореної приєднанням до (1) скалярного рівняння

$$y = \lambda y - (\varphi, A_2 x) - (\varphi, b). \quad (10)$$

Цим створюється ситуація, коли простір E , в якому розглядаємо рівняння (1), “занурюємо” в простір $\mathcal{E} = E \times \mathbb{R}^1$, у якому розглядатимемо систему рівнянь (1), (10), де \mathbb{R}^1 – множина дійсних чисел. Кілька очевидних фактів виправдовують заміну ітераційної формули (2) записом ітераційного процесу у вигляді (5), (6) та дають підставу для використання можливості поширити намічену для однопараметричного випадку схему дослідження на багатопараметричну ситуацію, а також дослідити з єдиних позицій не лише методи ітеративного агрегування, а й інші відомі і нові ітераційні методи, конструюючи їх на основі агрегаційного принципу (див., зокрема, [7, розділ XIII]). Для таких методів природно використовувати термін “агрегаційно-ітеративні методи”, ма-

ючи на увазі аналогії з терміном “проекційно-ітеративні методи” А.Ю. Лучки та М.С. Курпеля та із терміном “проекційно-сіткові методи” Г.І. Марчука. Деякі, корисні у подальшому викладі факти, виокремимо у вигляді наступних лем.

Лема 1. Якщо $a^{(n)}$ та $\alpha^{(n)}$ означені формулами (4) та (8) відповідно і справджуються співвідношення (7), то мають місце рівності

$$(\varphi, a^{(n)}) + \alpha^{(n)} = \lambda, \quad (n = 0, 1, \dots). \quad (11)$$

Доведення. Із (4), (7), (8) випливає

$$\begin{aligned} (\varphi, a^{(n)}) + \alpha^{(n)} &= \frac{(\varphi, Ax^{(n)})}{(\varphi, x^{(n)})} - \frac{(\varphi, A_2x^{(n)})}{(\varphi, x^{(n)})} = \frac{(\varphi, A_1x^{(n)})}{(\varphi, x^{(n)})} + \frac{(\varphi, A_2x^{(n)})}{(\varphi, x^{(n)})} - \\ &- \frac{(\varphi, A_2x^{(n)})}{(\varphi, x^{(n)})} = \frac{(\varphi, A_1^*x^{(n)})}{(\varphi, x^{(n)})} = \lambda \frac{(\varphi, x^{(n)})}{(\varphi, x^{(n)})} = \lambda, \end{aligned}$$

що й потрібно було довести.

Лема 2. Нехай справджуються умови леми 1, тобто маємо співвідношення (4), (7), (8). Якщо $x^{(0)}, y^{(0)}$ задовольняють рівності (9), то для послідовностей $\{x^{(n)}\}, \{y^{(n)}\}$, утворених за допомогою ітераційного процесу (5), (6), має місце рівність

$$(\varphi, x) + y = 0 \quad (12)$$

при $x = x^{(n)}, y = y^{(n)}$ для $n = 0, 1, \dots$

Доведення. Використовуючи індукцію та лему 1, із співвідношень (5), (6) одержуємо

$$\begin{aligned} (\varphi, x^{(n+1)}) + y^{(n+1)} &= (\varphi, A_1x^{(n)}) + (\varphi, A_2x^{(n)}) + (\varphi, a^{(n)})(y^{(n)} - y^{(n+1)}) + (\varphi, b) + \\ &+ \lambda y^{(n+1)} - (\varphi, A_2x^{(n)}) + \alpha^{(n)}(y^{(n)} - y^{(n+1)}) - (\varphi, b) = (A_1^* \varphi, x^{(n)}) + \\ &+ y^{(n+1)}(\lambda - (\varphi, a^{(n)} + \alpha^{(n)})) + y^{(n)}(\lambda - (\varphi, a^{(n)} + \alpha^{(n)})) = \lambda((\varphi, x^{(n)}) + y^{(n)}) = 0, \end{aligned}$$

оскільки, згідно з принципом індукції, рівність (12) для $x = x^{(n)}, y = y^{(n)}$ справджується за припущенням.

Означимо множину ε_0 як сукупність таких $x \in E, y \in \mathbb{R}^1$, для яких має місце рівність (12). Множина ε_0 є лінійним підпростором простору $\varepsilon = E \times \mathbb{R}^1$, який можна вважати банаховим простором, якщо в E ввести норму пари $\{x, y\} = z \in \varepsilon$ як норму вектора $\{\|x\|, |y|\}$, наприклад, приймаючи за цю норму евклідову норму вектора $\{\|x\|_E, |y|\}$, де $\|\cdot\|_E$ – норма в просторі E , $|\cdot|$ – абсолютна величина дійсного числа.

Лема 3. Якщо $\lambda \neq 1$ і справджуються рівності (7), то для розв'язку $\{x^*, y^*\} \in \mathcal{E}$ системи рівнянь

$$x = A_1 x + A_2 x + b, \quad (13)$$

$$y = \lambda y - (\varphi, A_2 x) - (\varphi, b) \quad (14)$$

має місце співвідношення $\{x^*, y^*\} \in \mathcal{E}_0$ (тут (13) збігається з (1), оскільки маємо на увазі співвідношення (7)).

Доведення. Рівності (13), (14) і (7) приводять до співвідношень $(\varphi, x^*) + y^* = (\varphi, A_1 x^*) + (\varphi, A_2 x^*) + (\varphi, b) + \lambda y^* - (\varphi, A_2 x^*) - (\varphi, b) = (A_1^* \varphi, x^*) + \lambda y^* = \lambda ((\varphi, x^*) + y^*)$.

Оскільки $\lambda \neq 1$, то звідси випливає рівність $(\varphi, x^*) + y^* = 0$, що й потрібно було довести.

Наступне твердження є наслідком попередніх лем.

Лема 4. Нехай справджуються рівності (4), (7), (8), $\lambda \neq 1$ і $\{x^{(0)}, y^{(0)}\} \in \mathcal{E}_0$. Тоді для розв'язку $\{x^*, y^*\}$ систем (13), (14) і послідовностей $\{x^{(n)}\}, \{y^{(n)}\}$, утворених за допомогою алгоритму (5), (6), мають місце співвідношення

$$(\varphi, x^{(n)} - x^*) + (y^{(n)} - y^*) = 0 \quad (n = 0, 1, \dots). \quad (15)$$

Завдяки (15) для оцінки збіжності послідовності $\{x^{(n)}\}$, утвореної за допомогою (5), (6), можна скористатися рівністю

$$x^{(n+1)} - x^* = A(x^{(n)} - x^*) - \frac{a^{(n)}}{1 - \lambda + \alpha^{(n)}} (A_2^* \varphi + (1 - \lambda) \varphi, x^{(n)} - x^*), \quad (16)$$

якщо $1 - \lambda + \alpha^{(n)} \neq 0$ ($n = 0, 1, \dots$). При “вдалому” виборі $\lambda, \varphi, a^{(n)}, \alpha^{(n)}$, що входять в (16), збіжність послідовності $\{x^{(n)}\}$ до x^* можна забезпечити за умови, коли норма лінійного щодо $w = x^{(n)} - x^*$ оператора, породженого правою частиною (16), менша за одиницю як при $\rho(A) < 1$, так і при $\rho(A) > 1$. Як впливає з (16), вибір нульового оператора замість A_2 при $\alpha^{(n)} = 0$, ($n = 0, 1, \dots$) із врахуванням того факту, що при $\alpha^{(n)} = 0$ завдяки (11) будемо мати

$$(\varphi, a^{(n)}) = \lambda \quad (n = 0, 1, \dots),$$

гарантує збіжність послідовності $\{x^{(n)}\}$ до x^* при $a^{(n)} = \lambda \psi$ ($n = 0, 1, \dots, \psi \in E$) тоді, коли меншим за одиницю є спектральний радіус оператора $Aw - \psi(\varphi, w)$ як лінійного щодо w . Виокремимо випадок, коли простір E тотожний з евклідовим простором \mathbb{R}^N ,

φ є власним вектором оператора A_1^* , який збігається з A^* при нульовому операторові A_2 , а ψ є власним вектором оператора $A_1 = A$, що відповідають власному значенню λ . Нехай при $E = \mathbb{R}^N$ власне число $\lambda = \lambda_1$ є найбільшим за абсолютною величиною серед власних чисел $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ матриці A . Припускаючи, що його кратність дорівнює одиниці і що $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_N|$ та маючи на увазі, що в цьому випадку можна вважати φ – вектором рядком, а ψ – вектором стовпцем, рівність (16) можна подати як рівність

$$x^{(n+1)} - x^* = (A - \lambda_1 \psi \cdot \varphi)(x^{(n)} - x^*).$$

Тут добуток $\psi \cdot \varphi$ розуміємо як добуток матриці-стовпця ψ на матрицю-рядок φ . Цим встановлено такий результат.

Теорема 1. Нехай $E = \mathbb{R}^N$, $(\varphi, x^{(0)}) = \frac{(\varphi, b)}{1 - \lambda_1} = 0$, де λ_1 та φ і ψ є

власним числом та відповідно лівим і правим власними векторами матриці A . Тоді послідовність $\{x^{(n)}\}$, утворена за допомогою алгоритму (5), (6), збігається при $|\lambda_2| < 1$ не повільніше за геометричну прогресію зі знаменником $q = |\lambda_2|$.

Доведення стає очевидним, якщо зауважити, що за цієї ситуації рівняння (10) зводиться до рівності $y = -\frac{(\varphi, b)}{1 - \lambda_1}$ і із (6) випливає, що

$y^{(n)} = \frac{(\varphi, b)}{1 - \lambda}$ ($n = 0, 1, \dots$). При цьому очевидно також, що для спектрального радіуса $\rho(H)$ оператора $H = A - \lambda_1 \psi \cdot \varphi$ маємо $\rho(H) < 1$.

Зауважимо, що як випливає із (5) і шойно зазначеного, ітераційний процес (5), (6) перетворюється в метод послідовних наближень $x^{(n+1)} = Ax^{(n)} + b$ зі спеціальними вибором початкового наближення $x^{(0)} \in \varepsilon_0$, де ε_0 є підпростором розмірності 1 в \mathbb{R}^N .

Наведений результат щодо ситуації в $E = \mathbb{R}^N$ при зазначеному виборі $\lambda, \varphi, a^{(n)}, \alpha^{(n)}$ дає підстави сподіватися, що “вдалий” вибір, зокрема, λ і φ є тим кращим, чим кращими (в тому, чи іншому розумінні) наближеннями до найбільшого за абсолютною величиною власного числа λ_1 і відповідного йому власного елемента оператора A вибрані λ та φ .

Зауваження 1. У випадку $E = \mathbb{R}^N$, якщо $A\psi = \lambda\psi \cdot \varphi$, $A^*\varphi = \lambda\varphi \cdot \psi$, то вибір $a^{(n)} = \lambda\psi$ ($n = 0, 1, \dots$) мінімізує норму оператора, породженого правою частиною рівності (16). Довести це можна за допомогою методу найменших квадратів.

Не вдаючись до подробиць щодо оцінок збіжності алгоритму (5), (6), що ґрунтуються на рівності (16), звернемо увагу на те, що вибір $a^{(n)}$ та $\alpha^{(n)}$ за формулами (4) і (8) описує саме метод ітеративного агрегування в однопараметричному випадку. Однак при доведенні лем 2 і 3, які забезпечують рівності (15), котрим належить важлива роль при оцінці збіжності ітераційного процесу, рівності (4) і (8) не використовуються. Тому $a^{(n)}$ та $\alpha^{(n)}$ можна вибрати довільним чином, підпорядковуючи їх вимозі, щоб справджувалася рівність (11).

Розглянемо загальну ситуацію, вважаючи, що як і раніше, лінійний неперервний оператор $A: E \rightarrow E$ поданий як сума $A_1 + A_2$, тобто запишемо рівняння (1) у вигляді

$$x = A_1x + A_2x + b \quad (b \in E) \quad (17)$$

Вважатимемо, що задані лінійні неперервні оператори $\Lambda: E' \rightarrow E'$, $S: E \rightarrow E'$, $a^{(n)}: E \rightarrow E'$, $\alpha^{(n)}: E' \rightarrow E'$, де банахові простори E та E' можуть бути, взагалі кажучи, різними. Постулюємо рівності

$$SA_1 = \Lambda S, \quad (18)$$

$$Sa^{(n)} + \alpha^{(n)} = \Lambda \quad (n = 0, 1, \dots). \quad (19)$$

В банаховому просторі $\varepsilon = E \times E'$, в якому норму пари $z = \{x, y\}$ означатимемо, наприклад, як евклідову норму $\|z\|$ вектора $\{\|x\|_E, \|y\|_{E'}\}$, виокремимо підпростір ε_0 як сукупність пар $x \in E, y \in E'$, для яких маємо рівність

$$Sx + y = \theta', \quad (20)$$

де θ' – нульовий елемент в E' . У просторі ε розглядатимемо систему рівнянь, що складається з рівняння (17) і додаткового рівняння

$$y = \Lambda y - SA_2x - Sb. \quad (21)$$

Наступні три твердження є аналогами лем 2-4.

Лема 5. Нехай $\{x^*, y^*\}$ – розв'язок в просторі ε системи (17), (21).

Тоді $\{x^*, y^*\} \in \varepsilon_0$, якщо оператор $I' - \Lambda$ має обернений оператор $(I' - \Lambda)^{-1}$, де I' – одиничний оператор в E' .

Доведення. Справді, з (17), (21) випливає

$$Sx^* + y^* = SA_1x^* + SA_2x^* + Sb + \Lambda y^* - SA_2x^* - Sb = SA_1x^* + \Lambda y^*.$$

Звідси, завдяки (18) знаходимо $Sx^* + y^* = \Lambda(Sx^* + y^*)$. Існування оператора $(I' - \Lambda)^{-1}$ дає підстави зробити висновок, що $Sx^* + y^* = \theta'$.

Побудуємо ітераційний процес за формулами

$$x^{(n+1)} = A_1x^{(n)} + A_2x^{(n)} + b + a^{(n)}(y^{(n)} - y^{(n+1)}), \quad (22)$$

$$y^{(n+1)} = \Lambda y^{(n+1)} - SA_2x^{(n)} + a^{(n)}(y^{(n)} - y^{(n+1)}) - Sb. \quad (23)$$

За припущення, що при кожному $n = 0, 1, \dots$ існує обернений оператор $(I' - \Lambda + \alpha^{(n)})^{-1}$ послідовність $\{x^{(n)}, y^{(n)}\}$ означена.

Лема 6. Якщо $\{x^{(0)}, y^{(0)}\} \in \varepsilon_0$, то при кожному $n = 0, 1, \dots$ мають місце співвідношення $\{x^{(n)}, y^{(n)}\} \in \varepsilon_0$.

Доведення. З огляду на принцип індукції, знайдемо

$$\begin{aligned} Sx^{(n+1)} + y^{(n+1)} &= SA_1x^{(n)} + SA_2x^{(n)} + Sb + Sa^{(n)}(y^{(n)} - y^{(n+1)}) + \Lambda y^{(n+1)} - SA_2x^{(n)} + \\ &+ a^{(n)}(y^{(n)} - y^{(n+1)}) - Sb = SA_1x^{(n)} + (\Lambda - Sa^{(n)} - \alpha^{(n)})y^{(n+1)} - (Sa^{(n)} + \alpha^{(n)})y^{(n)}. \end{aligned}$$

Звідси, враховуючи (18) і (19), одержуємо

$$Sx^{(n+1)} + y^{(n+1)} = \Lambda(Sx^{(n)} + y^{(n)}).$$

Тому з припущення, що $\{x^{(n)}, y^{(n)}\} \in \varepsilon_0$, випливає $\{x^{(n+1)}, y^{(n+1)}\} \in \varepsilon_0$. Цим лему доведено.

Лема 7. Якщо $\{x^{(0)}, y^{(0)}\} \in \varepsilon_0$, то для всіх $n = 0, 1, \dots$ справджується рівність

$$S(x^{(n)} - x^*) + (y^{(n)} - y^*) = \theta^n. \quad (24)$$

Доведення зводиться до застосування лем 5 та 6.

При дослідженні збіжності ітераційного процесу (22), (23) вважаємо, що справджуються умови (18), (19) та припускаємо існування операторів $(I' - \Lambda + \alpha^{(n)})^{-1}$ ($n = 0, 1, \dots$), $(I' - \Lambda)^{-1}$, а також приймемо, що $\{x^{(0)}, y^{(0)}\} \in \varepsilon_0$, тобто, що справджуються умови лем 5-7.

Оскільки з (17), (21)-(23) випливають рівності

$$\begin{aligned} (I' - \Lambda + \alpha^{(n)})^{-1}(y^{(n+1)} - y^*) &= -SA_2(x^{(n+1)} - x^*) + \alpha^{(n)}(y^{(n+1)} - y^*), \\ (x^{(n+1)} - x^*) &= A_1(x^{(n)} - x^*) + A_2(x^{(n)} - x^*) + \\ &+ a^{(n)}(I' - \Lambda + \alpha^{(n)})^{-1}SA_2(x^{(n)} - x^*) + \\ &+ a^{(n)}(I' - \Lambda + \alpha^{(n)})^{-1}(I' - \Lambda)(y^{(n)} - y^*), \end{aligned} \quad (25)$$

то, ввівши позначення

$$H^{(n)}w = \begin{pmatrix} H_{11}^{(n)} & H_{12}^{(n)} \\ H_{21}^{(n)} & H_{22}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix},$$

$$H_{11}w_1 = \left[A_1 + A_2 + a^{(n)} \left(I' - \Lambda + \alpha^{(n)} \right)^{-1} SA_2 \right] w_1,$$

$$H_{12}w_2 = a^{(n)} \left(I' - \Lambda + \alpha^{(n)} \right)^{-1} (I' - \Lambda) w_2,$$

$$H_{21}w_1 = - \left(I' - \Lambda + \alpha^{(n)} \right)^{-1} SA_2 w_1,$$

$$H_{22}w_2 = \left(I' - \Lambda + \alpha^{(n)} \right)^{-1} \alpha^{(n)} w_2,$$

де $w = \{w_1, w_2\}^T$, T – символ транспонування, можна стверджувати наступне.

Теорема 2. Якщо $\|H^{(n)}\| \leq q \leq \varepsilon$, $n = 0, 1, \dots$, де $\|H^{(n)}\|$ – норма оператора $H^{(n)} : \varepsilon \rightarrow \varepsilon$, індукована нормою $\|\cdot\|$ в ε , то послідовність $\{x^{(n)}, y^{(n)}\}$, побудована за допомогою формул (22), (23), збігається до розв'язку $\{x^*, y^*\}$ системи (17), (21) не повільніше за геометричну прогресію зі знаменником q .

Рівності (24) в умовах і при обґрунтуванні теореми не фігурують. Завдяки (24) рівності (25) можна подати у вигляді

$$x^{(n+1)} - x^* = \left(\left[A_1 - a^{(n)} \left(I' - \Lambda + \alpha^{(n)} \right)^{-1} (I' - \Lambda) S \right] + \right. \\ \left. + \left[A_2 - a^{(n)} \left(I' - \Lambda + \alpha^{(n)} \right)^{-1} (I' - \Lambda) SA_2 \right] \right) (x^{(n)} - x^*). \quad (26)$$

Позначимо через $H_0^{(n)}$ оператор, породжений правою частиною рівності (26).

Теорема 3. Якщо

$$\|H^{(n)}\|_E \leq q_0 < 1 \quad (n = 0, 1, \dots), \quad (27)$$

то утворена за допомогою алгоритму (22), (23) послідовність $\{x^{(n)}\}$ збігається до розв'язку x^* рівняння (17) не повільніше за геометричну прогресію зі знаменником q_0 .

Доведення. Теорема 3 є наслідком теореми 2, тому для її доведення достатньо скористатися рівністю (26).

Закцентуємо увагу на наступному. Оператор $H_0^{(n)}$ можна подати у вигляді $H_0^{(n)} = H_1^{(n)} + H_2^{(n)}$, де

$$H_1^{(n)} = A_1 - a^{(n)} \left(I' - \Lambda + \alpha^{(n)} \right)^{-1} (I' - \Lambda) S, \\ H_2^{(n)} = A_2 + a^{(n)} \left(I' - \Lambda + \alpha^{(n)} \right)^{-1} (I' - \Lambda) SA_2. \quad (28)$$

Розглянемо ситуацію, за якої при $n = 0, 1, \dots$ оператори $\alpha^{(n)}$ є нульовими.

Теорема 4. Нехай $\alpha^{(n)}$ є нульовими операторами, а оператори $A_1, a^{(n)}, S$ зв'язані співвідношеннями

$$a^{(n)}S = A_1 \quad (n = 0, 1, \dots). \quad (29)$$

Якщо $\|H_2^{(n)}\|_E \leq q_2 < 1$, то послідовність $\{x^{(n)}\}$, побудована за формулами (22), (23), збіжна.

Доведення. Умова (29) і вибір за $\alpha^{(n)}$ нульових операторів означає, згідно з (28), $H_0^{(n)} = H_2^{(m)}$ ($n = 0, 1, \dots$). Тому в (27) замість q_0 можна взяти q_2 .

Приклад 1. Нехай оператор A можна подати у вигляді

$$A = \sum_{i=1}^N \lambda_i p_i \quad (N \leq \infty). \quad (30)$$

Будемо вважати, що

$$|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_{N_0}| \geq |\lambda_{N_0+1}| \geq \dots \geq |\lambda_N| \quad (31)$$

і λ_i ($i = \overline{1, N}$) є власними числами, а елементи φ_i ($i = \overline{1, N}$) – відповідними їм власними елементами оператора A^* , спряженого з A . Приймемо у (17)

$$A_1 = \sum_{i=1}^{N_0} \lambda_i p_i; \quad A_2 = \sum_{i=N_0+1}^N \lambda_i p_i.$$

Задля спрощень вважатимемо, що E – гільбертів простір, p_i є проекторами, які проектують простір E на попарно ортогональні підпростори E^i , кожен з яких має розмірність 1, числа λ_i вважатимемо дійсними. Як відомо, в такому разі $p_i^2 = p_i$ і $p_i p_j = 0$ при $i \neq j$. В цьому випадку приймемо, що

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{N_0}), \quad S = \{S_1, \dots, S_{N_0}\},$$

де рівності $S_i A x = (\varphi_i, A x) = (A^* \varphi_i, x) = \lambda_i (\varphi_i, x)$ відповідають співвідношенню (18). В рівностях (19) вважаємо, що $\alpha^{(n)}$ є нульовими операторами і рівності (19) записуватимемо у вигляді $S_i a^{(n)} = (\varphi_i, a_i^{(n)}) = \lambda_i$ ($i = \overline{1, N_0}$). Можна переконатися, що у цьому випадку рівність (20), якою означена множина ε_0 початкових наближень,

зводиться до рівностей $(\varphi_i, x) = \frac{(\varphi_i, b)}{1 - \lambda_i}$ ($i = \overline{1, N_0}$). Тому виправданим є

припущення, що $\lambda_i \neq 1$ ($i = \overline{1, N_0}$). Для гільбертового простору E в ситуації, коли A – самоспряжений оператор, припустимо, що $S A_2$ є нульовим оператором. Таким чином, для цього прикладу ітераційний про-

цес (22), (23) фактично описується за допомогою формул методу послідовних наближень

$$x^{(n+1)} = A_1 x^{(n)} + A_2 x^{(n)} + b \quad (n = 0, 1, \dots) \quad (32)$$

для рівняння (17) з початковим наближенням $x_0 \in \varepsilon_1$, де ε_1 означається як сукупність елементів $x \in E$, для яких мають місце рівності

$$(\varphi, x) = 0. \quad (33)$$

Як частковий випадок отримуємо такий результат.

Теорема 5. Нехай справджуються припущення (30), (31) і мають місце зазначені припущення щодо структури операторів $A_1, A_2, \Lambda, S, a^{(n)}, \alpha^{(n)}$ та чисел λ_i і проекторів p_i ($i = \overline{1, N}$) в гільбертовому просторі E . Якщо

$$\|A_2\| \leq q < 1 \quad (34)$$

і $x^{(0)}$ задовольняє рівності (33) при $x = x^{(0)}$, то метод послідовних наближень (32) збігається до розв'язку x^* рівняння (17) не повільніше від геометрично і прогресії із знаменником q .

Доведення. Можна переконатися, що для оператора $H_0^{(n)}$, застосувавши теорему 3, матимемо $H_0^{(n)} = A_2$ ($n = 0, 1, \dots$), бо, очевидно, що SA_2 є нульовим оператором і справджується рівність (33).

Зауваження 2. Умову (34) можна замінити вимогою $\rho(A_2) = |\lambda_{N_0+1}| < 1$.

Зауваження 3. Теорему 5 можна поширити з відповідними застереженнями на рівняння вигляду (17), коли оператор $A = A_1 + A_2$ не є самоспряженим, маючи на увазі, що весь попередній виклад можна подати в термінах, що допускають можливість розгляду комплексних λ_i .

Література

1. Цурков В.И. Декомпозиция в задачах большой размерности / В.И. Цурков. – М.: Наука, 1981. – 351 с.
2. Красносельский М.А. Пизитивные линейные системы / М.А. Красносельский, Е.А. Лифшиц, А.В. Соболев. – М.: Наука, 1985. – 255 с.
3. Дудкин Л.М. Межотраслевой баланс и материальные балансы отдельных продуктов / Л.М. Дудкин, С.Б. Ершов // Плановое хозяйство. – 1965. – №5. – С. 59-63.
4. Итеративное агрегирование и его применение в планирование; Под ред. Л.М. Дудкина. – М.: Экономика, 1979. – 328 с.
5. Фомин С.В. Математические проблемы в биологии / С.В. Фомин, М.Б. Беркенблит. – М.: Наука, 1973. – 200 с.
6. Шувар Б.А. О сходимости многопараметрических вариантов метода итеративного агрегирования / Б.А. Шувар // Вестник Львовского политехнического института. – 1989. – Т.232. – С. 140-142.

7. Двосторонні наближені методи / Б.А. Шувар, М.І. Копач, С.М. Ментинський, А.Ф. Обшта. – Івано-Франківськ: ВДВЦІТ, 2007. – 515 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 07.07.2010 р.

*Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором,
член-кореспондентом НАН України Пташником Б.Й.*

INVESTIGATIONS OF CONVERGENCE OF METHODS OF DECOMPOSITION

В. А. Shuvar¹, М. І. Kopach², А. F. Obshta¹, М. І. Nakonechna¹

¹*National University "Lvivska Politechnika";
79013, Lviv, st. S. Bandery, 12*

²*PreCarpathian National University named after Vasyl Stefanyk;
76000, Ivano-Frankivsk, st. Shevchenka, 57;
e-mail: kopachm2009@gmail.com*

Some sufficient conditions of convergence of a class of methods of decomposition for linear equations with bounded operators are established. These condition does not require neiser fixed sign of the operator or bounds for the operator spectral radius.

Key words: *decomposition, methods of decomposition, linear equations, operators.*

СТРУКТУРА ДЕФЕКТНИХ ВЕКТОРІВ ДЛЯ ПРИЄДНАНИХ ЦІЛИХ КРИВИХ

Я. І. Савчук

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

Показано, що структура дефектних векторів для приєднаної цілої кривої скінченного порядку децю інша, ніж для звичайної цілої кривої скінченного порядку.

Ключові слова: *ціла крива, спеціальний вектор, приєднана ціла крива, неванліннівський дефектний вектор, мероморфна функція.*

В даній роботі використовуються основні результати теорії цілих кривих, а також позначення, використані в [1] та [2].

Вектор $\vec{b} \in \mathbf{C}^q$, де $q = C_p^l$, називається *спеціальним*, якщо існують вектори $\vec{b}_j = (b_{j_1}, b_{j_2}, \dots, b_{j_p}) \in \mathbf{C}^p$, $j = 1, 2, \dots, l$, такі що $\vec{b}_j = [\vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots, \vec{b}_l]$; останній символ означає вектор з координатами

$$\begin{pmatrix} b_{1_{j_1}} & b_{1_{j_2}} & \dots & b_{1_{j_l}} \\ b_{2_{j_1}} & b_{2_{j_2}} & \dots & b_{2_{j_l}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{l_{j_1}} & b_{l_{j_2}} & \dots & b_{l_{j_l}} \end{pmatrix}, \quad 1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_l \leq p.$$

Нехай $\vec{G}(z) = (g_1(z), g_2(z), \dots, g_p(z))$ – ціла крива.

Відповідно до [3], [4], під *приєднаною* цілою кривою порядку $l-1$, де $l \leq p$, розуміємо q – мірну цілу криву

$$\vec{G}_l(z) = [\vec{G}(z), \vec{G}'(z), \dots, \vec{G}^{(l-1)}(z)],$$

де $\vec{G}^{(s)}(z) = (g_1^{(s)}(z), g_2^{(s)}(z), \dots, g_p^{(s)}(z))$.

Відомо [4], що нерівність

$$T(r, \vec{G}_l) \leq \{l + o(1)\}T(r, \vec{G}), \quad r \rightarrow \infty$$

виконується поза множиною скінченної довжини, причому для цілих кривих скінченного порядку ця нерівність виконується повсюдно.

Згідно [5] та [6] можемо стверджувати, що $D(\vec{G}_l) \cup \{\emptyset\}$ є не більше ніж зліченим поєднанням підпросторів із \mathbf{C}^q розмірності не вище $q-1$ у випадку $\rho(\vec{G}) < \infty$. Однак, із того, що не кожна ціла крива з \mathbf{C}^q є приєднаною для деякої p -мірної цілої кривої, випливає, як ми нижче побачимо, що не для кожного, не більше ніж зліченного об'єднання підпрос-

торів із C^q розмірності не вище $q-1$ знайдеться p -мірна ціла крива \vec{G} , така що $D(\vec{G}_l) \cup \{\vec{0}\}$ збігається з цим об'єднанням.

Лема. Нехай \vec{G} – p – мірна ціла крива, $A \subset C^q$, де $q = C_p^l$, $1 \leq l \leq p-1$ – підпростір з $\dim A \leq q-1$; B – ортогональне доповнення до A . Припустимо, що для довільного $\vec{a} \in A \setminus \{\vec{0}\}$ виконується умова $\delta(\vec{a}, \vec{G}_l) > 0$. Тоді існує хоча б один спеціальний вектор $\vec{b} \in B \setminus \{\vec{0}\}$.

Слід зауважити, що не для кожного підпростору B існує спеціальний вектор $\vec{b} \in B \setminus \{\vec{0}\}$. Як впливає з означення спеціального вектора, він є представленням p -мірних векторів $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots, \vec{b}_l$, тобто визначається pl комплексними числами. Тому неважко вказати підпростір розмірності $C_p^l - lp - 1$, який не містить спеціальних векторів, відмінних від нульового.

Д о в е д е н н я. Зауважимо, що якщо вектор $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_q)$ – спеціальний, то спеціальним буде і вектор $\vec{b}^* = (\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_q)$. Для зручності ми доведемо існування такого вектора $\vec{b} \in B \setminus \{\vec{0}\}$, що вектор \vec{b}^* – спеціальний.

Нехай $\dim A = s$. Виберемо лінійно незалежні вектори $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_s$ із A і розглянемо вектор-функцію $\vec{G}^*(z) = (\vec{G}_1(z) \cdot \vec{a}_1, \vec{G}_1(z) \cdot \vec{a}_2, \dots, \vec{G}_1(z) \cdot \vec{a}_s)$. Розглянемо $\Phi(z)$ – мероморфну функцію без нулів, полюсами якої є спільні нулі функцій $\vec{G}_1(z) \cdot \vec{a}_1, \vec{G}_1(z) \cdot \vec{a}_2, \dots, \vec{G}_1(z) \cdot \vec{a}_s$. Тоді $\vec{G}_1^*(z) = \vec{G}^*(z) \cdot \Phi(z)$ – s -мірна ціла крива.

Покажемо, що існує $\delta > 0$, таке що

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \|\vec{G}^*(re^{i\varphi})\| d\varphi = T(r, \vec{G}_1^*) + N(r, \Phi) \leq \{1 - \delta + o(1)\} T(r, \vec{G}), \quad r \rightarrow \infty. \quad (1)$$

Дійсно, ми можемо вибрати вектор $\vec{\lambda} = (\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_s) \in C^s$, такий що

$$m(r, \vec{\lambda}, \vec{G}_1) = o\{T(r, \vec{G}_1)\}, \quad r \rightarrow \infty. \quad (2)$$

З іншого боку, $\vec{a} = \lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_s \vec{a}_s \in A$, тому $\delta(\vec{a}, \vec{G}_1) = \delta > 0$.

Тоді

$$m(r, \vec{a}, \vec{G}_1) \geq \{\delta + o(1)\} T(r, \vec{G}_1), \quad r \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Очевидно, $\vec{G}_1(z) \cdot \vec{a} = \vec{G}_1^*(z) \cdot \vec{\lambda} / \Phi(z)$, звідки

$N(r, \vec{a}, \vec{G}_1) = N(r, \vec{\lambda}, \vec{G}_1^*) + N(r, \Phi)$, і згідно першої основної теореми для цілих кривих, маємо

$$T(r, \vec{G}_1) - m(r, \vec{a}, \vec{G}_1) = T(r, \vec{G}_1^*) - m(r, \vec{\lambda}, \vec{G}_1^*) + N(r, \Phi) + O(1), \quad r \rightarrow \infty.$$

Підставляючи в цю рівність (2) та (3), отримаємо (1).

З (1) випливає, що

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \frac{\|\vec{G}(re^{i\varphi})\|}{\|\vec{G}_l(re^{i\varphi})\|} d\varphi \leq \{-\delta + o(1)\} T(r, \vec{G}_l), \quad r \rightarrow \infty.$$

Оскільки $T(r, \vec{G}_l) \rightarrow \infty$, $r \rightarrow \infty$, то існує функція $\varphi = \varphi(r)$, така що

$$\frac{\|\vec{G}(re^{i\varphi(r)})\|}{\|\vec{G}_l(re^{i\varphi(r)})\|} \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Оскільки для довільного вектора $\vec{a} \in A$ існує вектор $\vec{\lambda} = (\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2, \dots, \vec{\lambda}_s) \in C^s$, такий що $|\vec{G}_l(z) \cdot \vec{a}| = |\vec{G}_l^*(z) \cdot \vec{\lambda}| \leq \|\vec{G}_l^*(z)\| \cdot \|\vec{\lambda}\|$, то з (4) випливає, що

$$\frac{\|\vec{G}(re^{i\varphi(r)}) \cdot \vec{a}\|}{\|\vec{G}_l(re^{i\varphi(r)})\| \cdot \|\vec{a}\|} \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty, \quad (5)$$

рівномірно по $\vec{a} \in A$.

Тепер подамо

$$\vec{G}_l(re^{i\varphi(r)}) = (\vec{a}(r) + \vec{b}(r)) \|\vec{G}_l(re^{i\varphi(r)})\|, \quad (6)$$

де $\vec{a}(r) \in A$, $\vec{b}(r) \in B$.

Оскільки $\|\vec{b}(r)\| \leq 1$, то існує послідовність $\{r_n\}_{n=1}^\infty$, $r_n \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$, така що $\lim_{n \rightarrow \infty} \vec{b}(r_n) = \vec{b}$. Позначимо коротко $\vec{b}(r_n) = \vec{b}_n$. Очевидно, $\vec{b} \in B$.

Оскільки, $\vec{a}(r) \perp \vec{b}(r)$, то, згідно з (5) та (6) робимо висновок, що $\vec{a}(r) \rightarrow 0$, $\|\vec{b}(r)\| \rightarrow 1$ при $r \rightarrow \infty$.

Тепер маємо:

$$\begin{aligned} |\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \cdot \vec{b}| &\geq |\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \cdot \vec{b}_n| - |\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \cdot (\vec{b} - \vec{b}_n)| \geq \\ &= |(\vec{a}(r_n) + \vec{b}_n) \cdot \vec{b}_n| \cdot \|\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)})\| - \|\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)})\| \cdot \|\vec{b} - \vec{b}_n\| = \\ &= \left(\|\vec{b}_n\|^2 - \|\vec{b} - \vec{b}_n\| \right) \cdot \|\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)})\|, \end{aligned}$$

звідки випливає, що

$$\frac{|\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \cdot \vec{b}|}{\|\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)})\| \cdot \|\vec{b}\|} \geq \|\vec{b}_n\|^2 - \|\vec{b} - \vec{b}_n\| \rightarrow 1, \quad n \rightarrow \infty.$$

Тоді, згідно тотожності

$$\sum |\alpha_i \beta_j - \alpha_j \beta_i|^2 + \sum |\alpha_i \beta_i|^2 = \sum |\alpha_i|^2 \cdot \sum |\beta_j|^2 \text{ отримуємо:}$$

$$\begin{aligned} \left[\left[\vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \cdot \vec{b}^* \right] \right]^2 &= \sum_{m < k} \left| g_{lm}(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \cdot \vec{b}_k - g_{lk}(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \cdot \vec{b}_m \right| \times \\ &\times \left\{ \sum_{m=1}^q \left| g_{lm}(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \right|^2 \cdot \sum_{m=1}^q \left| \vec{b}_k \right|^2 \right\}^{-1} \leq 1 - \frac{\left| \vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \cdot \vec{b} \right|}{\left\| \vec{G}_l(r_n e^{i\varphi(r_n)}) \right\| \cdot \left\| \vec{b} \right\|} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Звідси робимо висновок, що \vec{b}^* – спеціальний вектор. В протилежному випадку (див. [6, п.1]) було б $\left[\vec{x} \cdot \vec{b}^* \right] \geq \delta_l(\vec{b}^*) > 0$ для усіх спеціальних векторів \vec{x} , зокрема, для $\vec{x} = \vec{G}_l(z)$. Тим самим нашу лему доведено.

З доведеної леми і теореми А в [2] безпосередньо випливає такий результат.

Теорема. Нехай \vec{G} – ціла p -мірна крива скінченного порядку. Тоді ($1 \leq l \leq p-1$):

- 1) $D(\vec{G}_l) \cup \{\vec{0}\} = \bigcup_{j=-\infty}^{\infty} A_j$, де A_j – підпростори з C^q , де $q = C_p^l$, причому $0 \leq \dim A_j = q_j \leq q-1$;
- 2) для кожного j існує спеціальний вектор $\vec{b}_j \in C^q$, ортогональний до A_j .

Нам не вдалося в'яснити, чи підпростори A_j повинні задовольняти ще яким-небудь умовам.

Література

1. Петренко В.П. Целые кривые / В.П. Петренко. – Ч.: Вища школа, 1984. – 136 с.
2. Савчук Я.І. Про множину значень величин дефектів для цілої кривої скінченного порядку / Я.І. Савчук // Прик. вісник НТШ, Число. – 2009. – Вип.1(5). – С. 16-20.
3. Шабат Б.В. Распределение значений голоморфных отображений / Б.В. Шабат. – М.: Наука, 1982. – 288 с.
4. Weyl H. Meromorphic curves / H. Weyl, J. Weyl // Annals of math. – 1938. – Vol. 39. – P. 516-538.
5. Савчук Я.И. О множестве дефектных векторов целых кривых / Я.И. Савчук // Укр. мат. журн. – 1983. – Т. 35, № 3. – С. 385-389.
6. Савчук Я.И. Структура множества дефектных векторов целых и аналитических кривых конечного порядка / Я.И. Савчук // Укр. мат. журн. – 1985. – Т. 37, № 5. – С. 609-615.

Стаття надійшла до редакційної колегії 22.04.2010 р.

Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором Загороднюком А.В.

**STRUCTURE OF IMPERFECT VECTORS FOR THE ADDED
WHOLE CURVES****Y. I. Savchuk***Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;**76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpathians, 15;**ph. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

It is shown, that the structure of imperfect vectors for the added whole curve of scinchennogo order is some other, than for the ordinary whole curve of ending order.

Keywords: *whole curve, special vector, added whole curve, nevanlin-nivsciy imperfect vector, meromorfna function.*

УДК 51(075)

**ДЕЯКІ НЕСТАНДАРТНІ ЗАСТОСУВАННЯ
ТЕОРЕМИ КОСИНУСІВ****І. В. Федак**

*Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника;
76025, м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57;
e-mail: Fedak_ivan@rambler.ru*

Розглянуто декілька нестандартних підходів до розв'язування олімпіадних задач із використанням теореми косинусів

Ключові слова: математична олімпіада, теорема косинусів.

Зі шкільного курсу математики всім відома так звана теорема косинусів:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cos A,$$

де a, b, c – довжини сторін трикутника ABC .

На уроках математики часто обмежуються використанням записаної тут формули для знаходження сторони трикутника за двома іншими сторонами і кутом між ними.

У пропонованій вашій увазі статті ми проаналізуємо значно ширші можливості використання теореми косинусів при розв'язуванні задач, які доволі часто зустрічаються на математичних олімпіадах різних рівнів.

Насамперед проаналізуємо задачі на знаходження найменшого значення функцій вигляду

$$y = \sqrt{x^2 - ax + b^2} + \sqrt{x^2 - cx + d^2},$$

де a, b, c, d – додатні числа, причому $a < 2b, c < 2d$.

При розв'язуванні таких задач одразу напрошується скористатися похідною для дослідження функції на мінімум. Проте використання теореми косинусів приводить до успіху значно швидше.

Насамперед зауважимо, що всі такі функції набувають мінімуму за додатних значень x , тож представимо їх у вигляді

$$y = \sqrt{x^2 - 2bx \cdot \frac{a}{2b} + b^2} + \sqrt{x^2 - 2dx \cdot \frac{c}{2d} + d^2}.$$

Покладемо тепер

$$\frac{a}{2b} = \cos \varphi_1, \quad \frac{c}{2d} = \cos \varphi_2, \quad \varphi_1, \varphi_2 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$$

Далі, відкладемо на сторонах кута з вершиною O і величиною $\varphi_1 + \varphi_2$ відрізки $OM = b$ та $OK = d$. Нехай X – така точка всередині цього кута, що $\angle MOX = \varphi_1$, $\angle KOX = \varphi_2$, $OX = x$. Тоді з урахуванням теореми косинусів отримуємо

$$y = MX + KX \geq MK = \sqrt{b^2 - 2bd \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + d^2},$$

причому рівність тут досягається, якщо точка X лежатиме на відрізьку MK . Звідси випливає, що

$$\min y = \sqrt{b^2 - 2bd \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + d^2}.$$

Розглянемо приклади розв'язування конкретних задач таким способом:

Задача 1. Знайдіть найменше значення функції

$$y = \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - \sqrt{3}x + 1}.$$

Розв'язання. Зауваживши, що мінімум цієї функції може досягатися лише за додатних x . Розглянемо прямокутний трикутник ABC з катетами $AC = BC = 1$ та гіпотенузою $AB = \sqrt{2}$. Нехай точка X така, що $CX = x$, $\angle ACX = 60^\circ$, $\angle BCX = 30^\circ$. Тоді за теоремою косинусів отримаємо

$$y = AX + BX \geq AB = \sqrt{2}.$$

Оскільки рівність тут досягається, якщо точка X лежатиме на гіпотенузі AB , то число $\sqrt{2}$ є найменшим значенням даної функції.

Задача 2. Знайдіть найменше значення функції

$$y = \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - \sqrt{3}x + 3}.$$

Розв'язання. Знову бачимо, що мінімум цієї функції може досягатися лише при додатних x . Розглянемо трикутник ABC зі сторонами $AC = 1$, $BC = \sqrt{3}$ і кутом між ними $\angle ACB = 120^\circ$. За теоремою косинусів знайдемо довжину його третьої сторони

$$AB = \sqrt{1^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 120^\circ + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + \sqrt{3}}.$$

Виберемо точку X на бісектрисі кута ACB так, що $CX = x$. Тоді знову ж таки за теоремою косинусів отримаємо

$$y = AX + BX \geq AB = \sqrt{4 + \sqrt{3}},$$

причому рівність тут досягається, якщо точка X лежатиме на стороні AB . Тому найменшим значенням даної функції є $\sqrt{4 + \sqrt{3}}$.

Другий тип задач, пов'язаних з використанням теореми косинусів, полягає в розв'язуванні рівнянь вигляду

$$\sqrt{x^2 - ax + b^2} + \sqrt{x^2 - cx + d^2} = y_0,$$

де y_0 дорівнює мінімуму лівої частини цього рівняння. При цьому, крім теореми косинусів, доведеться мати справу ще й з іншими допоміжними геометричними міркуваннями.

Зрозуміло, що єдиним коренем цього рівняння буде довжина відрізка OX такого, що точка X лежить на стороні MK трикутника $МОК$ зі сторонами $OM = b$, $OK = d$ і кутом $\angle МОК = \varphi_1 + \varphi_2$, причому $\angle МОХ = \varphi_1$, $\angle КОХ = \varphi_2$.

Оскільки при цьому справедлива наступна рівність для площ трикутників

$$S_{\Delta МОК} = S_{\Delta МОХ} + S_{\Delta КОХ},$$

то x знайдемо з такого лінійного рівняння

$$\frac{1}{2}bd \sin(\varphi_1 + \varphi_2) = \frac{1}{2}bx \sin \varphi_1 + \frac{1}{2}dx \sin \varphi_2.$$

Отримуємо

$$x = \frac{bd \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{b \sin \varphi_1 + d \sin \varphi_2}.$$

Розглянемо конкретний приклад розв'язування такого рівняння.

Задача 3. Для додатних чисел a та b розв'яжіть рівняння

$$\sqrt{x^2 - ax + a^2} + \sqrt{x^2 - bx + b^2} = \sqrt{a^2 + ab + b^2}.$$

Розв'язання. Спочатку знайдемо додатні корені цього рівняння. Для цього розглянемо трикутник ABC зі сторонами $AC = a$, $BC = b$ і кутом між ними $\angle ACB = 120^\circ$. За теоремою косинусів знайдемо довжину його третьої сторони

$$AB = \sqrt{a^2 + ab + b^2}.$$

Виберемо точку X на бісектрисі кута ACB так, що $CX = x > 0$. Тоді з врахуванням теореми косинусів задане рівняння набуває вигляду

$$AX + BX = AB.$$

Зрозуміло, що остання рівність можлива лише тоді, коли точка X лежить на стороні AB . У такому разі з наступної рівності для площ:

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AXC} + S_{\Delta BXC}$$

$$\text{отримуємо} \quad \frac{1}{2}ab \sin 120^\circ = \frac{1}{2}ax \sin 60^\circ + \frac{1}{2}bx \sin 60^\circ,$$

$$\text{звідки знаходимо} \quad x = \frac{ab}{a+b}.$$

Далі зауважимо, що $x = 0$ не є коренем заданого рівняння. А для знаходження його від'ємних коренів продовжимо побудовану вище бісектрису кута ACB поза точку C , і відкладемо на такому продовженні точку X' таку, що $CX' = -x$. Оскільки X' не може лежати на відрізьку AB , то $AX' + BX' > AB$. Тому від'ємних коренів дане рівняння не має.

Теорема косинусів приходить на допомогу і при дослідженні деяких систем рівнянь. Наприклад, розглянемо таку задачу:

Задача 4. Доведіть, що система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4, \\ y^2 + yz + z^2 = 9, \\ z^2 + zx + x^2 = 36 \end{cases}$$

не має розв'язків у додатних чисел.

Розв'язання. Припустимо, що такі розв'язки існують. Тоді існують такі трикутники AOB , BOC , COA зі спільною вершиною O і кутами

120° при цій вершині, що жодні два з них не мають спільних внутрішніх точок і $OA = x$, $OB = y$, $OC = z$. Для цих трикутників із рівнянь системи за теоремою косинусів отримуємо: $AB = 2$, $BC = 3$, $CA = 6$. Але це не можливо, бо трикутника ABC з такими довжинами сторін не існує. Отримане протиріччя доводить, що задана система не має розв'язків у додатних числах x , y , z .

Узагальнюючи дану задачу, розглянемо систему рівнянь вигляду

$$\begin{cases} a^2x^2 - 2abxy \cos \varphi_1 + b^2y^2 = m^2, \\ b^2y^2 - 2bcyz \cos \varphi_2 + c^2z^2 = n^2, \\ c^2z^2 - 2cazx \cos \varphi_3 + a^2x^2 = k^2, \end{cases}$$

де a, b, c, m, n, k – додатні числа, $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\pi$. Міркуючи аналогічно, як при розв'язуванні задачі 4, приходимо висновку, що така система має і при тому єдиний розв'язок у додатних числах x, y, z тоді і тільки тоді, коли існує трикутник з довжинами сторін m, n, k .

Розглянемо конкретний приклад застосування такого узагальнення, в якому, крім теореми косинусів використовуємо й інші геометричні міркування:

Задача 5. Обчисліть значення виразу $P = xy + 2yz + 3zx$, якщо додатні числа x, y, z задовольняють систему рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + xy + \frac{y^2}{3} = 9, \\ \frac{y^2}{3} + z^2 = 16, \\ z^2 + zx + x^2 = 25. \end{cases}$$

Розв'язання. Розглянемо прямокутний трикутник ABC з катетами $AC = 3$, $BC = 4$ та гіпотенузою $AB = 5$ і точку M всередині цього трикутника таку, що $\angle AMC = 120^\circ$, $\angle BMC = 90^\circ$, $\angle AMB = 150^\circ$. Оскільки сума цих кутів становить 360° , то така точка існує, причому вона єдина. Позначимо $AM = x$, $BM = \frac{y}{\sqrt{3}}$, $CM = z$. З врахуванням теореми косинусів

отримуємо, що додатні числа x, y, z задовольняють записану вище систему рівнянь. Обчислюючи тепер площі трикутників ABM , BCM та CAM як половини добутків сторін на синус кута між ними, знаходимо, що

$$P = 4\sqrt{3} \cdot S_{\triangle ABM} + 4\sqrt{3} \cdot S_{\triangle BCM} + 4\sqrt{3} \cdot S_{\triangle CAM} = 4\sqrt{3} \cdot S_{\triangle ABC} = 24\sqrt{3}.$$

Підсумовуючи сказане, приходимо до висновку, що використання теореми косинусів є ефективним засобом для розв'язування цілого ряду алгебраїчних задач, пов'язаних з рівняннями та нерівностями, а також з системами таких рівнянь.

Стаття надійшла до редакційної колегії 16.05.2010 р.

Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором Загороднюком А.В.

**SOME SUBSTANDARD APPLICATIONS OF THE COSINES
THEOREM****I. V. Fedak**

*Pecarpathian National University named after Vasyl Stefanik;
76025, Ivano-Frankivsk, st. Shevchenko, 57;
e-mail: Fedak_ivan@rambler.ru*

*Some substandard methods of Olympiad problems solutions with help of
the cosines theorem have considered.*

Key words: *mathematical Olympiad, cosines theorem.*

ПРО РІВНЯННЯ РІВНОВАГИ ПРУЖНОЇ ЛІНІЇ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ

В. М. Мойсишин

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
Україна, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua.*

Для складання векторних рівнянь рівноваги ділянок бурильної колони введені кути Ейлера-Крилова замість традиційно вживаних кутів Ейлера, одержано нові залежності для обчислення кривини та кручення пружної лінії. У результаті досліджень отримано замкнену систему загальних рівнянь рівноваги довільної ділянки бурильної колони та запропоновано шляхи її розв'язування.

Ключові слова: *рівняння рівноваги, пружна лінія бурильної колони, кути Ейлера-Крилова, кривина, кручення, згинаючий момент, крутний момент, переміщення, внутрішня сила, внутрішній момент.*

Удосконалення методів розрахунку бурильних колон вимагає розробки теоретичних основ складання рівнянь рівноваги, які враховують найбільш важливі чинники, що діють на ділянку бурильних труб. При цьому необхідно встановити функціональні залежності між зміною просторової орієнтації пружної осі колони і внутрішніми силами та моментами з урахуванням взаємодії труб зі стінками свердловини.

При вивченні просторових форм рівноваги ділянок колони бурильних труб нами використано результати досліджень Ніколаї Є.Л. [4], Лур'є А.І. [2], Ніколенко І.В. [5], Попова Є.Н. [6], Светліцко В.А. [7], Ілюхіна А.А. [1], Макушина В.М. і Петрова В.В. [3].

1. Векторні рівняння рівноваги ділянки бурильної колони

Виведемо диференціальні рівняння рівноваги ділянки бурильної колони довжиною l , до якої прикладено кінцеві зосереджені сили \bar{P} і моменти \bar{M} , а також розподілені по довжині сили $\bar{f}(s)$ і моменти $\bar{m}(s)$. У перерізах труб при цьому виникнуть внутрішні сили \bar{Q} і моменти \bar{L} . За певних поєднань навантажень пружна лінія осі бурильної колони втрачає прямолінійну стійку форму і деформується.

Для складання векторних рівнянь рівноваги ділянки колони відлімо (див. рис. 1) елемент довжини ds між двома поперечними перерізами і виберемо такі системи координат: нерухому опорну $\xi \eta \zeta$; зв'язану з віссю свердловини $\xi' \eta' \zeta'$; відносну, зв'язану з пружною лінією, $x' y' z'$ і розрахункову $x y z$. Орти введених систем позначимо відповідно $\bar{\xi}_0, \bar{\eta}_0, \bar{\zeta}_0, \bar{\xi}'_0, \bar{\eta}'_0, \bar{\zeta}'_0, \bar{x}'_0, \bar{y}'_0, \bar{z}'_0, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0$. Відлік дугової координати вестимемо від деякої фіксованої точки у вибраному напрямку вздовж

пружної лінії. Нехай загальний початок системи $x y z$ рівномірно рухається вздовж пружної лінії зі швидкістю ($s = t$) рівною одиниці.

Осі розрахункової системи зв'язані з центром площі поперечного перерізу і спрямовані так чином: вісь z – по дотичній до осьової лінії труби в бік зростання дугової координати s , а осі x та y – вздовж головних осей інерції поперечного перерізу.

Вектори внутрішніх сил і моментів у проекціях на осі розрахункової системи координат можна подати залежностями

$$\bar{Q} = Q_x \bar{x}_0 + Q_y \bar{y}_0 + Q_z \bar{z}_0, \quad (1.1)$$

$$\bar{L} = L_x \bar{x}_0 + L_y \bar{y}_0 + L_z \bar{z}_0, \quad (1.2)$$

де Q_x, Q_y – перерізуючі сили, Q_z – осьова сила, L_x, L_y – згинальні моменти, L_z – крутний момент.

За приросту дугової координати s на ds внутрішні сила \bar{Q} і момент \bar{L} зміняться відповідно на $d\bar{Q}$ та $d\bar{L}$. Розглядаючи рівновагу елемента ds і прирівнюючи до нуля суми усіх діючих сил і моментів, одержимо векторні рівняння

$$d\bar{Q} + \bar{f}(s)ds = 0, \quad (1.3)$$

$$d\bar{L} + (\bar{z}_o \times \bar{Q})ds + \bar{m}(s)ds = 0, \quad (1.4)$$

або
$$\frac{d\bar{Q}}{ds} + \bar{f}(s) = 0, \quad (1.5)$$

$$\frac{d\bar{L}}{ds} + \bar{z}_o \times \bar{Q} + \bar{m}(s) = 0. \quad (1.6)$$

У рівняннях (1.5) і (1.6) не враховано зсуви у поперечних перерізах. Розміри перерізів малі порівняно з довжиною і радіусом кривини точок пружної лінії колони. Переміщення точок пружної лінії можуть бути більшими, але матеріал стрижня повинен працювати в межах закону Р.Гука. Ґрунтуючись на принципі А.Ж.К. Сен-Венана, припускаємо, що поздовжні волокна не піддаються впливові поперечного стиску або розтягу, а також дії дотичних напружень.

Інтегруючи (1.5)-(1.6), одержимо

$$\bar{Q}(s) = -\int \bar{f}(s)ds + \bar{C}_1, \quad (1.7)$$

$$\bar{L}(s) = -\int [\bar{z}_o \times \bar{Q}(s) + \bar{m}_1(s) + \bar{l} \times \bar{f}(s)]ds + \bar{C}_2, \quad (1.8)$$

де \bar{C}_1, \bar{C}_2 – сталі інтегрування, що визначаються кінцевими силами і моментами.

У рівнянні (1.8) вектор $\bar{m}(s)$ розподіленого по довжині моменту подано сумою

$$\bar{m}(s) = \bar{m}_1(s) + \bar{l} \times \bar{f}(s), \quad (1.9)$$

де $\bar{m}_1(s)$ – власне розподілений момент, $\bar{l} \times \bar{f}(s)$ – момент розподіленої сили \bar{f} , \bar{l} – вектор, що з'єднує цент ваги перерізу s з точкою прикладання розподіленого силового навантаження.

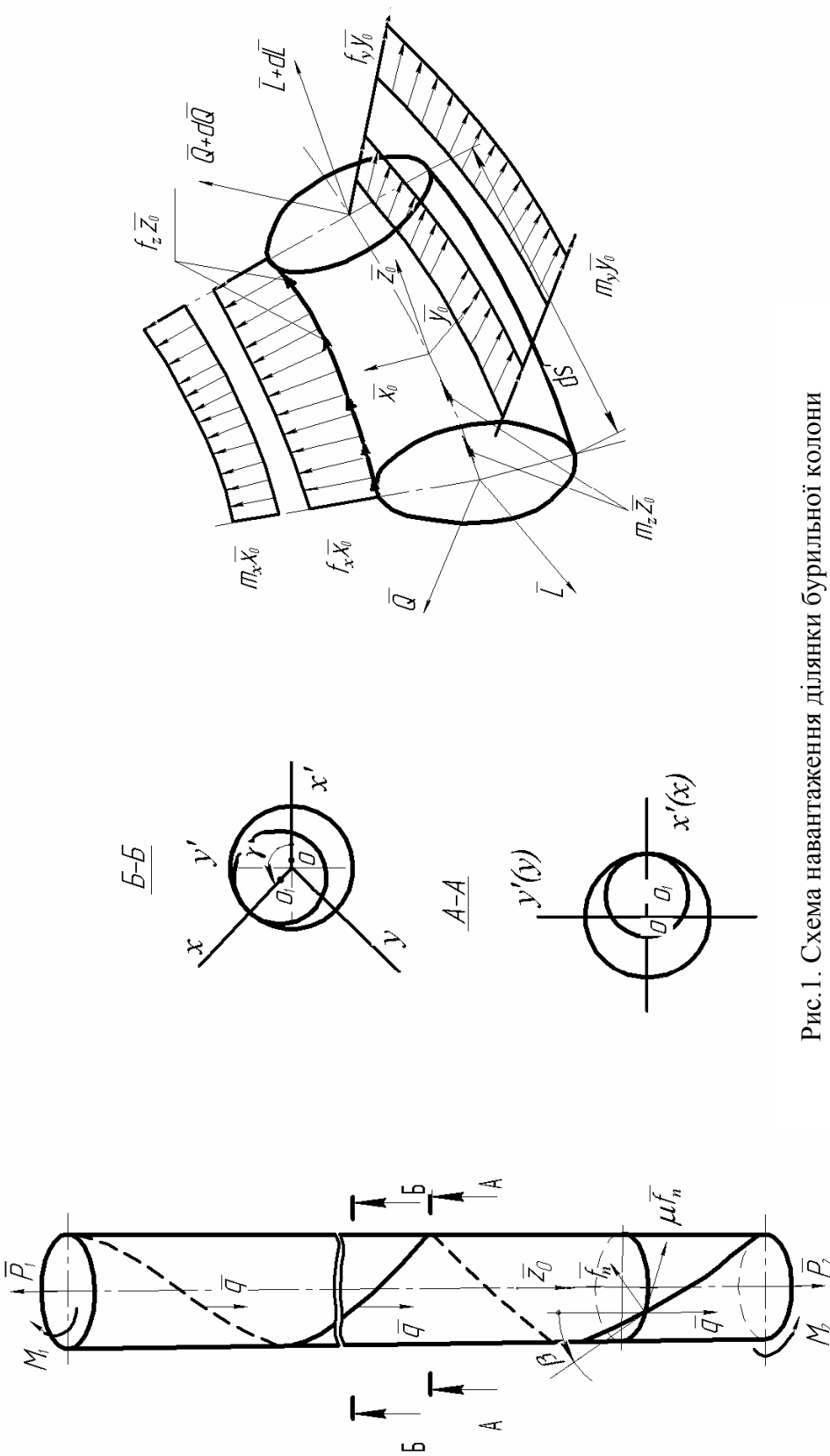


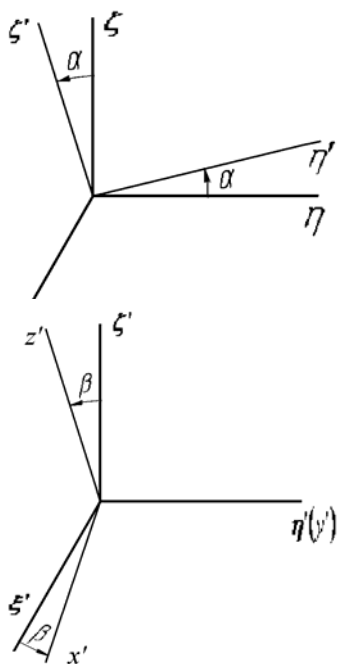
Рис.1. Схема навантаження ділянки бурильної колони

Вказані вище переваги забезпечують наочність і можливість широкого застосування кутів Ейлера-Крилова для складання векторних рівнянь рівноваги довільно орієнтованих у просторі ділянок бурильної колони і аналізу їхнього пружного стану.

Таким чином, складені векторні рівняння (1.5) і (1.6) дають змогу встановити залежності для визначення внутрішніх сил і моментів у будь-якому перерізі колони, але для цього необхідне детальне вивчення особливостей деформування осі пружної лінії, а також врахування усіх складових зовнішніх сил і моментів, що діють по довжині розглянутої ділянки колони.

2. Складання таблиць косинусів

Під час розв'язування задач, пов'язаних з вивченням просторових форм рівноваги пружної лінії бурильної колони, виникає необхідність використання векторних рівнянь (1.5), (1.6) у проєкціях на осі тієї чи іншої системи координат. У деяких випадках розв'язок рівняння у певній координатній системі виявляється більш простим. Подання векторних рівнянь рівноваги стрижня у будь-якій введеній нами системі координат можна легко здійснити за допомогою складених нижче таблиць косинусів:



між $\xi \eta \zeta$ та $\xi' \eta' \zeta'$

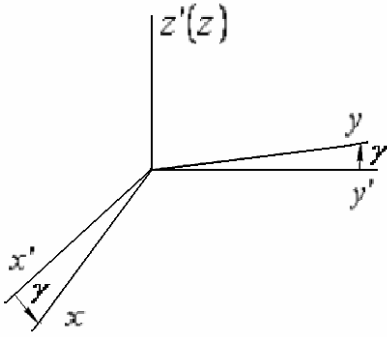
	ξ	η	ζ
ξ'	1	0	0
η'	0	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
ζ'	0	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$

Табл. 2.1

між $\xi \eta \zeta$ та $x' y' z'$

	ξ'	η'	ζ'
x'	$\cos \beta$	0	$-\sin \beta$
y'	0	1	0
z'	$\sin \beta$	0	$\cos \beta$

Табл. 2.2



між $x'y'z'$ та $x y z$

	x'	y'	z'
x	$\cos \gamma$	$\sin \gamma$	0
y	$-\sin \gamma$	$\cos \gamma$	0
z	0	0	1

Табл. 2.3

між $\xi\eta\zeta$ та $x'y'z'$

	ξ	η	ζ
x'	$\cos \beta$	$\sin \alpha \sin \beta$	$-\cos \alpha \sin \beta$
y'	0	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
z'	$\sin \beta$	$-\sin \alpha \cos \beta$	$\cos \alpha \cos \beta$

(2.1)x(2.2)

Табл. 2.4

між $\xi'\eta'\zeta'$ та x, y, z

	ξ'	η'	ζ'
x	$\cos \beta \cos \gamma$	$\sin \gamma$	$-\sin \beta \cos \gamma$
y	$-\cos \beta \sin \gamma$	$\cos \gamma$	$\sin \beta \sin \gamma$
z	$\sin \beta$	0	$\cos \beta$

(2.2)x(2.3)

Табл. 2.5

між $\xi\eta\zeta$ та $x y z$

	ξ	η	ζ
x	$\cos \beta \cos \gamma$	$\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \lambda$	$\sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \lambda$
y	$-\cos \beta \sin \gamma$	$\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$	$\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$
z	$\sin \beta$	$-\sin \alpha \cos \beta$	$\cos \alpha \cos \beta$

(2.3)x(2.4)

або
(2.1)x(2.5)

Табл. 2.6

Таблиці 2.4-2.6 отримані на підставі відомої в аналітичній геометрії формули множення. Маючи напрямні косинуси векторів \bar{a} та \bar{b} у системі координат $\xi\eta\zeta$, запишемо

$$\begin{aligned} \cos(\bar{a}, \bar{b}) &= \cos(\bar{a}, \bar{\xi})\cos(\bar{b}, \bar{\zeta}_0) + \cos(\bar{a}, \bar{\eta}_0) \times \\ &\times \cos(\bar{b}, \bar{\eta}_0) + \cos(\bar{a}, \bar{\zeta}_0)\cos(\bar{b}, \bar{\xi}_0) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Тепер, наприклад:

$$\begin{aligned} \cos(\bar{\zeta}_0, \bar{z}'_0) &= \cos(\bar{\zeta}_0, \bar{\xi}'_0)\cos(\bar{z}'_0, \bar{\xi}'_0) + \cos(\bar{\zeta}_0, \bar{\eta}'_0) \times \\ &\times \cos(\bar{z}'_0, \bar{\eta}'_0) + \cos(\bar{\zeta}_0, \bar{\zeta}'_0)\cos(\bar{z}'_0, \bar{\zeta}'_0) = \cos \alpha \cos \beta. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Отримані таблиці косинусів дозволяють проектувати рівняння рівноваги для визначення внутрішніх сил і моментів у тих чи інших осях координат у будь-якому перерізі колони.

3. Вектор повної кривини пружної лінії бурильної колони

Введемо для довільно орієнтованої у просторі пружної лінії вектор кривини $\bar{\kappa}$ і вектор кручення \bar{t} , геометрична сума яких складає вектор повної кривини

$$\bar{\omega} = \bar{\kappa} + \bar{t}. \quad (3.1)$$

Перенесемо в теорію деформування тонких стрижнів відому в механіці формулу Л.Ейлера

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}, \quad (3.2)$$

де $\bar{\omega}$ – вектор кутової швидкості обертання осей розрахункової системи навколо свого початку під час руху вздовж пружної лінії зі швидкістю, рівною одиниці ($s=t$); \bar{r} – радіус-вектор початку розрахункової системи відносно опорної.

Таким чином, ці вектори можна подати такими залежностями

$$\bar{r} = \bar{\xi}_0 \bar{\xi} + \bar{\eta}_0 \bar{\eta} + \bar{\zeta}_0 \bar{\zeta}, \quad (3.3)$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{ds}, \quad (3.4)$$

$$\bar{\omega} = \frac{1}{\rho} \bar{b} + \left(\frac{1}{T} + \frac{dx}{ds} \right) \bar{\tau}. \quad (3.5)$$

З виразу (3.5) бачимо, що

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{\rho} \bar{b}, \quad (3.6)$$

$$\bar{t} = \left(\frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds} \right) \bar{\tau}, \quad (3.7)$$

де $1/\rho$ – кривина пружної лінії стрижня в розглянутій точці; $1/T$ – кручення пружної лінії; \bar{b} і $\bar{\tau}$ – відповідно одиничні вектори, спрямовані вздовж по бінормалі і дотичній натурального триєдра; $\chi(s)$ – кут, утворений головною нормаллю \bar{n} натурального триєдра і віссю x розрахункової системи.

Підкладаючи вирази (3.4) у (3.2), одержимо

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{\omega} \times \bar{r}. \quad (3.8)$$

Отже, для ортів розрахункової системи координат мають місце співвідношення

$$\frac{d\bar{x}_0}{ds} = \bar{\omega} \times \bar{x}_0, \quad \frac{d\bar{y}_0}{ds} = \bar{\omega} \times \bar{y}_0, \quad \frac{d\bar{z}_0}{ds} = \bar{\omega} \times \bar{z}_0. \quad (3.9)$$

Якщо віссю стрижня є пряма, але похідна $\frac{d\chi}{ds}$ тотожно не дорівнює нулю, то стрижень є природно закрученим. Якщо $1/\rho$, $1/T$, χ від-

різняються від нуля, то стрижень криволінійний, а при $\frac{1}{\rho} = 0$, $\frac{1}{T} = 0$,

$\frac{d\chi}{ds} = 0$ – стрижень прямолінійний.

Якщо $\chi(s) = 0$, то перші похідні від ортів $\bar{\tau}$, \bar{n} , \bar{b} натуральної системи координат зв'язані відомими в аналітичній геометрії формулами Френе-Серре

$$\frac{d\bar{\tau}}{ds} = \frac{1}{\rho}\bar{n}, \quad \frac{d\bar{n}}{ds} = \frac{1}{T}\bar{b} - \frac{1}{\rho}\bar{\tau}, \quad \frac{d\bar{b}}{ds} = -\frac{1}{T}\bar{n}. \quad (3.10)$$

Існує зв'язок між радіусом кривини $\rho(s)$ і кутом $\chi(s)$ з однієї сторони і функціями $\alpha(s)$, $\beta(s)$, $\gamma(s)$ – з іншої.

Позначаючи через p , q , r проекції вектора повної кривини на осі розрахункової системи, можемо записати

$$p = \frac{1}{\rho} \sin \chi, \quad q = \frac{1}{\rho} \cos \chi, \quad r = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}. \quad (3.11)$$

Геометричний зміст p і q – кривини проекцій елемента ds стрижня в площинах yz і zx , а r – кручення пружної лінії.

Введемо поняття миттєвого обертового руху ($s = t$). Враховуючи, що стан стрижня за відомого головного вектора пружної сили можна характеризувати трьома незалежними змінними, виберемо за останні кути Ейлера-Крилова α , β , γ . На підставі правила додавання кутових швидкостей (якщо миттєві осі обертання перетинаються) за аналогією з кінематичною формулою Л.Ейлера для обертального руху навколо нерухомої точки тіла одержуємо

$$\bar{\omega} = \frac{d\alpha}{ds} \bar{\xi}'_0 + \frac{d\beta}{ds} \bar{y}'_0 + \frac{d\gamma}{ds} \bar{z}_0, \quad (3.12)$$

звідки

$$\begin{aligned} p &= \frac{d\alpha}{ds} \cos \beta \cos \gamma + \frac{d\beta}{ds} \sin \gamma, \\ q &= -\frac{d\alpha}{ds} \cos \beta \sin \gamma + \frac{d\beta}{ds} \cos \gamma, \\ r &= \frac{d\alpha}{ds} \sin \beta + \frac{d\gamma}{ds}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Зіставляючи (3.11) та (3.13), знаходимо шуканий зв'язок між $\rho(s)$, $T(s)$, $\chi(s)$ і кутами Ейлера-Крилова:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \sin \chi &= \frac{d\alpha}{ds} \cos \beta \cos \gamma + \frac{d\beta}{ds} \sin \gamma, \\ \frac{1}{\rho} \cos \chi &= -\frac{d\alpha}{ds} \cos \beta \sin \gamma + \frac{d\beta}{ds} \cos \gamma, \\ \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds} &= \frac{d\alpha}{ds} \sin \beta + \frac{d\gamma}{ds}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

На основі (3.13) знаходимо модуль і напрямні косинуси миттєвої кутової швидкості осей розрахункової системи відносно свого центра

$$\omega = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2} = \sqrt{\left(\frac{d\alpha}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\beta}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\gamma}{ds}\right)^2} + 2\frac{d\alpha}{ds} \cdot \frac{d\gamma}{ds} \sin \beta, \quad (3.15)$$

$$\cos(\bar{\omega}, \hat{x}_0) = \frac{p}{\omega}, \quad \cos(\bar{\omega}, \hat{y}_0) = \frac{q}{\omega}, \quad \cos(\bar{\omega}, \hat{z}_0) = \frac{r}{\omega}. \quad (3.16)$$

У проєкціях на осі опорної системи координат співвідношення (3.12) матиме вигляд

$$\begin{aligned} \omega_\xi &= \frac{d\alpha}{ds} + \frac{d\gamma}{ds} \sin \beta, \\ \omega_\eta &= \frac{d\beta}{ds} \cos \alpha - \frac{d\gamma}{ds} \sin \alpha \cos \beta, \\ \omega_\zeta &= \frac{d\beta}{ds} \sin \alpha + \frac{d\gamma}{ds} \cos \alpha \cos \beta. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Модуль і напрямні косинуси миттєвої кутової швидкості ($s=t$) осей опорної системи відносно свого центра визначаються відповідно за формулами

$$\omega = \sqrt{\omega_\xi^2 + \omega_\eta^2 + \omega_\zeta^2}, \quad (3.18)$$

$$\cos(\bar{\omega}, \hat{\xi}_0) = \frac{\omega_\xi}{\omega}, \quad \cos(\bar{\omega}, \hat{\eta}_0) = \frac{\omega_\eta}{\omega}, \quad \cos(\bar{\omega}, \hat{\zeta}_0) = \frac{\omega_\zeta}{\omega}. \quad (3.19)$$

Таким чином, користуючись залежністю (3.12) і таблицями косинусів, можна знаходити вектор повної кривини пружної лінії стрижня в будь-якому перерізі колони, а також визначати його складові у проєкціях на осі довільної системи координат.

4. Рівняння для внутрішнього моменту і переміщення

У системі (1.5)-(1.6) число векторних рівнянь менше числа невідомих, що входять в неї. Замкнати цю систему можна за допомогою додаткових векторних рівнянь для внутрішнього моменту і переміщення.

Для лінійного не закрученого стрижня проєкції повного внутрішнього пружного моменту \bar{L} на осі розрахункової системи координат визначаються за формулами

$$L_x = A \cdot p, \quad L_y = B \cdot q, \quad L_z = C \cdot r, \quad (4.1)$$

де A, B, C – жорсткості при згині і крученні.

Модуль і напрямні косинуси повного внутрішнього пружного моменту будуть рівні

$$L = \sqrt{(Ap)^2 + (Bq)^2 + (Cr)^2}, \quad (4.2)$$

$$\cos(\bar{L}, \hat{x}_0) = \frac{Ap}{L}, \quad \cos(\bar{L}, \hat{y}_0) = \frac{Bq}{L}, \quad \cos(\bar{L}, \hat{z}_0) = \frac{Cr}{L}. \quad (4.3)$$

За відомими згинаючими і крутними моментами можна знайти внутрішню потенціальну енергію згину і кручення

$$U = \frac{1}{2} \int (Ap^2 + Bq^2 + Cr^2) ds. \quad (4.4)$$

Використовуючи (3.13) і (4.1), виразимо залежність (4.4) у кутах Ейлера-Крилова у такий спосіб

$$U = \frac{1}{2} \int \left[\left(\frac{d\alpha}{ds} \cos \beta \cos \gamma + \frac{d\beta}{ds} \sin \gamma \right)^2 + B \left(-\frac{d\alpha}{ds} \cos \beta \sin \gamma + \frac{d\beta}{ds} \cos \gamma \right)^2 + C \left(\frac{d\alpha}{ds} \sin \gamma + \frac{d\gamma}{ds} \right)^2 \right] ds = \frac{1}{2} \int \left(\frac{L_x^2}{A} + \frac{L_y^2}{B} + \frac{L_z^2}{C} \right) ds. \quad (4.5)$$

Обчислимо вектор внутрішнього моменту, беручи до уваги (4.1),

$$\bar{L} = \|A\| (\bar{\omega} - \hat{\omega}_0), \quad (4.6)$$

де

$$\|A\| = \begin{vmatrix} A & O & O \\ O & B & O \\ O & O & C \end{vmatrix}. \quad (4.7)$$

У залежності (2.4.6) вектор $\hat{\omega}_0$ визначається за формулою

$$\hat{\omega}_0 = p^0 \bar{x}_0 + q^0 \bar{y}_0 + r^0 \bar{z}_0, \quad (4.8)$$

де p^0, q^0, r^0 – кривина і кручення стрижня у недеформованому стані. Вектор $\hat{\omega}_0$ не рівний вектору $\bar{\omega}$, який характеризує недеформований стан і виражається наступним чином

$$\bar{\omega}_0 = p^0 \bar{x}_0^0 + q^0 \bar{y}_0^0 + r^0 \bar{z}_0^0, \quad (4.9)$$

де $\bar{x}_0^0, \bar{y}_0^0, \bar{z}_0^0$ – орти розрахункової системи координат для недеформованого стану стрижня.

Перейдемо до виведення рівняння для вектора переміщення елемента ds стрижня. Позначивши переміщення через \bar{u} , представимо його різницею двох радіус-векторів, проведених від початку опорної системи координат до центра ваги елемента

$$\bar{u} = \bar{r} - \bar{r}_0, \quad (4.10)$$

де \bar{r}, \bar{r}_0 – радіуси-вектори, що характеризують відповідно деформований і недеформований стани стрижня. Диференціюючи рівняння (4.10) по s , отримаємо

$$\frac{d\bar{u}}{ds} = \frac{d\bar{r}}{ds} - \frac{d\bar{r}_0}{ds} = \bar{x}_0 - \bar{x}_0^0. \quad (4.11)$$

Користуючись таблицею (2.6) і виключаючи \bar{x}_0^0 з (4.10), одержимо диференціальне рівняння

$$\frac{d\bar{u}}{ds} = (\cos \beta \cos \gamma - 1) \cdot \bar{x}_0 - \cos \beta \sin \gamma \cdot \bar{y}_0 + \sin \beta \cdot \bar{z}_0. \quad (4.12)$$

Якщо перейти до базису $\bar{x}_0^0, \bar{y}_0^0, \bar{z}_0^0$, то рівняння (4.12) запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{ds} = & (\cos \beta \cos \gamma - 1) \cdot \bar{x}_0^0 + (\cos \alpha \sin \gamma + \\ & + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma) \cdot \bar{y}_0^0 + (\sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma) \cdot \bar{z}_0^0. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Таким чином, для визначення трьох невідомих векторів \bar{Q} , \bar{L} , \bar{u} і трьох невідомих кутів α , β , γ у будь-якому перерізі маємо повну систему чотирьох векторних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{Q}}{ds} + \bar{f}(s) &= 0, \\ \frac{d\bar{L}}{ds} + \bar{z}_0 \times \bar{Q} + \bar{m}_1(s) + \bar{l} \times \bar{f}(s) &= 0, \\ \bar{L} &= \|A\|(\bar{\omega} - \hat{\omega}_0), \\ \frac{d\bar{u}}{ds} &= (\cos \beta \cos \gamma - 1) \cdot \bar{x}_0 - \cos \beta \sin \gamma \cdot \bar{y}_0 + \sin \beta \cdot \bar{z}_0. \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

5. Проектування системи векторних рівнянь рівноваги пружної лінії

Загалом рівняння рівноваги тонких стрижнів можна представляти у векторному вигляді або в проєкціях на осі тієї чи іншої системи координат. При розв'язуванні конкретних задач, пов'язаних з дослідженням параметрів пружної лінії ділянки бурильної колони, доцільно користуватися рівняннями у розрахункових або натуральних осях. При розв'язуванні деяких задач значення сил і моментів у перерізах колони бурильних труб необхідно подавати також в опорних координатах.

Запишемо співвідношення між абсолютними й відносними (локальними) похідними векторів \bar{Q} і \bar{L} по дуговій координаті s пружної лінії виділеної ділянки труб. У розрахунковій системі координат компоненти векторів \bar{Q} , \bar{L} і орти \bar{x}_0 , \bar{y}_0 , \bar{z}_0 залежать від s , тому з урахуванням (1.1), (1.2), (3.9) одержимо

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{Q}}{ds} = & \frac{dQ_x}{ds} \bar{x}_0 + \frac{dQ_y}{ds} \bar{y}_0 + \frac{dQ_z}{ds} \bar{z}_0 + Q_x(\bar{\omega} \times \bar{x}_0) + \\ & + Q_y(\bar{\omega} \times \bar{y}_0) + Q_z(\bar{\omega} \times \bar{z}_0) = \frac{d'Q}{ds} + \bar{\omega} \times \bar{Q}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{L}}{ds} = & \frac{dL_x}{ds} \bar{x}_0 + \frac{dL_y}{ds} \bar{y}_0 + \frac{dL_z}{ds} \bar{z}_0 + L_x(\bar{\omega} \times \bar{x}_0) + \\ & + L_y(\bar{\omega} \times \bar{y}_0) + L_z(\bar{\omega} \times \bar{z}_0) = \frac{d'L}{ds} + \bar{\omega} \times \bar{L}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

де $\frac{d'\bar{Q}}{ds}$ и $\frac{d'\bar{L}}{ds}$ – похідні векторів внутрішніх сил і моментів.

Використання аналогій між рівняннями рівноваги пружної лінії тонкого стрижня й динамічних рівнянь Л.Ейлера, що описують рух тве-

рдого тіла з нерухомою точкою, уможливило кінематичне тлумачення теорем про зміну кількості руху й моменту кількості руху механічної системи.

Швидкість ($s=t$) кінця вектора внутрішніх зусиль однорозмірного елемента стрижня дорівнює головному вектору зовнішніх сил

$$\frac{d'\bar{Q}}{ds} + \bar{\omega} \times \bar{Q} = \bar{F}, \quad (5.3)$$

а швидкість ($s=t$) кінця вектора повного внутрішнього моменту \bar{L} – головному моменту зовнішніх сил, узятому відносно кінця пружної лінії виділеного елемента з меншою координатою,

$$\frac{d'\bar{L}}{ds} + \bar{\omega} \times \bar{L} = \bar{M}. \quad (5.4)$$

Відносні похідні $\frac{d'\bar{Q}}{ds}$, $\frac{d'\bar{L}}{ds}$ характеризують зміну векторів \bar{Q} і \bar{L} під руху початку розрахункової системи координат вздовж пружної лінії, а векторні добутки $\bar{\omega} \times \bar{Q}$, $\bar{\omega} \times \bar{L}$ – зміну векторів \bar{Q} і \bar{L} при обертанні головних осей.

Проектуючи вирази (5.3), (5.4) на осі розрахункової системи координат з урахуванням (4.1), одержимо

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_x}{ds} + Q_z q - Q_y r &= F_x, \\ \frac{dQ_y}{ds} + Q_x r - Q_z p &= F_y, \\ \frac{dQ_z}{ds} + Q_y p - Q_x q &= F_z; \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

$$\left. \begin{aligned} A \frac{dp}{ds} + qr(C - B) &= M_x, \\ B \frac{dp}{ds} + pr(A - C) &= M_y, \\ C \frac{dr}{ds} + pq(B - A) &= M_z. \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

Розкладаючи вектор \bar{l} , що з'єднує в довільному поперечному перерізі точку пружної лінії з точкою прикладання вектора розподіленої сили, у базисі $\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0$

$$\bar{l} = l_x \cdot \bar{x}_0 + l_y \bar{y}_0 + l_z \bar{z}_0, \quad (5.7)$$

проекції головного вектора \bar{F} і головного моменту \bar{M} зовнішніх сил на осі розрахункової системи координат представимо у такий спосіб

$$F_x = -f_x, \quad F_y = -f_y, \quad F_z = -f_z, \quad (5.8)$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= Q_y - m_{1x} + l_y f_y - l_y f_z, \\ M_y &= -Q_x - m_{1y} + l_x f_z - l_z f_x, \\ M_z &= -m_{1z} + l_y f_x - l_x f_y. \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

У ході розв'язання повної системи рівнянь рівноваги ділянки бурильної колони (4.14) є зміст підставляти в (5.9) замість Q_y і Q_x їхні вирази через проекції зовнішніх сил і моментів.

Зауваживши, що між абсолютною і відносною похідними вектора \bar{u} існує зв'язок, аналогічний (5.1), тобто

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} (u_x \cdot \bar{x}_0 + u_y \cdot \bar{y}_0 + u_z \cdot \bar{z}_0) = \frac{\partial' \bar{u}}{\partial s} + \bar{\omega} \times \bar{u}, \quad (2.5.10)$$

подамо третє і четверте рівняння системи (4.14) у проекціях на осі розрахункової системи координат

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial s} + u_z q - u_y r &= \cos \beta \cos \gamma - 1, \\ \frac{\partial u_y}{\partial s} + u_x r - u_z p &= -\cos \beta \sin \gamma, \\ \frac{\partial u_z}{\partial s} + u_y p - u_x q &= \sin \beta. \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

Тепер, беручи до уваги співвідношення (4.1), (4.6), одержимо вираз для обчислення складових повного внутрішнього моменту

$$\left. \begin{aligned} L_x &= A(p - p^0), \\ L_y &= B(q - q^0), \\ L_z &= C(r - r^0). \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

Викладене дозволяє одержати повну систему (4.14) векторних рівнянь рівноваги ділянки колони труб з рівними жорсткостями згину ($A = B$) у проекціях на осі розрахункової системи (складову вектора повної кривизни $\bar{\omega}$ подамо в кутах Ейлера-Крилова)

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial s} + Q_z \left(-\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \sin \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \cos \gamma \right) - Q_y \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) &= F_x, \\ \frac{\partial Q_y}{\partial s} + Q_x \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) - Q_z \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \cos \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \sin \gamma \right) &= F_y, \\ \frac{\partial Q_z}{\partial s} + Q_y \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \cos \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \sin \gamma \right) - Q_x \left(-\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \sin \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \cos \gamma \right) &= F_z; \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned}
& A \left[\frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2} \cos \beta \cos \gamma - 2 \frac{\partial \alpha}{\partial s} \frac{\partial \beta}{\partial s} \sin \beta \cos \gamma + \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2} \sin \gamma + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \right)^2 \sin \beta \cos \beta \sin \gamma \right] + \\
& + C \left(-\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \sin \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \cos \gamma \right) \times \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) = M_x, \\
& A \left[-\frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2} \cos \beta \sin \gamma + 2 \frac{\partial \alpha}{\partial s} \frac{\partial \beta}{\partial s} \sin \beta \sin \gamma + \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2} \cos \gamma + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \right)^2 \sin \beta \cos \beta \cos \gamma \right] - \\
& - C \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) \times \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \cos \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \sin \gamma \right) = M_y, \\
& C \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2} \sin \beta + \frac{\partial \alpha}{\partial s} \frac{\partial \beta}{\partial s} \cos \beta + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial s^2} \right) = M_z;
\end{aligned} \tag{5.14}$$

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{\partial u_x}{\partial s} + u_z \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \sin \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \cos \gamma \right) - \\
& - u_y \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) = \cos \beta \cos \gamma - 1, \\
& \frac{\partial u_y}{\partial s} + u_x \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) - \\
& - u_z \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \cos \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \sin \gamma \right) = -\cos \beta \sin \gamma, \\
& \frac{\partial u_z}{\partial s} + u_y \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \cos \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \sin \gamma \right) - \\
& - u_x \left(-\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \sin \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \cos \gamma \right) = \sin \beta;
\end{aligned} \right\} \tag{5.15}$$

$$\left. \begin{aligned}
& L_x = A \cdot \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \cos \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \sin \gamma - p^0 \right), \\
& L_y = A \cdot \left(-\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \sin \gamma + \frac{\partial \beta}{\partial s} \cos \gamma - q^0 \right), \\
& L_z = C \cdot \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} - r^0 \right).
\end{aligned} \right\} \tag{5.16}$$

Спроекуємо систему векторних рівнянь рівноваги (4.14) на осі натуральної системи координат.

Позначимо кутову швидкість ($s=t$) натурального тригранника \bar{n} , \bar{b} , $\bar{\tau}$ (або, що теж саме \bar{x}'_0 , \bar{y}'_0 , \bar{z}'_0) відносно опорної системи через $\bar{\omega}^*$.

Тоді абсолютна швидкість запишеться у вигляді

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_r + \bar{\omega}_e = \bar{\omega}^* + \bar{\omega}_e = \frac{\partial \alpha}{\partial s} \bar{\xi}'_0 + \frac{\partial \beta}{\partial s} \bar{y}'_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \bar{z}'_0 = \frac{\partial \alpha}{\partial s} \bar{\xi}_0 + \frac{\partial \beta}{\partial s} \bar{b} + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \bar{z}_0, \tag{5.17}$$

де
$$\bar{\omega}_e = \frac{\partial \gamma}{\partial s} \bar{z}_0. \quad (5.18)$$

Користуючись таблицями косинусів, виразимо складові векторів $\bar{\omega}^*$ і \bar{L} через кути Ейлера-Крилова

$$\omega_n^* = \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta, \quad \omega_b^* = \frac{\partial \beta}{\partial s}, \quad \omega_\tau^* = \frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta, \quad (5.19)$$

$$L_n = A \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta, \quad L_b = B \frac{\partial \beta}{\partial s}, \quad L_\tau = C \frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta, \quad (5.20)$$

$$\left. \begin{aligned} M_n &= M_x \cos \gamma - M_y \sin \gamma, \\ M_b &= M_x \sin \gamma - M_y \cos \gamma, \\ M_\tau &= M_z. \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

При переході від розрахункової до натуральної системи координат можуть виявитися корисними такі взаємозв'язки

$$\left. \begin{aligned} p \sin \gamma + q \cos \gamma &= \omega_b^* = \frac{\partial \beta}{\partial s}, \\ p \cos \gamma - q \sin \gamma &= \omega_n^* = \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta. \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

Система рівнянь рівноваги (4.14) ділянки бурильної колони з урахуванням виразів (5.19), (5.20) у проєкціях на орти $\bar{\tau}$, \bar{n} , \bar{b} прийме вигляд

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_n}{\partial s} + Q_\tau \frac{\partial \beta}{\partial s} - Q_b \frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta &= F_n, \\ \frac{\partial Q_b}{\partial s} + Q_n \frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta - Q_\tau \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta &= F_b, \\ \frac{\partial Q_\tau}{\partial s} + Q_b \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta - Q_n \frac{\partial \beta}{\partial s} &= F_\tau; \\ A \left[\frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2} \cos \beta - \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \right)^2 \sin \beta \cos \beta \right] + C \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) \frac{\partial \beta}{\partial s} &= M_n, \\ A \left[\frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \right)^2 \sin \beta \cos \beta \right] - C \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta &= M_b, \\ C \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2} \sin \beta + \frac{\partial \alpha}{\partial s} \frac{\partial \beta}{\partial s} \cos \beta + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial s^2} \right) &= M_\tau; \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_n}{\partial s} + u_\tau \frac{\partial \beta}{\partial s} - u_b \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) &= \cos \beta - 1, \\ \frac{\partial u_b}{\partial s} + u_n \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) - u_\tau \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta &= \sin \alpha \sin \beta, \\ \frac{\partial u_\tau}{\partial s} + u_b - u_x \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta - u_n \frac{\partial \beta}{\partial s} &= -\cos \alpha \sin \beta; \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

$$\left. \begin{aligned} L_n &= A \cdot \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta - p^0 \right), \\ L_b &= A \cdot \left(\frac{\partial \beta}{\partial s} - q^0 \right), \\ L_\tau &= C \cdot \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \gamma + \frac{\partial \gamma}{\partial s} - r^0 \right). \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

Співвідношення (5.24) іноді доцільно записати так

$$\left. \begin{aligned} A \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \right) + \frac{\partial \beta}{\partial s} \left(Cr - A \frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta \right) &= M_n, \\ A \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2} + \frac{\partial \alpha}{\partial s} \cos \beta \left(A \frac{\partial \alpha}{\partial s} \sin \beta - Cr \right) &= M_b, \\ C \frac{\partial r}{\partial s} &= M_\tau. \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

Повна система векторних керувань (4.14) в опорній системі координат має вигляд

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_\xi}{\partial s} + Q_\xi \omega_\eta - Q_\eta \omega_\xi &= F_\xi, \\ \frac{\partial Q_\eta}{\partial s} + Q_\xi \omega_\zeta - Q_\zeta \omega_\xi &= F_\eta, \\ \frac{\partial Q_\zeta}{\partial s} + Q_\eta \omega_\xi - Q_\xi \omega_\eta &= F_\zeta, \\ A \frac{\partial \omega_\xi}{\partial s} + \omega_\eta \omega_\zeta (C - A) &= M_\xi, \\ A \frac{\partial \omega_\eta}{\partial s} + \omega_\xi \omega_\zeta (A - C) &= M_\eta, \\ C \frac{\partial \omega_\zeta}{\partial s} &= M_\zeta, \end{aligned} \right\} \quad (5.28)$$

$$\left. \begin{aligned} A \frac{\partial \omega_\xi}{\partial s} + \omega_\eta \omega_\zeta (C - A) &= M_\xi, \\ A \frac{\partial \omega_\eta}{\partial s} + \omega_\xi \omega_\zeta (A - C) &= M_\eta, \\ C \frac{\partial \omega_\zeta}{\partial s} &= M_\zeta, \end{aligned} \right\} \quad (5.29)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_\xi}{\partial s} + u_\zeta \omega_\eta - u_\eta \omega_\zeta &= \cos \beta \cos \gamma - 1, \\ \frac{\partial u_\eta}{\partial s} + u_\xi \omega_\zeta - u_\zeta \omega_\xi &= \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma, \\ \frac{\partial u_\zeta}{\partial s} + u_\eta \omega_\xi - u_\xi \omega_\eta &= \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma; \end{aligned} \right\} \quad (5.30)$$

$$\left. \begin{aligned} L_\xi &= A(\omega_\xi - \omega_\xi^0), \\ L_\eta &= B(\omega_\eta - \omega_\eta^0), \\ L_\zeta &= C(\omega_\zeta - \omega_\zeta^0), \end{aligned} \right\} \quad (5.31)$$

де ω_ξ , ω_η , ω_ζ визначаються залежностями (3.17).

Таким чином, векторні рівняння рівноваги (4.14) для загального випадку навантаження довільної ділянки бурильної колони представлені нами у проекціях на осі розрахункової, натуральної і опорної систем координат. Аналогічно можна записати (4.14) у проекціях на осі довільної системи координат, використовуючи при цьому відповідні таблиці косинусів.

6. Про розв'язування системи рівнянь рівноваги пружного стрижня

Для розв'язування системи векторних рівнянь рівноваги пружного стрижня необхідно, щоб кількість невідомих не перевищувала кількості рівнянь. Як приклад розглянемо шляхи розв'язування рівнянь рівноваги тонкого невагомгого стрижня з прикладеними до нього кінцевими силами і моментами. Грунтуючись на умові рівноваги ділянки стрижня, запишемо

$$\bar{P} - \bar{Q} = 0. \quad (6.1)$$

Представимо вектор \bar{Q} добутком

$$\bar{Q} = p\bar{\gamma}^0, \quad (6.2)$$

де $\bar{\gamma}^0$ – орт, спрямований вздовж кінцевої сили \bar{P} при $s = 0$.

Рівняння деформації осі стрижня у змінних L_x , L_y , L_z , γ_x^0 , γ_y^0 , γ_z^0 мають вигляд

$$\left. \begin{aligned} A \frac{\partial p}{\partial s} + qr(C - B) &= p\gamma_y^0, \\ B \frac{\partial q}{\partial s} + pr(A - C) &= -p\gamma_z^0, \\ C \frac{\partial r}{\partial s} + pq(B - A) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \gamma_x^0}{\partial s} &= r\gamma_y^0 - q\gamma_z^0, \\ \frac{\partial \gamma_y^0}{\partial s} &= p\gamma_z^0 - r\gamma_x^0, \\ \frac{\partial \gamma_z^0}{\partial s} &= q\gamma_x^0 - p\gamma_y^0. \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

Співвідношення (6.4) – це перенесені в статику тонких стрижнів рівняння С.Д.Пуассона.

Система рівнянь (6.3)-(6.4) є повною щодо невідомих функцій дугової координати $p(s)$, $q(s)$, $r(s)$, $\gamma_x^0(s)$, $\gamma_y^0(s)$, $\gamma_z^0(s)$, після знаходження яких необхідно розв'язати основну задачу – знайти кути Ейлера-Крилова як функції s .

Для інтегрування (6.3), (6.4) необхідно знайти шість перших інтегралів вигляду

$$f_i(p, q, r, \gamma_x^0, \gamma_y^0, \gamma_z^0) = C_i, \quad i = \overline{1,6}; \quad (6.5)$$

де C_i – сталі.

За будь-яких допустимих для тонкого стрижня параметрів A , B , C і початкових умовах два перших загальних інтеграли мають вигляд

$$(\gamma_x^0)^2 + (\gamma_y^0)^2 + (\gamma_z^0)^2 = 1, \quad (6.6)$$

$$Ap\gamma_x^0 + Bq\gamma_y^0 + Cr\gamma_z^0 = M, \quad (6.7)$$

де M – величина кінцевого моменту.

Для інтегрування розглянутої системи у квадратурах необхідно мати чотири перших інтеграли. Відшукуванню двох перших інтегралів, яких не вистачає, присвячені роботи Є.Л.Ніколаї, Є.П.Попова, С.А.Чаплигіна, Д.Н.Горячева, Л.М.Ковальової, А.І.Дашкієвича, В.М.Старжинського, А.А.Ілюхіна.

Висновки

1. Встановлено, що при вивченні просторових форм рівноваги ділянок бурильної колони доцільно користуватися кутами Ейлера-Крилова замість традиційно вживаних кутів Л.Ейлера.

2. Виведено залежності для визначення в кутах Ейлера-Крилова вектора повної кривини пружної лінії ділянки бурильної колони та її складових у проєкціях на осі розрахункової і опорної систем координат.

3. Встановлено взаємозв'язки між радіусом кривини, кутом природного закручування бурильних труб і кутами Ейлера-Крилова.

4. Одержано формули для обчислення внутрішньої потенціальної енергії згину і кручення ділянки бурильної колони в кутах Ейлера-Крилова.

5. Одержано замкнену систему векторних рівнянь рівноваги довільної ділянки бурильної колони у проєкціях на осі розрахункової, натуральної і опорної систем координат.

6. Запропоновано шляхи розв'язування системи векторних рівнянь рівноваги на прикладі стрижня з прикладеними до нього кінцевими силами і моментами.

Література

1. Илюхин А.А. Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней / А.А. Илюхин. – Киев: Наукова думка, 1979. – 216 с.
2. Лурье А.И. О малых деформациях криволинейных стержней / А.И. Лурье // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. – № 3. – С.47-54.
3. Макушин В.М. Устойчивость сжато-скрученных стержней, имеющих равные главные жесткости при изгибе / В.М. Макушин, В.В. Петров // Расчеты на прочность. Теоретические и экспериментальные исследования прочности машиностроительных конструкций: Сборник статей. – М.: Машиностроение, 1969.–Вып.14. – С.290-308.
4. Николаи Е.Л. Труды по механике / Е.Л.Николаи. – М.: Гостехиздат, 1955. – 583 с.
5. Ніколенко І.В. Диференційні рівняння рівноваги вільних і невільних тонких стержнів / І.В. Ніколенко // Вісн. Київськ. ун-ту. Сер. астрономії математики та механіки. – 1958. – Вип.1. – С.47-56.
6. Попов Е.П. Нелинейные задачи статики стержней / Е.П. Попов. – М.: ОГИЗ, 1948. – 178с.
7. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей (Б-ка расчетчика) / В.А. Светлицкий. – М.: Машиностроение, 1978. – 222 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 28.12.2010 р.

*Рекомендовано до друку д.т.н., професором **Векериком В.І.***

ABOUT EQUALIZATION OF EQUILIBRIUM OF RESILIENT LINE OF DRILLING COLUMN

V. M. Moisyshyn

Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;

76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'k, 15;

ph. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua.

For drafting of vector equations of equilibrium of areas of drilling column the entered Euler-Krylov's corners, in place of traditionally corners of Euler, new dependences are got for the calculation of curvature and twisting of resilient line. As a result of researches the closed system of common equalizations of equilibrium of arbitrary area of boring column is got and the ways of its uniting are offered.

Key words: *equalization of equilibrium, resilient line of drilling column, Euler-Krylov's corners, curvature, twisting, bending a moment, crout-niy moment, moving, internal force, internal moment.*

УДК 532.595

ПРО РУХ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ В ЦИЛІНДРІ, ЯКИЙ ЗДІЙСНЮЄ РЕГУЛЯРНУ ПРЕЦЕСІЮ

І. М. Гураль¹, О. Т. Гамарник²

¹Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15

²Івано-Франківський національний медичний університет;
76000, м. Івано-Франківськ, вул. Галицька, 2

Побудовано розв'язок лінеаризованих рівнянь Нав'є-Стокса для визначення усталеного відносного руху в'язкої нестисливої рідини, яка частково заповнює циліндричну посудину, що здійснює повільну регулярну прецесію з довільним кутом нутації. Визначена осьова проекція моменту сил, що діють на бічну поверхню посудини з боку рідини.

Ключові слова: в'язка нестислива рідина, регулярна прецесія.

Задачі динаміки тіл, що містять порожнини з рідиною, віддавна є об'єктом багатьох досліджень (див., наприклад, [1], [2]). Цікаві з теоретичної точки зору, ці задачі набувають все більшого прикладного значення. В деяких прикладних задачах виникає необхідність оцінки впливу рідини на рух тіла, що знаходиться в режимі прецесії.

Нехай тверде тіло має порожнину в формі прямого кругового циліндра радіусом a і довжиною $2c$, яка частково заповнена нестисливою рідиною густиною ρ та в'язкістю μ . Припустимо, що тіло здійснює регулярну прецесію навколо нерухомого напрямку L з кутовою швидкістю прецесії Ω . Вважатимемо, що власне обертання тіла здійснюється з кутовою швидкістю ω навколо осі порожнини, яка перетинається з лінією L в центрі O циліндра і утворює з нею сталий кут нутації θ .

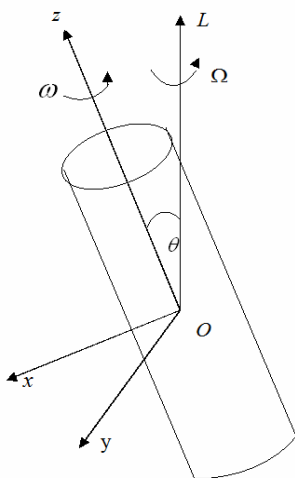


Рис. 1

Введемо систему координат $Oxuz$, вісь Oz якої спрямована вздовж осі порожнини, і яка обертається з кутовою швидкістю прецесії навколо нерухомої осі L . Вісь Ox розташуємо в площині OzL (рис.1). Розглянемо задачу про усталений відносний рух рідини в порожнині тіла. Зручно представити швидкість рідини відносно системи координат $Oxuz$ так $\mathbf{v} = \mathbf{v}_m + \mathbf{v}_e$, де \mathbf{v}_m – швидкість рідини як абсолютно твердого тіла, \mathbf{v}_e – відхилення швидкості від обертання як абсолютно твердого тіла.

Як характерні величини довжини, часу і густини використаємо a , ω^{-1} , ρ .

В циліндричних координатах r , φ , z рівняння руху рідини для безрозмірних компонент u , v , w швидкості \mathbf{v}_e мають вигляд

$$D'u - \frac{v^2}{r} - 2(1 + \varepsilon \cos \theta)v + 2\varepsilon \sin \theta w \sin \varphi = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left(D''u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right),$$

$$D'v + \frac{uv}{r} + 2(1 + \varepsilon \cos \theta)u + 2\varepsilon \sin \theta w \cos \varphi = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{1}{Re} \left(D''v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right), \quad (1)$$

$$D'w - 2\varepsilon \sin \theta v \cos \varphi - 2\varepsilon \sin \theta u \sin \varphi - 2\varepsilon r \sin \theta \cos \varphi = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} D''w,$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

де

$$D' = \frac{\partial}{\partial \varphi} + u \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + w \frac{\partial}{\partial z}, \quad D'' = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\varepsilon = \frac{\Omega}{\omega}, \quad Re = \frac{\omega a^2 \rho}{\mu},$$

$$p = P - \frac{1}{2} \left(r^2 (1 + \varepsilon \cos \theta)^2 + \varepsilon^2 \sin^2 \theta r^2 \sin^2 \varphi + 2\varepsilon^2 \sin \theta \cos \theta r z \cos \varphi + \varepsilon^2 \sin^2 \theta z^2 \right),$$

P – тиск.

Ці рівняння з точністю до позначень співпадають з наведеними в [3]. Проте, якщо в [3] вдалося побудувати розв'язок в припущенні, що в'язкість рідини і кут нутації θ малі, то в даній роботі вважатимемо, що в'язкість рідини і кут нутації довільні, а кутова швидкість власного обертання ω набагато більша кутової швидкості прецесії, так, що ε – мала величина.

Перейдемо до формулювання граничних умов. На бічній стінці повинна виконуватися умова прилипання:

$$r = 1: \quad u = 0, v = 0, w = 0 \quad (2)$$

Рівняння вільної поверхні представимо у вигляді

$$f = r - b - \zeta(\varphi, z) = 0.$$

Коли $\varepsilon = 0$, то $\zeta(\varphi, z) = 0$. Природно вважати, що збурення $\zeta(\varphi, z)$ – мала величина порядку ε . Граничні умови на вільній поверхні мають вид

$$r = b + \zeta(\varphi, z): \quad \sigma_{ik} n_k = -P_0 n_i, \quad u - \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} - \frac{v}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} - w \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

де σ_{ik} – компоненти тензора напруження, n_k – компоненти вектора нормалі до поверхні рідини, P_0 – тиск в тій частині посудини, де рідина відсутня.

Приймемо, що видовження порожнини велике і вплив торців буде суттєвим тільки на відстані порядку $O(1)$ від торців. Тому, як і в [3],

опустимо граничні умови на торцях і будемо шукати усталений розв'язок на скінченному відрізку немов би нескінченного циліндра.

Будуватимемо розв'язок системи (1) з граничними умовами (2), (3) у вигляді розкладу за параметром ε :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \varepsilon \mathbf{v}_1 \dots, \quad p = p_0 + \varepsilon p_0 \dots, \quad \zeta = \varepsilon \zeta_0 \dots \quad (4)$$

В нульовому наближенні отримаємо очевидний розв'язок $\mathbf{v}_0 = 0$, $p_0 = P_0 - 0,5b^2$.

Підставимо (4) в рівняння (1), (2), (3) і прирівняємо коефіцієнти при ε . Одержимо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial \varphi} - 2v_1 &= -\frac{\partial p_1}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left(D'' u_1 - \frac{u_1}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} \right), \\ \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + 2u_1 &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} + \frac{1}{Re} \left(D'' v_1 - \frac{v_1}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_1}{\partial \varphi} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial \varphi} - 2 \sin \theta r \cos \varphi = -\frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{1}{Re} D'' w_1,$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{u_1}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0,$$

$$r=1: \quad u_1 = 0, \quad v_1 = 0, \quad w_1 = 0$$

$$r=b: \quad -p_1 - b^2 \cos \theta - b \zeta_1 + \frac{2}{Re} \frac{\partial u_1}{\partial r} = 0,$$

$$\frac{1}{b} \frac{\partial u_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_1}{\partial r} - \frac{v_1}{b} = 0, \quad \frac{\partial w_1}{\partial r} + \frac{\partial u_1}{\partial z} = 0, \quad u_1 - \frac{\partial \zeta_1}{\partial \varphi} = 0. \quad (6)$$

Розв'язок системи (5) з граничними умовами (6) шукатимемо у вигляді

$$u_1 = 0, \quad v_1 = 0, \quad \zeta_1 = 0, \quad p_1 = -b^2 \cos \theta,$$

$$w^{(1)}(r, \varphi) = \sin \theta (w_c(r) \cos \varphi + w_s(r) \sin \varphi) \quad (7)$$

Підставимо (7) в (5), (6) і отримаємо наступну задачу для визначення комплексної функції $w = w_s + iw_c$:

$$w'' + \frac{w'}{r} - \frac{w}{r^2} - i \operatorname{Re} w = -2ir \operatorname{Re} \quad (8)$$

$$r=1: \quad w=0, \quad r=b: \quad w'=0$$

$$\text{де } ()' = \frac{d()}{dr}$$

Загальний розв'язок лінійного неоднорідного рівняння (8) має вид

$$w(r) = 2r + C_1 I_1(qr) + C_2 K_1(qr), \quad (9)$$

де $I_1(qr), K_1(qr)$ – модифіковані функції Бесселя і Ганкеля комплексного аргументу $qr \left(q = (1+i) \left(\frac{R}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right)$. Константи C_1 і C_2 визначаються з граничних умов і дорівнюють

$$C_1 = \frac{-2 \left(K_1(q) + qK_0(qb) + \frac{K_1(qb)}{b} \right)}{K_1(q) \left(qI_0(qb) - \frac{I_1(qb)}{b} \right) + I_1(q) \left(qK_0(qb) + \frac{K_1(qb)}{b} \right)},$$

$$C_2 = \frac{2 \left(I_1(q) - qI_0(qb) + \frac{I_1(qb)}{b} \right)}{K_1(q) \left(qI_0(qb) - \frac{I_1(qb)}{b} \right) + I_1(q) \left(qK_0(qb) + \frac{K_1(qb)}{b} \right)}. \quad (10)$$

Сукупність формул (7), (9), (10) описує розв'язок поставленої задачі в першому наближенні. Ці формули можна спростити для частинних випадків великих і малих чисел Рейнольдса Re .

При $Re \gg 1$ аргументи функцій Бесселя великі, то ж скористаємось асимптотичним представленням бesselевих функцій для великих аргументів [4]

$$I_\nu(z) \approx i^{-\nu} \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} e^{z+iv\pi/2+i\pi/4}, \quad K_\nu(z) \approx i^{\nu+1} \pi \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} e^{-z-iv\pi/2-i\pi/2}.$$

Із (9), (10) отримаємо розв'язок для великих чисел Рейнольдса

$$w(r) = 2r - 2r^{-1/2} e^{q(r-1)} + \frac{2}{q} \left(\frac{r}{b} \right)^{-1/2} e^{q(b-r)} + O\left(\frac{1}{q^2} \right). \quad (11)$$

Із виду (11) випливає, що поза тонкими пограничними шарами біля твердої стінки і вільної поверхні розв'язок поводитья як $w \approx 2r$, що відповідає розв'язку для ідеальної рідини. Другий доданок в формулі для w характеризує течію в тонкому пограничному шарі біля твердої стінки, а третій – біля вільної поверхні, причому він має менший порядок малості порівняно з доданком, який описує течію біля твердої стінки. Такий самий розв'язок можна отримати, розв'язуючи задачу для великих чисел Рейнольдса методом пограничного шару.

Для випадку малих аргументів модифіковані функції Бесселя і Ганкеля нульового і першого порядків можна представити у вигляді

$$I_0(z) = 1 + \frac{z^2}{2^2} + o(z^2), \quad I_1(z) = \frac{z}{2} + \frac{z^3}{2^4} + o(z^3),$$

$$K_0(z) = -\ln \frac{\gamma z}{2} + \frac{z^2}{2^2} \left(1 - \ln \frac{\gamma z}{2} \right) + o(z^2), \quad K_1(z) = \frac{1}{z} + \frac{z}{2} \left(\ln \frac{\gamma z}{2} - \frac{1}{2} \right) + o(z^3),$$

де γ – константа Ейлера.

Із (9), (10) отримаємо розв'язок для малих чисел Рейнольдса

$$w(r) = Re \frac{i}{4} \left(\frac{1+3b^4}{1+b^2} r + \frac{b^2(1-3b^2)}{1+b^2} \frac{1}{r} - r^3 \right) + O(Re^2).$$

Як при малих, так і при великих числах Рейнольдса течія складається із двох потоків, один із яких спрямований вздовж осі z , а інший – у протилежному напрямі. Для великих Re в розв'язку домінує дійсна складова, тобто максимальна швидкість досягається при $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $\varphi = \frac{3\pi}{2}$, і потік має додатній напрям спереду по ходу прецесійного обертання $\left(\varphi = \frac{\pi}{2} \right)$. Для малих Re в розв'язку домінує уявна частина, тому швидкість максимальна при $\varphi = 0$; $\varphi = \pi$ і потік має додатній напрям при $\varphi = 0$.

Для визначення моменту сил, що діють на тіло з боку рідини, скористаємося теоремою про зміну моменту кількості руху відносно початку координат. Тоді для гідродинамічного моменту отримаємо

$$\mathbf{M} = \iiint_V \mathbf{R} \times \left(((\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) \nabla) (\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}) \right) dV, \quad (12)$$

де V – об'єм, який займає рідина.

Підставляючи отримані вище розв'язки в (12), для осьової проекції моменту будемо мати

$$M_z = 4\rho\omega^2 a^4 c\pi \sin^2 \theta \frac{\varepsilon^2}{Re} \left(4 + 2b^2 + Re \left\{ C_1 (qI_0(q) + bI_1(qb)) + C_2 (-qK_0(q) + bK_1(qb)) \right\} \right),$$

де $Re\{ \}$ означає дійсну частину виразу в дужках.

Для частинних випадків малих і великих чисел Рейнольдса матимемо відповідно

$$M_z = -\frac{1}{12} \rho\omega^2 a^4 c\pi \sin^2 \theta \varepsilon^2 Re \frac{(1-b^2)^3 (7b^2+1)}{1+b^2},$$

$$M_z = -4\sqrt{2} \rho\omega^2 a^4 c\pi \sin^2 \theta \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{Re}}.$$

Література

1. Моисеев Н.Н. Динамика тел с полостями, содержащими жидкость / Н.Н. Моисеев, В.В. Румянцев. – М.: Наука, 1965. – 439 с.
2. Черноушко Ф.Л. Движение твердого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость / Ф.Л. Черноушко. – М.: ВЦ АН СССР, 1968. – 230 с.
3. Казмерчук И.М. О движении вязкой жидкости в прецессирующем цилиндре / И.М. Казмерчук, В.А. Самсонов // Изв. АН РАН МЖГ. – 1993. – № 6. – С. 134-137.

4. Янке Е. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы / Е.Янке, Ф.Эмде, Ф.Леш. – М.: Наука, 1977. – 342 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 10.12.2010 р.

Рекомендовано до друку д.т.н., професором Мойсишиним В.М.

VISCOUS FLUID MOTION IN CYLINDER EXECUTING REGULAR PRECESSION

I. M. Gural¹, O.T.Gamarnyk²

¹*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;
76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'k, 15*

²*Ivano-Frankivs'k national medical university;
76000, Ivano-Frankivs'k, st. Galich, 2*

The solution of the linearized Navier-Stokes equations for determining the steady relative motion of viscous incompressible fluid partly filling a cylindrical vessel executing slow regular precession with an arbitrary angle of nutation is constructed. The axial component of the moment of the forces exerted by the fluid on the lateral surface of the vessel is determined.

Key words: *viscous incompressible fluid, regular precessio*

Фізика і хімія твердого тіла

УДК 669.621

КВАНТОВО-РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ В ТОНКИХ ПЛІВКАХ ТА НАНОСТРУКТУРАХ (ОГЛЯД)

**Д. М. Фреїк, Л. Т. Харун, О. Л. Соколов,
І. К. Юрчишин, В. Ю. Потяк**

*Прикарпатського національного університету імені В. Стефаника;
кафедра фізики і хімії твердого тіла;
76000, Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57; e-mail: freik@pu.if.ua*

Проведено огляд робіт, присвячених квантовим розмірним ефектам у матеріалах пониженої розмірності, зокрема: металах, напівметалах та напівпровідниках.

Ключові слова: *квантово-розмірні ефекти, осциляції, період коливань, плівки, наноструктури, квантові ями, бар'єри нескінченної та скінченної висоти.*

Зміст

Вступ

I. До історії питань квантово-розмірних ефектів

II. Умови існування квантових розмірних ефектів у наноструктурах.

Елементи теорії

III. Прояв квантово-розмірних ефектів у металах

IV. Прояв квантово-розмірних ефектів у напівметалах

V. Прояв квантово-розмірних ефектів у напівпровідникових наноструктурах

Висновки

Література

Вступ

Значна увага до вивчення фізичних явищ у тонких плівках зумовлена як широкими перспективами практичного використання плівок в мікроелектроніці, техніці надвисоких частот, оптоелектроніці та інших галузях новітньої техніки, так і можливістю отримання важливої інформації, необхідної для розв'язання окремих фундаментальних проблем фізики твердого тіла і фізики поверхні.

Завдяки суттєвому прогресу фізики і можливості досягнення над-

високого вакууму, починаючи з другої половини ХХ-го століття, стало можливим проведення досліджень у добрих вакуумних умовах, що дозволило отримувати достатньо чисті зразки із наперед заданими структурою і фізичними характеристиками.

Внаслідок того, що властивості плівок суттєво залежать від перебігу процесів на їх поверхні, тонкі плівки виявились зручними об'єктами для експериментального дослідження механізмів утворення конденсованого стану речовини, для вивчення зонної енергетичної структури твердих тіл та їх поверхні, механізмів переносу заряду в приповерхневих ділянках твердого тіла, для в'яснення природи адсорбційного зв'язку, вивчення проблем каталізу і розв'язання інших питань.

Властивості тонких шарів, звичайно, відрізняються від властивостей масивного матеріалу внаслідок можливих відмінностей у структурі та внаслідок обмеження розмірів в одному з напрямків. Обмеження розмірів у плівках та наноструктурах призводить до появи ряду фізичних ефектів, які в масивних зразках слабо виражені або взагалі не спостерігаються. Дані явища називаються розмірними і, звичайно, вивчаються в процесі зміни товщини матеріалів пониженої розмірності.

Найбільш кардинальною перебудовою властивостей відрізняються квантово-розмірні структури, в котрих вільні носії заряду обмежені в одному (тонкі плівки, наноструктури), двох (квантові дроти) або в усіх трьох (квантові точки та їх системи) напрямках в області, розміри якої співмірні з довжиною хвилі де Бройля для вільних носіїв заряду. При цьому вступають в силу закони квантової механіки і відбуваються зміни в найбільш фундаментальній характеристиці електронної системи – енергетичному спектрі.

В даній роботі здійснено опис основних теоретичних та експериментальних робіт, що відносяться до квантово-розмірних ефектів у тонких плівках металів, напівметалів та напівпровідникових наноструктур.

I. До історії питань квантово-розмірних ефектів

Вперше теорія квантово-розмірного ефекту (КРЕ) була розроблена в роботах І.М. Ліфшица та його співробітників [1-4] (перша з робіт датована 1953 роком), де досліджені осциляції термодинамічних величин сильно виродженого електронного газу в обмежених металічних зразках.

В період появи робіт [1-3], отримані в них результати розглядались, як суто теоретичні, бо експериментальне підтвердження прояву КРЕ було зроблено більше як через десять років, після появи роботи [1]. Можливо, до цього стимулювали роботи В.Б. Сандомирського [5, 6], та робота Б.А. Тавгера і В.Я. Демиховського [7], в яких були зроблені теоретичні оцінки і була показана реальна можливість прояву КРЕ в тонких напівпровідникових та напівметалічних плівках. Роботи [5-7] поступили в редакцію в 1962 році. Перше повідомлення про експериментальне спостереження осциляцій опору і гальваномагнітних параметрів чистих плівок вісмуту було представлено в роботі Ю.Ф. Огріна, В.Н. Луцкого

та М.І. Єлінсона [8] в 1966 році, яку згодом В.Н. Луцкий зі співробітниками доповнили роботами [9, 10] (1966 р., 1967 р.). Стаття [10] мала мету провести детальне дослідження властивостей плівок вісмуту в широкому інтервалі товщин, щоб підтвердити запропоноване трактування спостережуваних осциляцій розмірним квантуванням.

Перше повідомлення про експериментальний прояв КРЕ зумовило появу великої кількості теоретичних робіт, присвячених квантовому розмірному ефекту. Досягнення в експерименті виявились суттєво скромнішими, що пов'язано зі складністю спостереження ефекту в реальних плівках.

Першопочатково в роботах із квантово-розмірного ефекту найчастіше розглядалась ситуація, коли заселена тільки одна підзона з квадратичним законом дисперсії. Результати серії теоретичних робіт, де в рамках такої моделі розглядалися електропровідність і гальвано-магнітні властивості розмірно-квантованих напівпровідникових та напівметалічних плівок, відображені в огляді [11] Б.А.Тавгера та В.Я.Демиховського у 1968 році.

В.Б. Сандомирський в 1967 році в роботі [12] розвинув теорію квантового розмірного ефекту на прикладі ізотропного напівметалу. Він припустив, що розсіювання відбувається на δ -подібному потенціалі центрів розсіювання. Час релаксації виявився зубчато-подібною функцією від товщини, що і визначає осциляції кінетичних параметрів.

Основною причиною осциляцій кінетичних характеристик повинні бути осциляції густини станів. Детальні розрахунки зміни густини станів і енергії Фермі в залежності від товщини плівок напівметалів, таких як вісмут і сурма, які врахували анізотропію спектра за різних орієнтацій плівок, виконані в роботі М.І. Каганова, С.С. Недорезова, і А.М. Рустамової [13] в 1970 році.

Л.В. Іогансеном [14] в 1966 році теоретично був знайдений час релаксації електронів у плівці при заповненні двох підзон. За достатньо низької температури розсіювання на фонах повинно відбуватись в межах однієї підзони. Розсіювання електронів на електронах в квантованій плівці також суттєво обмежене.

Провідність плівки з довільним числом підзон розглянули в 1969 році в роботі [15] Л.И. Магарилл, А.А. Романов та В.С. Сардарян. Розрахунок провідності зроблений на основі квантового кінетичного рівняння. При виродженій статистиці виникає осциляційна залежність $\sigma(d)$, при невиродженій статистиці осциляції за низької температури є відсутні. Те, що електропровідність при розсіюванні на оптичних фонах осцилює як за відсутності, так і за наявності виродження, але при цьому періоди осциляцій різні, дослідив у 1971 році в роботі [16] В.А. Маргуліс.

У роботах А.А. Романова [17,18] (1969-1970рр.) розглянуті термоЕРС напівпровідникових, а в роботі М.Д. Блоха [19] (1970р.) – теплопровідність напівметалічних плівок в умовах квантового розмірного ефекту.

І.О. Кулик, застосовуючи методи квантової теорії поля, в 1967 році у роботі [20] повідомив про розрахунок двох квантово-розмірних ефектів в

кінетичних характеристиках тонких плівок: 1) осциляцій питомого опору ρ від товщини d плівок; 2) осцилюючої залежності густини струму j від напруженості електричного поля E .

Котгі у роботах [21-23] 1972-1975 років уточнив деякі питання теорії квантово-розмірного ефекту на моделі одновимірного кристалу обмежених розмірів, увівши у розгляд реалістичну форму граничного потенціалу. При цьому власні значення енергії дещо зміщуються порівняно з випадком нескінченно високого прямокутного бар'єру.

Існування скінченної мінімальної енергії, яка визначається товщиною плівки (див. формулу (1.1)), призводить до зменшення перекриття в напівметалах [12] і при певній товщині d_0 може призвести до переходу напівметалу у напівпровідник. Квантовий ефект переходу напівметал-діелектрик при зменшенні товщини плівки теоретично розглянутий в роботі [24] В.Н. Луцького у 1965 році. В моделі прямокутної ями з нескінченно високими стінками для ізотропного напівметалу товщина d_0 співпадає з періодом осциляцій Δd . Критична товщина переходу для вказаної моделі при різних орієнтаціях плівок вісмуту і сурми розрахована в роботі [13]. Зауважимо, що критична товщина може відрізнятись від очікуваної внаслідок перенормування електронних станів під дією на даний електрон сумарного поля зарядів у плівці. Перенормування рівнів за рахунок звичайної електрон-електронної взаємодії розраховано в роботах [25, 26], а під дією електричного поля, яке виникає внаслідок неоднорідності електронної густини в плівці, – в роботі [27]. Перехід напівметал-напівпровідник при зміні товщини плівок сплаву вісмут-сурма спостерігали у своєму дослідженні Є.І. Бухштаб, Ю.Ф. Комнік та Ю.В. Нікітін [28]. На основі виконаних вимірювань, вони зробили висновок, що зі збільшення товщини в плівках сплаву вісмут-сурма напівпровідникового складу відбувається перехід напівметал-напівпровідник. Для плівок $\text{Bi}_{0,83}\text{Sb}_{0,17}$ це відбувається за товщини 7-8 мкм.

Дуже цікавою роботою році з даної тематики є автореферат дисертації на тему “Явища переносу і квантові розмірні ефекти в тонких плівках телуриду свинцю та вісмуту та структурах на їх основі” автора Любченко С.Г. (2007 р.) У [29] наведено загальні відомості про класичні та квантові розмірні ефекти, характер їх прояву і умови спостереження в двовимірних системах. Особлива увага надана прояву квантових розмірних ефектів у явищах перенесення. Наведено відомості про структуру та кінетичні властивості кристалів і тонких плівок PbTe та Bi , сплавів і гетероструктур системи PbTe - Bi . На основі дослідження температурних і товщинних залежностей кінетичних коефіцієнтів тонких плівок Bi ($d = 7-200$ нм) зроблено висновок, що із зменшенням товщини плівок при $d \cong 25 \pm 5$ нм відбувається перехід напівметал – напівпровідник, обумовлений розмірним квантуванням енергетичного спектру носіїв заряду. Встановлено, що при зменшенні d у напівпровідниковій області ширина забороненої зони зростає, і це підтверджує наявність і квантову природу переходу.

Поглинання електромагнітного випромінювання при переході електронів між рівнями розмірного квантування в плівках розглядалось в бага-

твох роботах у т.ч. [30-34]. Поглинання фотонів, яке супроводжується між-підзонними переходами електронів, повинно мати резонансний характер, а, отже, залежність коефіцієнта поглинання монохроматичного світла від товщини плівки повинна бути осцилюючою. Крім того, можливі резонансні піки поглинання світла в плівці певної товщини при зміні довжини хвилі випромінювання. Н.С. Ритова розглянула у своїй роботі [30] випадок, коли падаюче світло поляризоване по нормалі до плівки. А.Я. Шик у роботі [31] вказав, що через низьку поперечну високочастотну провідність розмірно-квантованої плівки виникає різка анізотропія її діелектричних властивостей. Ним же, у роботі [32] вказано, що при падінні поляризованої в площині плівки хвилі, встановлюється неоднорідний розподіл струму і поля, що призводить до резонансного поглинання електромагнітної хвилі за певних частот, залежних від товщини цієї плівки. Звідси, за довільної поляризації світла при зміні товщини плівки, повинні осцилювати оптичні коефіцієнти. Такі спостереження проведені для плівок алюмінію [33], однак виявлений період коливань (~ 20 нм) не вдалось узгодити з розрахунками для розмірного квантування в зоні провідності алюмінію (з такого періоду осциляцій випливає значення ефективної маси $\sim 0,1-0,3 m_0$). Слід вважати, що в даному випадку осциляції пов'язані з міжзонними переходами [34].

Велика кількість теоретичних робіт присвячена властивостям квантованих плівок у магнітному полі. Г.А. Гогадзе і І.О. Кулик [35] передбачили появу всплесків термодинамічного потенціалу у випадку співпадіння рівнів Ландау при зміні поля і квазидискретних рівнів енергії, обумовлених розмірним квантуванням.

Термодинамічні властивості плівок у магнітному полі, яке орієнтоване паралельно до плівки, розглянув С.С. Недорезов у 1969 році в роботі [36]. Він показав, що при зміні магнітного поля виникають осциляції з періодом, який визначається зміщенням підзон на величину, що дорівнює відстані між квазидискретними рівнями поблизу енергії Фермі. При переході до похилого чи до перпендикулярного напрямку поля квазидискретні рівні стають щільнішими, і спектр стає дискретним [37]. Ці результати стосуються випадку великого числа підзон та довільної анізотропної форми ізоенергетичних поверхонь.

Кінетичні властивості розмірно-квантованих плівок у магнітних полях розглядалися в багатьох роботах [16, 38-43], де передбачено появу осциляцій в перпендикулярному магнітному полі, що пов'язані з квантово-розмірними підзонами.

Одна з можливостей вивчення квантового розмірного ефекту пов'язана з використанням тунельної спектроскопії. Г.А. Гогадзе та І.О. Кулик у 1965 році в роботі [44] показали, що тунельний струм із розмірно-квантованої плівки є осцилюючою функцією зміщення, яка відображає особливості густини станів. Провідність тунельної системи при зміні товщини плівки, як показала Е.Т. Роговська [45] в 1973 році, монотонно змінюється, причому області швидкого і повільного спаду провідності чергуються між собою.

У всіх згаданих теоретичних роботах розглядається, як правило, ідеалізована модель монокристалічної плівки з дзеркальними гладкими поверхнями. Наявність дефектів у об'ємі плівки призводить до зменшення амплітуди квантово-розмірних осциляцій опору [46]. Вплив поверхневих неоднорідностей на густину станів квазічастинок в розмірно-квантованій і класичній плівках розглянуто А.В. Чапликом та М.В. Ентінім [47]. При умовах квантування, розсіювання поверхнею призводить до згладжування стрибків густини станів [47] і забезпечує наявність ненульового залишкового опору навіть за відсутності якого-небудь об'ємного механізму розсіювання [48]. В роботі [49] розглянуто зміну характеру розсіювання електронів на фононах в квантованій плівці, пов'язану з наявністю поверхні. Шорсткість поверхні плівки призводить до виникнення в розмірно-квантованому електронному спектрі локалізованих станів електронів, розміщених нижче рівня мінімальної енергії в першій підзоні [49]. А.В. Чаплик [50] показав, що внаслідок взаємодії електронів з домішками при розмірному квантуванні залежність електропровідності від товщини досить ускладнюється, хоча зберігає осцилюючий характер.

Інтерес до дослідження наноструктур на основі IV-VI для термоелектричних цілей, різко зріс після теоретичного прогнозу американських фізиків про значне збільшення термоелектричної добротності при зменшенні ширини квантової ями до нанорозмірів [51] у 2001 році і подальших експериментальних досліджень цього ефекту. На початок 2002 року з'явилися дослідження [52], автори яких вперше спостерігали осциляції гальваномагнітних і термоелектричних властивостей в тонких плівках сполук IV-VI, вирощених на підкладках KCl. Відомо, що структура та електронні властивості тонких плівок сполук IV-VI залежать здебільшого від технологічних факторів (типу і температури підкладки, складу шихти, взаємодії із киснем і т.д.), що викликає необхідність вивчення впливу цих факторів на прояв осциляційних ефектів.

Нещодавно в серпні 2010 року вийшла стаття-огляд актуальних проблем [53] вчених Московського державного університету М.В. Ломоносова. З'ясовано, як пишуть А.В. Дмитрієв та І.П. Звягін, що наближення, використані в первинних розрахунках Хікса і Дрессельхауса, не враховували деяких важливих особливостей кінетики носіїв заряду в реальних системах пониженої розмірності. Так, в їх роботах вважалося, що для носіїв заряду шари, де вони знаходяться є нескінченно глибокими потенціальними ямами, а розсіювання електронів розглядалося в наближенні постійного часу релаксації, тобто передбачалося, що рухливість носіїв не змінюється за зменшенням товщини шарів. Виявилось, що відмова від цих припущень може істотно змінити результати розрахунку термоелектричних параметрів. Водночас для інших умов прогнози Хікса і Дрессельхауса можуть залишатися справедливими. У роботі [54] було показано: якщо основним механізмом розсіювання електронів є взаємодія з полярними оптичними фононами, то за високих температур, коли РО-розсіяння можна вважати пружним, відповідний час релаксації електронів залишається постійним при зменшенні товщини ям, і в

цьому випадку прогнози Хікса і Дрессельхаус про зростання термоелектричної добротності в системах з квантовими ямами виявляються вірними.

Тож бачимо поступ у розвитку експериментального спостереження і теоретичного пояснення КРЕ у матеріалах пониженої розмірності.

II. Умови існування квантових розмірних ефектів у наноструктурах. Елементи теорії

Інтенсивний прогрес нанотехнологій зумовлює дослідження квантових розмірних ефектів (КРЕ). Явище КРЕ у плівках має місце, коли товщина плівки d стає порівнянною з довжиною хвилі де Бройля. Цим умовам задовольняють напівметалічні та напівпровідникові плівки.

Для експериментального спостереження розмірного квантування умови експерименту і матеріал плівки мають задовольняти відповідним вимогам.

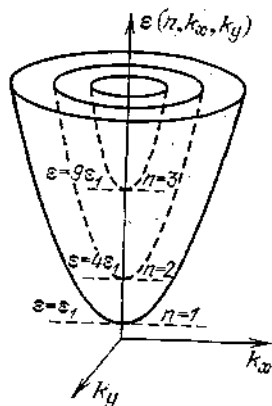


Рис.1. Частково квантований спектр носіїв струму в тонкій плівці [55]

Найперше слід підкреслити, що спектр носіїв у плівці, як видно з рис. 1, складається з зон, які перекриваються. Коли носії струму займають велику кількість перекритих зон, квантування спектру не повинно відігравати суттєвої ролі. Розмірне квантування може проявлятися тільки у випадку, коли середня енергія електрона провідності $\bar{\epsilon}$ має той самий порядок, що й характерна енергія квантування ϵ_1 особливістю спектра в плівці є наявність скінченної мінімальної енергії ϵ_1 [55, 56]:

$$\epsilon_1 \equiv \epsilon(n = 1, k_x = k_y = 0) = \frac{\hbar^2}{2m_{\perp}} \frac{\pi^2}{d^2}, \quad (1.1)$$

де n – розмірне квантове число, $n = 1, 2, 3, \dots$; m – ефективна маса носіїв струму в перпендикулярному до руху напрямку; d – товщина плівки.) Тобто носії повинні займати невелику кількість підзон (під підзоною в даному випадку розуміються значення, яких набуває енергія ϵ при даному значенні квантового числа n). Отже, необхідною умовою прояву КРЕ є:

$$\bar{\varepsilon} \approx \frac{\hbar^2}{2m_{\perp}} \frac{\pi^2}{d^2} \quad \text{або} \quad d \approx \frac{\pi\hbar}{\sqrt{2m_{\perp}\bar{\varepsilon}}} \approx \lambda_D, \quad (1.2)$$

де λ_D – довжина хвилі де Бройля. Також в умові (1.2) для виродженого електронного газу $\bar{\varepsilon}$ має той самий порядок, що й гранична енергія Фермі ζ_F , а для неvirодженого $\bar{\varepsilon} \approx k_0T$. Таким чином, для прояву розмірного квантування товщина плівки має бути співмірною з довжиною хвилі де Бройля λ_D для носіїв. З (1.2) видно, що для прояву КРЕ за реальних товщин вимагається мала ефективна маса, невелике заповнення спектру або низькі температури. Розрахунки за формулою (1.2) дають нереальні товщини для металічних і реальні для напівпровідникових та напівметалічних плівок.

Друга умова накладає обмеження на процес розсіювання носіїв струму. Через розсіювання, квазидискретний спектр у плівці частково розмивається на величину \hbar/τ , де τ – час релаксації. Для того, щоб дискретність спектру збереглася, необхідне виконання умови:

$$\frac{\hbar}{\tau} \ll \varepsilon(n+1) - \varepsilon(n), \quad \frac{\hbar}{\tau} \ll \varepsilon_1(2n+1), \quad (1.3)$$

де до останнього виразу легко дійти, згадавши, що $\varepsilon = \varepsilon_n = \varepsilon_1 n^2$, отже,

$$\begin{aligned} \varepsilon(n+1) - \varepsilon(n) &= \varepsilon_1(n+1)^2 - \varepsilon_1(n)^2 = \varepsilon_1(n^2 + 2n + 1) - \varepsilon_1 n^2 = \\ &= \varepsilon_1(n^2 + 2n + 1 - n^2) = \varepsilon_1(2n + 1). \end{aligned}$$

Ще, враховуючи формулу (1.1), вираз (1.3) можна записати у вигляді:

$$\frac{\hbar}{\tau} \ll (2n+1) \frac{\hbar^2}{2m_{\perp}} \frac{\pi^2}{d^2}. \quad (1.3^*)$$

Оскільки час релаксації τ прямо пропорційно пов'язаний з іншою важливою характеристикою носіїв, а саме їх рухливістю $\mu = e\tau/m$, то вираз (1.3) можна переписати так:

$$\frac{\hbar e}{\mu m_{\perp}} \ll \varepsilon(n+1) - \varepsilon(n). \quad (1.3^{**})$$

Ця умова існування квазидискретного спектру в плівці є найбільш строгою, і виконується тільки в досить досконалих і чистих плівках, де носії мають велику довжину вільного пробігу. Для виконання умови (1.3) вимагаються достатньо високі рухливості носіїв струму [55], що задовольняють (за невеликих концентрацій n) умові

$$\mu \gg \frac{ed^2}{\pi\hbar}. \quad (1.4)$$

Крім вказаних вище двох умов слід наголосити, що для спостереження КРЕ плівка має бути досить однорідною по товщині, щоб зміна положення розмірних рівнів у різних її частинах внаслідок випадкового розкиду товщини була значно меншою за відстань між ними. Для цього відносний розкид товщини [55] має задовольняти умові:

$$\frac{|\Delta d|}{d} \ll \frac{(2n+1)}{2n^2}, \quad (1.5)$$

де n – номер підзони. За відносно великих n , як видно з (1.5), розкид товщини $|\Delta d|$ має бути меншим d/n , щоб плівкові підзони різних ділянок не перекривались.

Однорідність плівки по товщині необхідна і для того, щоб розсіювання носіїв від поверхні було дзеркальним. Тобто таким, коли проекція квазіімпульсу $\hbar|k_z|$ (ми розглядаємо плівку, що обмежена по осі z , вільний рух носіїв здійснюється вздовж осі (x, y) , тому маємо двомірний k -простір (k_x, k_y) , в якому рух електрона є неперервним, а по третьому напрямку (k_z) рух або заборонений ($n=1$) або обмежений) при відбитті від поверхні плівки не змінюється. Для цього розмір неоднорідності $|\Delta d|$ має бути меншим за довжину хвилі де Бройля для носіїв струму [55]:

$$|\Delta d| < \lambda_D. \quad (1.6)$$

Для спостереження осциляційних КРЕ носії струму в плівці мають бути вироджені $k_0 T \ll \zeta_F$ [55, 56], крім того вимагається, щоб розмиття фермієвського розподілу (границя Фермі) було значно меншим за відстань між сусідніми підзонами [55,56], тобто

$$k_0 T \ll (2n+1)\varepsilon_1 < \zeta_F. \quad (1.7)$$

Остання нерівність в (1.7) необхідна для того, щоб під рівнем Фермі знаходилось хоча б декілька плівкових підзон. Тільки у цьому випадку можна спостерігати осциляційні КРЕ [55, 56].

Отже, для реалізації КРЕ потрібні матеріали з малою ефективною масою носіїв, із малим заповненням (рівнем Фермі), з високою рухливістю та дзеркальним поверхневим розсіянням (однорідні за товщиною плівки), а експерименти необхідно проводити за низьких температур (1.7). Цим умовам досить добре задовольняють напівметалічні і напівпровідникові плівки.

III. Прояв квантово-розмірних ефектів у металах

В 1968 р. Комнік Ю.Ф. та Бухштаб Є.І. [57] спостерігали квантові розмірні ефекти в тонких плівках олова. Олово, як відомо, належить до нормальних металів, тому на перший погляд, здається, що ці ефекти мають тут тільки теоретичний інтерес, бо електрони в металах, поряд з малою довжиною хвилі де Бройля, характеризуються також малим коефіцієнтом дзеркальності відбиття від поверхні. Автори намагались виявити ефект Блатта-Томпсона на плівках олова, який полягав у тому, що при зміні товщини плівки повинні осцилювати з затухаючою амплітудою критична температура і надпровідна щільність. Ефект теоретично обумовлений немонотонною залежністю густини станів від товщини плівки. Період осциляцій, як і в попередніх випадках, мав бути рівним півхвилі де Бройля. Конденсація плівок проводилась у вакуумі $\sim 133,322 \cdot 10^{-6}$ Па на скляну підкладку при температурі 200°К. Охолодження підкладки проводилось з метою зменшення критичної товщини,

що, звичайно ж, зумовило погіршення структури плівок. За результатами експерименту (рис.2) період осциляцій критичної температури узгоджується з припущеннями Блатта і Томпсона. Мала ж величина амплітуди спостережуваних осциляцій пояснена структурною недосконалістю плівок і малою часткою дзеркально відбитих електронів в олові. Проте, як відзначили автори, хід монотонної складової залежності $T_c(L)$ визначається значною мірою іншими причинами, а не розмірним квантовим ефектом.

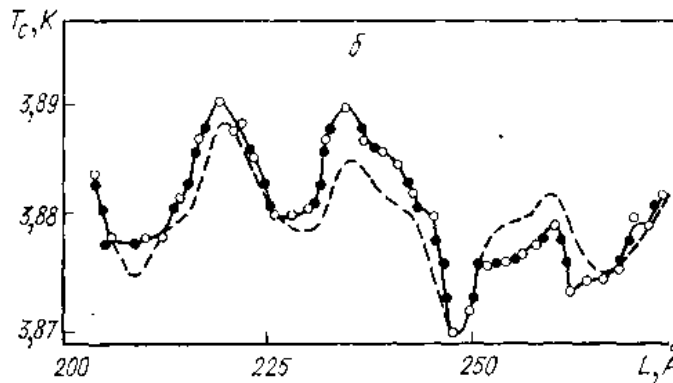


Рис.2. Залежність критичної температури T_c від товщини L (Å) плівок олова: ○ – точки, отримані інтерполяцією температури; ● – точки, отримані інтерполяцією товщини; пунктирна крива – теоретична крива [57, 58]



Рис.3. Прозорість алюмінієвої плівки в залежності від товщини за температури 4,2 К. Вздовж осі абсцис – товщина плівок, вздовж осі ординат – інтенсивність (у довільних одиницях) [59]

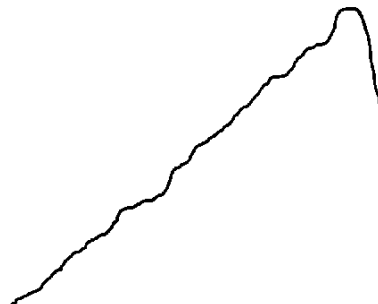


Рис.4. Прозорість алюмінієвої плівки в залежності від товщини за кімнатної температури. Вздовж осі абсцис – товщина плівок, вздовж осі ординат – інтенсивність (у довільних одиницях) [59]

Н.Є. Алексеевський та С.І. Веденєєв у роботі [59] досліджували прозорість для кисню плівок алюмінію. Їхні вимірювання в області температур рідкого гелію (4,2 К) показали наявність невеликих осциляцій прозорості плівки як функції від товщини. При підвищенні температури до температури рідкого азоту, амплітуда коливань зменшилася і зникла цілком за кімнатної температури. Автори передбачали, що отримана немонотонна варіація прозорості від товщини, є наслідком квантування. Оцінивши число рівнів, які повинні міститися в інтервалі товщин від 10^{-5} до $2 \cdot 10^{-6}$ см, вони знайшли, що їх число складає $d_1/d_2 \approx 5$. Значення ефективної маси носіїв вчені обчислили, використовуючи модель потенціальної ями: $m^* = (0,1-0,3) m_0$. Оскільки ця модель має багато спрощень, обчислені значення ефективної маси можуть бути розцінені як задовільні, особливо зважаючи на можливий вплив легких носіїв на спостережуваний ефект. Якщо немонотонна зміна прозорості дійсно є наслідком квантування, то зменшення в спостережуваних коливаннях з ростом температури відбувається ймовірно внаслідок зменшення середнього вільного пробігу електронів.

Прояв квантово-розмірного ефекту в плівках алюмінію абсолютно вірогідний, насамперед тому, що, як відомо, алюміній формує хорошу оптичну поверхню, здатну до створення дзеркального відбиття електронів, крім того, що спин-орбітальна взаємодія, яка зумовлює розмиття ефекту квантування, в алюмінію дуже мала [59].

Цікаві висновки щодо можливості прояву КРЕ в плівках золота зроблені авторами статті [60]. Вчені зауважили ось що: 1) оскільки в плівках Au довжина хвилі де Бройля становить $\lambda_D \approx 0,5$ нм, то період прогнозованих осциляцій динамічних характеристик (особливо виражених в поглинанні) металевих плівок дорівнює $d_0 \approx \lambda_D/2 = 0,25$ нм, тож, потрібен дуже чутливий метод для визначення товщини плівки, і 2) ультратонкі плівки повинні бути не острівцевими, а суцільними, що може забезпечити використання певних технологічних способів осадження або спеціальних, так званих сурфактантних підкладок (наприклад, з підшаром Bi_2O_3 , Al, Ge та ін.).

Розмірні залежності питомого опору плівок міді ($d \approx 4-30$ нм) досліджували львівські вчені Р.І. Бігун та З.В. Стасюк у роботі [61]. Проте, хоча у процесі напилювання плівок використовувався дуже високий вакуум (10^{-7} Па), а виміри проводились за низьких температур (78 К), експериментальні осциляції питомого опору не спостерігалися. Отримані d-залежності питомого опору автори описали з допомогою виразів квантової (яка передбачає існування осциляційних залежностей $\rho = \rho(d)$ з періодом d_0 , що дорівнює довжині хвилі де-Бройля електрона) та квазікласичної теорій явищ переносу заряду в зразках обмежених розмірів. Неспостережуваність осциляцій вчені пояснюють наявністю неоднорідностей поверхні плівки, недостатньою чутливістю вимірювання її товщини та особливостями динаміки росту плівки. Розмірні залежності питомого опору ρ плівок міді, які одержані в роботі [61], наведені на рисунку 5.

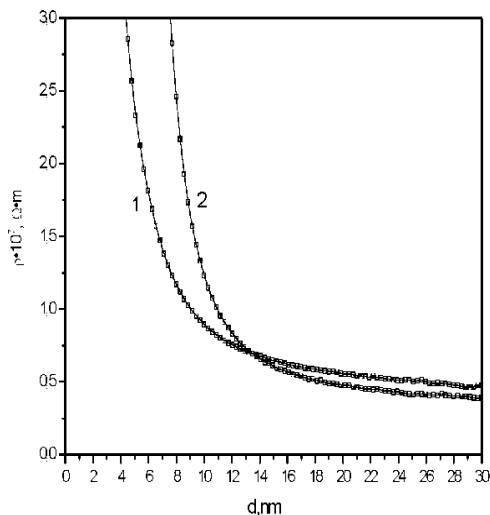


Рис. 5. Розмірні залежності питомого опору ρ плівок міді нанесених на чисте скло, покрите підшаром сурми (1), та на чисте скло (2)[61].

У плівках металів прояв розмірного квантування повинен спостерігатись при товщинах шару, менших 4-5 нм, саме ці товщини є співмірні з довжиною хвилі де Бройля носіїв струму. Отримання однорідних суцільних шарів таких малих товщин є достатньо складною технологічною проблемою. Наявність на поверхні шару макроскопічних неоднорідностей може повністю погасити осциляції. Перспективними є досягнення можливостей подолання впливу коагуляції при конденсації та зародженні шару металу з метою створення електрично суцільних шарів товщиною в декілька нанометрів.

IV. Прояв квантово-розмірних ефектів у напівметалах

В статті [8] авторами досліджена залежність опору, коефіцієнта Холла і магнітоопору від товщини плівок вісмуту при 300, 78 і 4,2 К (рис.6) (магнітне поле було перпендикулярним до площини плівки). Плівки готувались шляхом напылення чистого вісмуту (99,9999%) у вакуумі (10-6 мм.рт.ст.) на слюду, підігріту до 343÷353 К при швидкості напылення $\sim 50 \text{ \AA}/\text{хв}$. З рисунка видно, що криві мають осциляційний характер з приблизно однаковим періодом (відстанню між сусідніми максимумами чи мінімумами), $\Delta d \approx 400 \div 500 \text{ \AA}$. Виконані вимірювання за кімнатних і низьких температур виявили, що осциляції суттєво згладжуються за кімнатних температур, а найбільшу амплітуду вони мають за найнижчих температур. Результати, отримані в даній роботі, автори пояснюють розмірним квантуванням.

В роботі [10] було проведено детальне дослідження властивостей плівок вісмуту в широкому інтервалі товщин, а також отримані дані про структурні характеристики епітаксійних плівок вісмуту, що свідчить про їх високу досконалість. У інтервалі товщини від 120 до $\sim 4000 \text{ \AA}$ спостерігалось до 8 періодів добре виражених осциляцій питомого опору (рис.7).

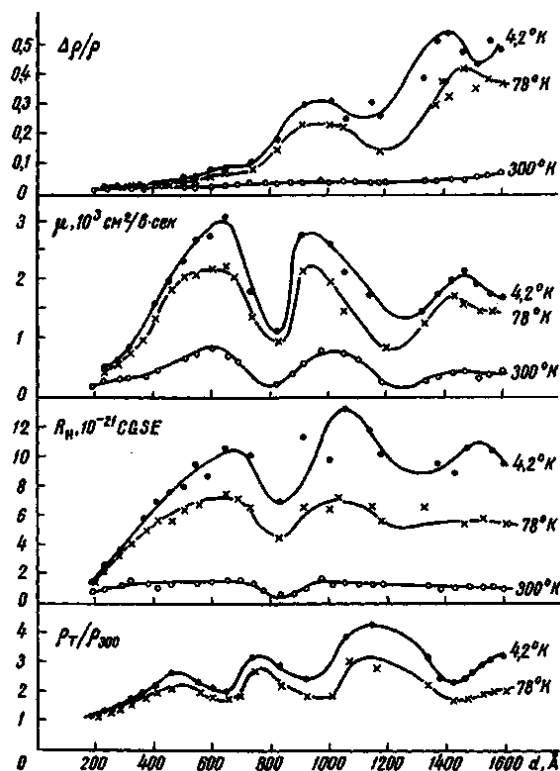


Рис.6. Залежність опору, коефіцієнта Холла і магнітоопору від товщини плівок вісмуту при $T=300, 78$ і $4,2$ К [8]

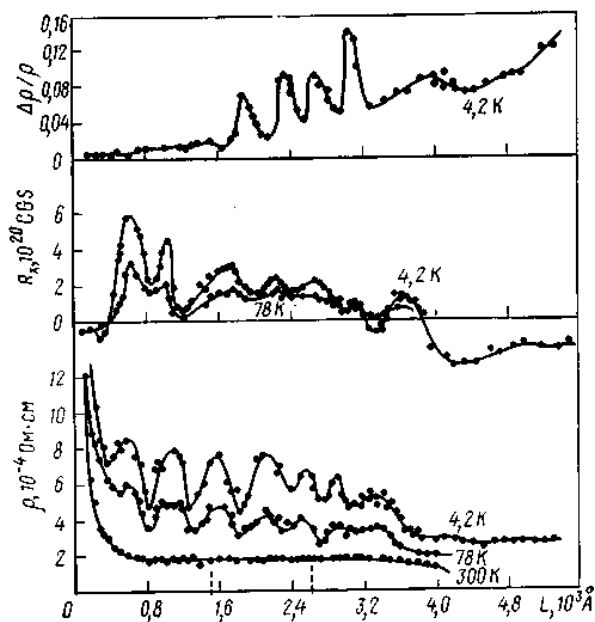


Рис.7. Залежність електроопору ρ , коефіцієнта Холла R_H і магнітоопору $\Delta\rho/\rho$ від товщини плівок вісмуту, сконденсованих на слюді. Вимірювання виконані на серіях зразків з кроком по товщині [10, 58]

Авторам статті [62] вдалося спостерігати і квантовий, і класичний розмірний ефект в полікристалічних тонких плівках вісмуту. Автори виявили аномальний розмірний ефект у провідності вісмуту (рис.8), з проявою КРЕ, де зі зменшенням товщини провідність плівок зростає. Цю аномальну залежність в провідності автори пояснюють не структурною досконалістю плівки, бо це майже неможливо при зменшенні товщини плівки, а продовженням релаксації для дірок і електронів із зменшенням товщини плівки. Оскільки зростає час релаксації, то відповідно зростуть рухливість і провідність носіїв.

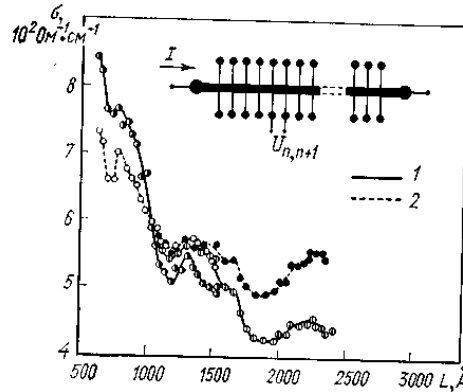


Рис.8 Залежність питомої провідності від товщини тонких плівок вісмуту. Вимірювання виконані за температури 4,2 К на зразках змінної товщини, отриманих при $T=350$ К: 1 – до відпалювання; 2 – після відпалювання за 420 К. Різні позначення експериментальних точок відносяться до різних зразків; вгорі показано конфігурацію зразка [62, 58]

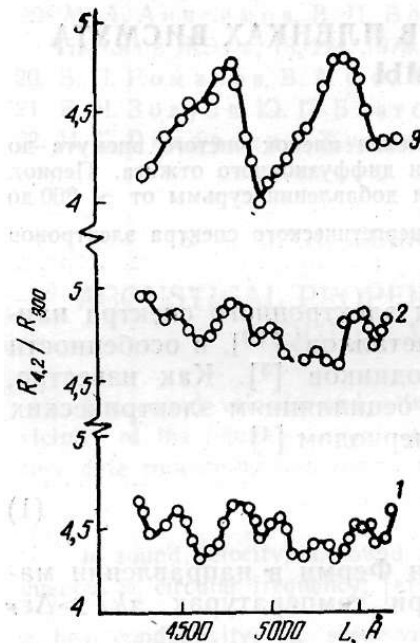


Рис.9. Залежність відносного опору $R_{4,2}/R_{300}$ від товщини плівок вісмуту для зразків чистого вісмуту (1), після нанесення шару сурми (2) і дифузного відпалювання (3) [63]

Дуже важливий висновок зроблений цими ж авторами, але в значно пізнішій роботі [63], де досліджувались квантові осциляції опору чистого вісмуту до і після нанесення на зразок тонкого шару сурми і дифузного відпалювання. На основі експерименту, результати якого відображені на рис.9, було показано, що осциляції опору в структурно доконалих плівках вісмуту пов'язані саме з параметрами спектру, а не з якими-небудь іншими випадковими причинами. Кількість нанесеної сурми складала ~4 ат.% в сплаві. Це відповідає дуже сильному (більш ніж удвічі) зменшенню перекриття електронної і діркової зон у сплаві вісмут-сурма, порівняно з чистим вісмутом. З рис.9 видно, що додання сурми призвело до зміни періоду осциляцій від ~260 до 650Å, тобто, більше ніж у два рази, що повністю узгоджується зі зміною параметрів спектру. Зростання амплітуди автори пояснили тим, що спостережені осциляції відповідають меншим квантовим числам.

Для виявлення квантового розмірного ефекту в тонких плівках сурми в роботі [64] детально вивчені залежності опору від товщини плівок при 4,2; 78 і 300 К. Під час досліджень використовувалися зразки змінної товщини. На рис. 6 наведені отримані в роботі [64] залежності електропровідності від товщини плівок сурми. Криві мають осциляційний характер; період осциляції складає ~25÷28 Å. Електрична провідність плівок сурми падає зі зменшенням товщини (рис.10). Ця залежність якісно відрізняється від відповідної залежності для плівок вісмуту, в яких виявився аномальний розмірний ефект в провідності. У дуже тонких плівках сурми пониження σ пов'язано з визначальним впливом погіршення структурних характеристик плівок при зменшенні товщини, що свідчать про зменшення амплітуди і розмиття квантових осциляцій.

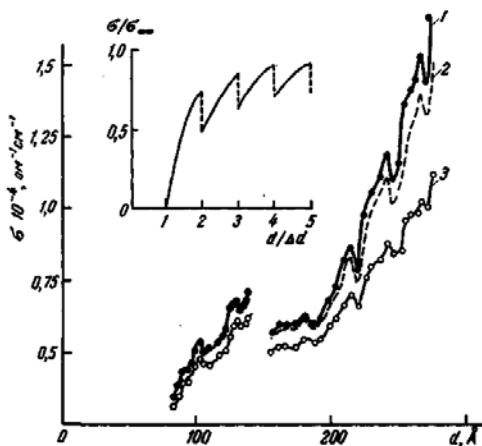


Рис. 10. Залежність електропровідності від товщини d (Å) плівок сурми Sb за температур: 1 – 4,2 К; 2 – 78 К; 3 – 293К [64]

Вагомий внесок у розвиток розуміння КРЕ зроблено у роботі [65]. Ю.Ф. Комнік, Е.І. Бухштаб, Ю.В. Нікітін та В.В. Андрієвський дослідили температурну зміну осциляційних залежностей опору тонких плівок вісмуту від товщини, які обумовлені квантовим розмірним ефектом. Використовуючи метод зразків змінної товщини, вчені переконались,

що амплітуда осциляцій залежить від досконалості структури плівок; вона, як правило, більша для ділянок поблизу максимальної товщини, де якість плівок вища у зв'язку з перпендикулярним падінням молекулярного пучка. Експеримент показав, що амплітуда осциляцій для плівок, товщина яких менша за 100 нм, помітно спадає зі зменшенням товщини (замість значного росту, який передбачала теорія). В багатьох випадках осциляції мають вигляд биття. Згасання осциляцій зі зменшенням товщини плівок тісно пов'язано, як висловили автори, з деформацією спектра поблизу поверхонь під впливом поверхневих станів.

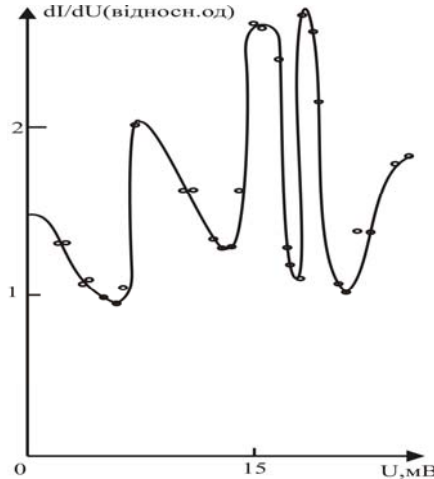


Рис. 11. Залежність dI/dU (відносні одиниці) від U (мВ) для системи Ві (тонка плівка) –діелектрик – Ві (тонка плівка) [9]

Методом тунельної спектроскопії [9] спостерігалися квантово-розмірні ефекти в тонких плівках вісмуту. Вимірювання проводились на трьох системах: 1) Ві (тонка плівка) –діелектрик –Ві (товста плівка), 2) Ві (тонка плівка) –діелектрик – Ag, 3) Ві (тонка плівка) –діелектрик – Ві (тонка плівка). На рис.11 наведено результати для третьої системи. У випадку квадратичного закону дисперсії залежність густини станів від енергії в квантованій плівці має вигляд ступінчастої функції, причому довжина сходинки зростає зі підвищенням енергії. Відповідно відстань між особливостями на вольтамперній характеристиці при тунелюванні електронів з квантованої плівки в масивний метал повинна зменшуватися, а при оберненій полярності напруги – збільшуватися. Далі, за напруги, яка відповідає зсуву рівня Фермі масивного електроду нижче за дно першої підзони в тонкій плівці, немонотонна залежність повинна змінюватися монотонним наростанням струму. Звідси автори оцінили значення енергії Фермі в плівці вісмуту, які знаходяться в межах $0,02 \div 0,027$ еВ, тобто виявляються близькими до відомих значень енергії фермі у масивному вісмуті. За відстанню між особливостями на вольтамперній характеристиці можна оцінити значення компоненти ефективної маси електронів у Ві, що відповідає напрямку тригональної осі. Це значення виявилось рівним $\sim 0,012m_0$, що добре узгоджується з відомих значенням цієї величини із вимірювань ефекту де Гааза - ван Альфена.

У роботі [66] автори досліджували магнітоопір монокристалічних плівок вісмуту товщиною 200-400 нм в магнітних полях. У плівках проявлявся квантовий розмірний ефект: залежності опору і гальваномагнітних властивостей від товщини плівок мали осциляційний характер. Також знайдено залежності концентрації плівок від товщини: вони мають осциляційний вигляд, причому амплітуда коливань порівняно велика і співмірна з амплітудою осциляцій опору та гальваномагнітних коефіцієнтів.

В.Н. Луцкий та Л.А. Кулик у своїй роботі [67] розглядали оптичні характеристики плівок вісмуту в умовах квантово-розмірного ефекту. Плівки вісмуту були отримані вакуумним випаровуванням на підкладки КВг. Основні результати даної роботи: 1) виявлено зміщення червоної межі оптичного поглинання (тобто зміна ширини забороненої зони, що є наслідком КРЕ) зі зміною товщини плівки; 2) спостережено момент переходу метал-напівпровідник, що є важливим проявом КРЕ в напівметалах; 3) відмічено немонотонний характер спектральної залежності оптичного пропускання; 4) поблизу краю поглинання спостережено максимум пропускання, який зміщується при зміні товщини плівки.

У четвертому розділі автореферату дисертації [29] Любченко Г.С. наведено результати дослідження товщинних ($d=4-300$ нм), температурних (80-300 К) та польових залежностей (0,1-1,0 Тл) кінетичних коефіцієнтів у тонких плівках Ві, отриманих на підкладках зі слюди з температурами $T_s^1 = 300$ К та $T_s^2 = 380$ К.

Дослідження товщинних залежностей σ , R_H , μ_H та S в інтервалі $d=5-300$ нм за кімнатної температури показало, що при температурі підкладки $T_s^2=380$ К спостерігаються осциляції з періодом $\Delta d=30\pm 5$ нм, що узгоджується з більшістю літературних даних. Загальний характер залежностей зберігається і за температури підкладки $T_s^1=300$ К, але осциляції проявляються менш чітко. Осцилюючий характер залежностей з тим же Δd спостерігається і за низьких температур, причому відносна зміна кінетичних коефіцієнтів в результаті осциляцій практично не залежить від температури вимірювання. Якщо приймати до уваги тільки монотонну складову кривих σ , R_H , $\mu_H(d)$, то Г.С. Любченко відзначила зростання усіх кінетичних коефіцієнтів із збільшенням товщини плівки до ~ 200 нм і вихід на насичення з подальшим зростанням d . Факт збереження загального характеру залежностей властивостей від товщини плівок, незважаючи на те, що кожний з досліджуваних зразків одержано в окремому експерименті, вказує на добре відтворення результатів та вірогідність закономірностей, що спостерігаються.

Відтак було проведено детальне дослідження товщинних залежностей кінетичних властивостей тонких плівок Ві в інтервалі $d=7-60$ нм. В межах цих товщин, як пише автор, можна виділити дві підобласті з різною залежністю властивостей від товщини: $d=7-25$ та $d=25-60$ нм. У першій підобласті залежності мають вигляд кривих з максимумом при $d\sim 20$ нм, а в другій – осцилюючий характер з періодом осциляцій $\Delta d=5\pm 1$ нм. Висловлюється припущення, що товщина $d=25\pm 5$ нм відповідає переходу напівметал-напівпровідник (НМНП), розмежовуючи пі-

добласті з напівпровідниковим і напівметалевим характером провідності, і що в області $d=25-60$ нм має місце прояв розмірного квантування дірок. Теоретична оцінка Δd для діркового газу свідчить, що це значення наближається до експериментального.

На основі одержаних температурних залежностей R_H для плівок з $d=7-60$ нм Г.С. Любченко було проведено теоретичний розрахунок значень ширини забороненої зони E_g в припущенні, що критична товщина, яка відповідає переходу НМНП, дорівнює $d=25\pm 5$ нм і при $d < 25\pm 5$ нм має місце напівпровідниковий хід провідності.

V. Прояв квантово-розмірних ефектів у напівпровідникових наноструктурах

У роботі [68] Філатов О.Н. та Карпович І.А. спостерігали квантові розмірні ефекти в плівках вироджених напівпровідників InSb. У своїй попередній роботі, автори оптичними вимірюваннями довели, що енергетичний спектр електронів в тонких плівках InSb має квазідискретний характер. Вони стверджують, що внаслідок малої величини густини станів у зоні провідності електронний газ в плівках InSb n-типу є вироджений за кімнатної температури. Цим самим задовольняється умова спостереження КРЕ (1.7). В роботі досліджувалась залежність питомого опору ρ , коефіцієнта Холла R_H , рухливості $\mu = R_H / \rho$, від товщини d плівок InSb n-типу (рис.12). При $d \leq 300 \text{ \AA}$ спостерігається різке зростання ρ , обумовлене, в основному, зменшенням концентрації носіїв. Автори це явище інтерпретують як зняття виродження електронного газу.

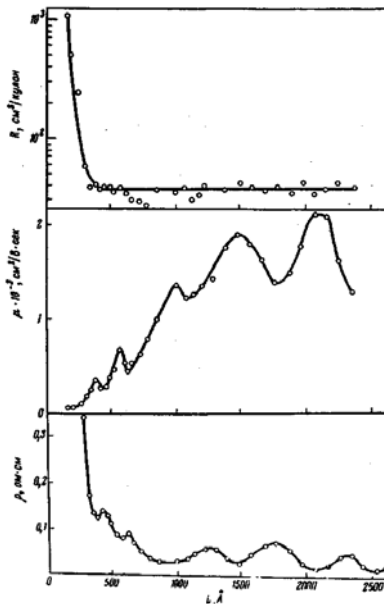


Рис. 12. Залежності: коефіцієнта Холла R_H , рухливості μ та питомого опору ρ від товщини d (\AA) плівки InSb за кімнатної температури [68]

В області прояву КРЕ в напівпровідникових матеріалах більшість робіт стосуються тонких плівок халькогенідів свинцю.

З наших робіт [69, 70] видно, що процеси окислення, які відбуваються в структурах на основі плюмбум халькогенідів, здійснюють дуже серйозний вплив на їх властивості. В роботах О.І. Рогачової підкреслюється неможливість спостереження квантових осциляцій у напівпровідникових плівках нанорозмірів, не захищених від окислення. Таким захистом, як говориться у статтях [71, 72], для плівок PbS, PbTe, PbSe є тонкий шар EuS (≈ 30 нм). Він повністю захищає плівки від окислення, завдяки чому вони зберігають провідність n-типу.

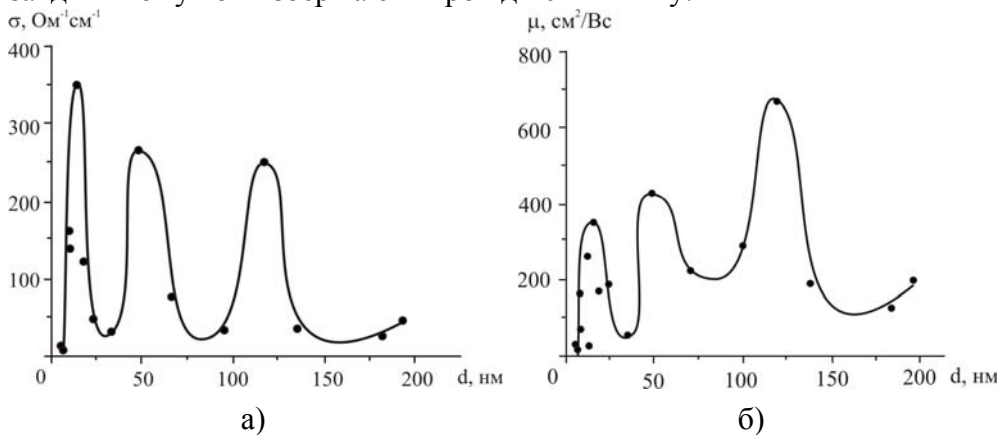


Рис.13. Залежності питомої електропровідності σ (а), рухливості μ (б) від товщини d шару PbSe в двошаровій структурі (100) KCl/PbSe/EuS за кімнатної температури. Криві проведені через експериментальні точки [72]

Квантово-розмірні ефекти в квантових ямах PbSe досліджено у статті [72]. На осциляційних кривих (рис.13) видно чітке співпадіння максимумів і мінімумів. Це свідчить про хорошу реалізацію КРЕ і структурну досконалість плівок. Крім методу росту, чистота плівок забезпечувалась захисним покриттям EuS від окислення. Саме підкладка KCl і шар EuS забезпечували в даній роботі квантову яму для носіїв у шарі PbSe. Не чітке співпадіння експериментального і теоретично обчисленого періоду осциляцій автори пояснюють спрощеннями введенням для використаної моделі, а саме: ізотропністю і параболічністю зони провідності, дзеркальним розсіюванням носіїв заряду та ідентичністю та нескінченною висотою стінок квантової ями.

Як і в статті [72] для плівок PbSe, квантова яма для плівок PbS ($d=2-200\text{нм}$) реалізована у роботі [73]. Залежність осциляцій від товщини кінетичних параметрів (рис.14), автори приписують появі в тонких шарах квантово розмірних ефектів. Теоретично визначений період осциляцій знову ж таки не чітко співпадає з експериментальним. Крім причин, вказаних у роботі [72], автори зазначають, що ця відмінність в періодах осциляцій пов'язана з тим фактом, що вимірювання здійснювалися за кімнатної температури. Зазвичай приймається, що для спостереження КРЕ крок квантування і теплове розширення енергетичних рівнів не повинні перевищувати відстані між рівнями (умова (1.7)). Тому осциляційна поведінка залежностей від товщини різних кінетичних параметрів може спостерігатися тільки в достатньо низькотемпературному

діапазоні і за достатньо високої рухливості носіїв заряду [55, 56]. Проте автори вказують, що КРЕ може спостерігатися навіть тоді, коли ці умови не виконуються, хоча його прояв, можливо, не такий чіткий, як за низьких температур і деякі осциляції, можливо, зникають, що призводить до похибки в експериментальному періоді осциляцій.

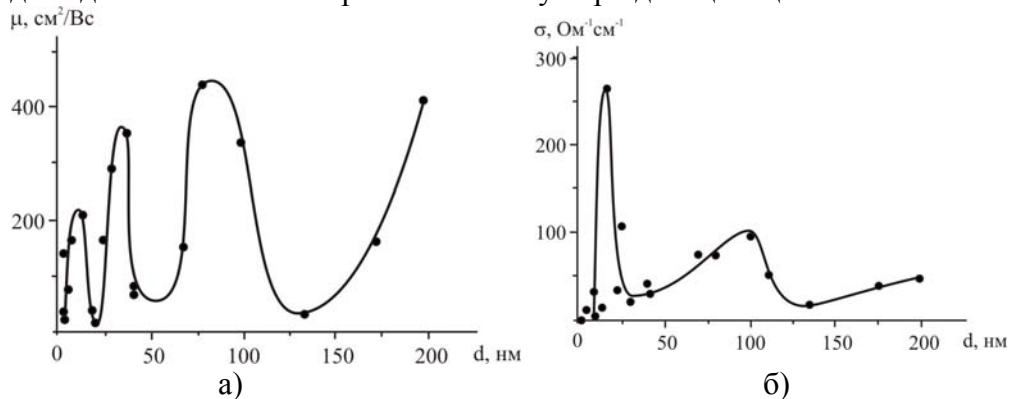


Рис. 14. Залежності: провідності σ (а), рухливості μ (б) від товщини d шару PbS у двошаровій структурі (100) KCl/PbS/EuS за кімнатної температури [73]

Осциляційна поведінка кінетичних параметрів, завдяки прояву КРЕ, досліджувалася у квантових ямах PbTe [74]. Важливим параметром, що визначає осциляційний характер d -залежностей різних кінетичних параметрів, є концентрація носіїв заряду, яка визначає номер заповненого підрівня і осциляційний період. У зв'язку з цим, автори більш деталізовано вивчали залежності від товщини гальваномагнітних і термоелектричних параметрів структур KCl/PbTe/EuS з різними концентраціями носіїв зарядів. Було встановлено, що в осциляційних d -залежностях кінетичних параметрів позиції максимумів змінюються зі зміною концентрації носіїв струму (рис. 15).

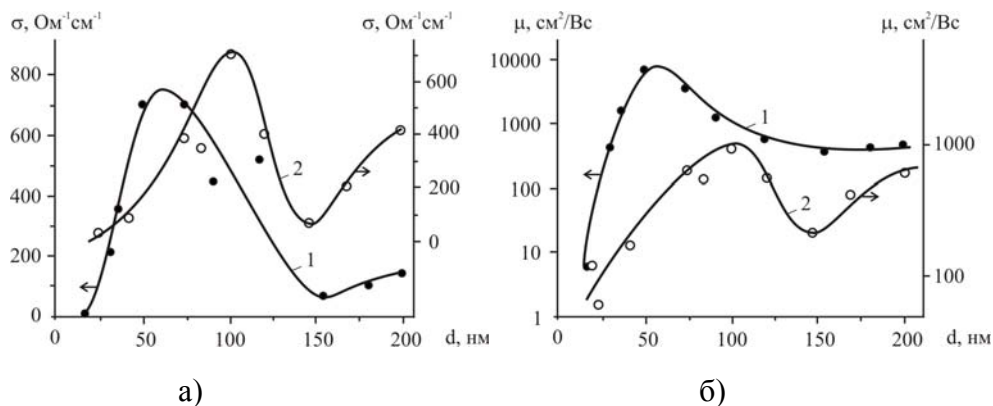


Рис. 15. Залежності: провідності σ (а), рухливості μ (б) від товщини d плівок PbTe, які приготовлені від стехіометричного PbTe (криві – 1) і PbTe з 2 ат.% додаткового свинцю (криві – 2) у структурі (001) KCl/PbTe/EuS за кімнатної температури [74]. Стрілки вказують на напрямок використання осей

Слід вказати, що ріст тонких плівок сполук типу $A^{IV}B^{VI}$ на підкладах є здебільшого острівним, що ускладнює дослідження КРЕ в діапазоні малих товщин ($d < 10$ нм), що є особливо важливим за низького періоду коливань $\Delta d = \lambda_D/2$. Можна очікувати, що при послідовному вирощуванні бар'єрів і шару квантової ями можливість спостереження КРЕ в окремій квантовій ямі збільшиться. Тому, важливим об'єктом для спостереження КРЕ є не тільки тонкі плівки, а й гетероструктури.

Прикладом цього є робота [75] для гетероструктур n-PbTe/p-SnTe/n-PbTe. Тут реалізована модель квантової ями для p-SnTe, бар'єрами для якої є шари n-PbTe. У статті спостерігається чітка немонотонна поведінка (рис.16) залежностей термоелектричних параметрів гетероструктур від ширини квантової ями SnTe ($d_{SnTe} = 0,5-6$ нм), при нерухомій товщині бар'єрних шарів PbTe, яку не можна пояснити в межах тришарової сандвіч-моделі. Автори приписують цю поведінку проявові КРЕ для газу дірок в квантовій ямі SnTe, між бар'єрами n-PbTe. Експериментальне значення періоду осциляцій і положення екстремуму точок добре відповідає результатам теоретичних обчислень, зважаючи на обмежену висоту бар'єрів, що підтверджує прояв КРЕ. Гетероструктури були вирощені шар за шаром, що дозволило вченим вивчати розмірне квантування при малій товщині, де КРЕ проявляються найчіткіше. Також у статті встановлено, що максимальний коефіцієнт потужності відповідає товщині $d_{SnTe} \cong 2,5$ нм при незмінній товщині нижніх і верхніх шарів PbTe ($d^1_{PbTe} \approx 40$ нм і $d^2_{PbTe} \approx 10$ нм). Цей ефект потрібно взяти до уваги, оптимізуючи термоелектричні властивості квантових ям і надрешіток. Щоб захистити гетероструктури від окислення, їх було покрито 15-25 нм шаром EuS.

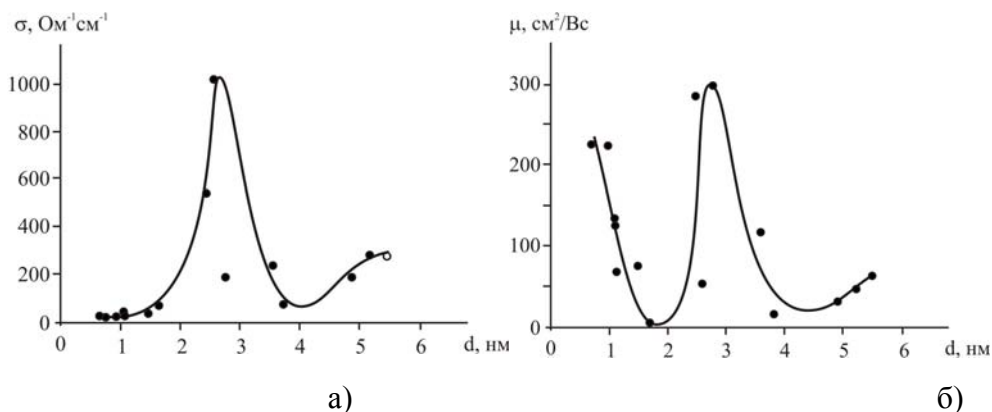


Рис. 16. Залежності: провідності σ (а), рухливості μ (б) від товщини d шару p-SnTe у структурі n-PbTe/p-SnTe/n-PbTe за кімнатної температури [75]

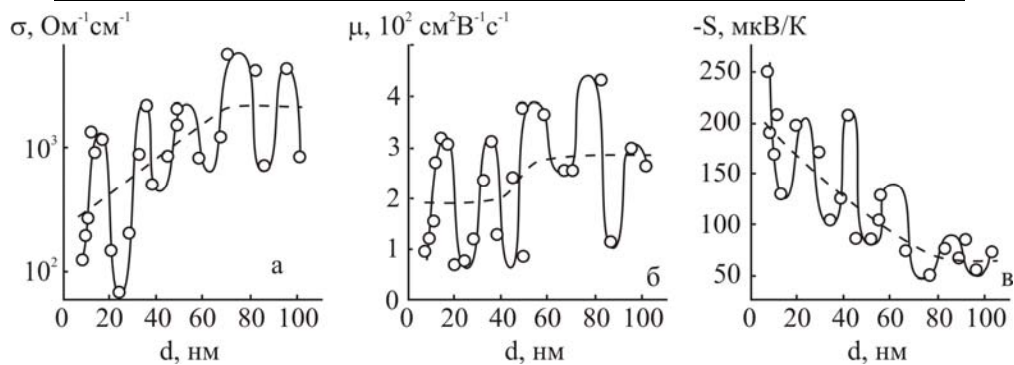


Рис. 17. Залежності електропровідності σ , холлівської рухливості електронів R_H та коефіцієнта Зеєбека S від товщини плівок PbTe, одержаних з шихти з концентрацією електронів $n \approx 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ [29]

Дуже цікавою роботою з даної тематики є автореферат дисертації [29] на тему “Явища переносу і квантові розмірні ефекти в тонких плівках телуриду свинцю та вісмуту та структурах на їх основі”. Ми зупинимось на важливих для наших дослідів аспектах цієї роботи.

У третьому розділі наведено результати комплексних досліджень явищ переносу в тонких плівках PbTe на слюді з метою виявлення осциляційного характеру товщинних залежностей кінетичних властивостей та встановлення умов спостереження КРЕ.

Для дослідження КРЕ у плівках PbTe було виготовлено тонкі плівки з шихти n-PbTe з концентрацією електронів $n \approx 1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ в інтервалі товщин $d=5-100 \text{ нм}$ із захисним покриттям Al_2O_3 . Всі плівки мали електронний тип провідності. На d -залежностях σ , R_H , μ_H , та S було виявлено осциляції з періодом $\Delta d \approx 20 \pm 2 \text{ нм}$ (рис. 17). На основі кривих $\sigma(d)$ та $S(d)$ було розраховано термоелектричну потужність $P=S^2 \cdot \sigma$ і побудовано залежність $P(d)$, яка, як і залежності $\sigma(d)$, $R_H(d)$, $\mu_H(d)$, та $S(d)$ мала осцилюючий характер з тим же періодом осциляцій Δd . Природно припустити, що осцилюючий характер залежностей кінетичних коефіцієнтів є наслідком розмірного квантування енергетичного спектру, що має місце в квантовій ямі PbTe, оточеній діелектричними бар'єрами (слюда та Al_2O_3). Для такої системи може бути використана модель нескінченно глибокої прямокутної потенціальної ями.

В [29] встановлено осцилюючий характер ($\Delta d=15 \pm 2 \text{ нм}$) залежностей кінетичних властивостей від товщини шару Ві в гетероструктурах слюда /PbTe/Bi/ Al_2O_3 ($d_{\text{Bi}}=1-80 \text{ нм}$, $d_{\text{PbTe}}=50 \text{ нм}$), що свідчить про розмірне квантування енергетичного спектру носіїв заряду. Зменшення періоду осциляцій порівнянно з Δd у плівці Ві пояснюється зміною структури і параметрів квантової ями для електронів. За відсутності захисного шару Al_2O_3 період осциляцій зростає до $\Delta d=25 \pm 2 \text{ нм}$ внаслідок процесів окислення, які знижують концентрацію електронів у шарі PbTe. Показано, що в гетероструктурах PbTe/Bi можна досягти вищих значень термоелектричної потужності порівнянно із плівками Ві. Проте нам вдалося спостерігати осциляції термоелектричних параметрів наноструктур р-SnTe на слюді [76] без додаткового захисту їх від окислення (див. рис.

18). На нашу думку, ми реалізували квантову яму для дірок у шарі р-SnTe, бар'єрами для якої були, з одного боку, слюдяна підкладка, з іншого – сильно збагачений на акцепторні центри шар на поверхні структури слюда/p-SnTe. За умови, що дифузія кисню супроводжується утворенням тонкого адсорбованого шару на поверхні кожного нанокристаліту, квантування енергетичного спектру дірок матиме місце в межах цього утворення.

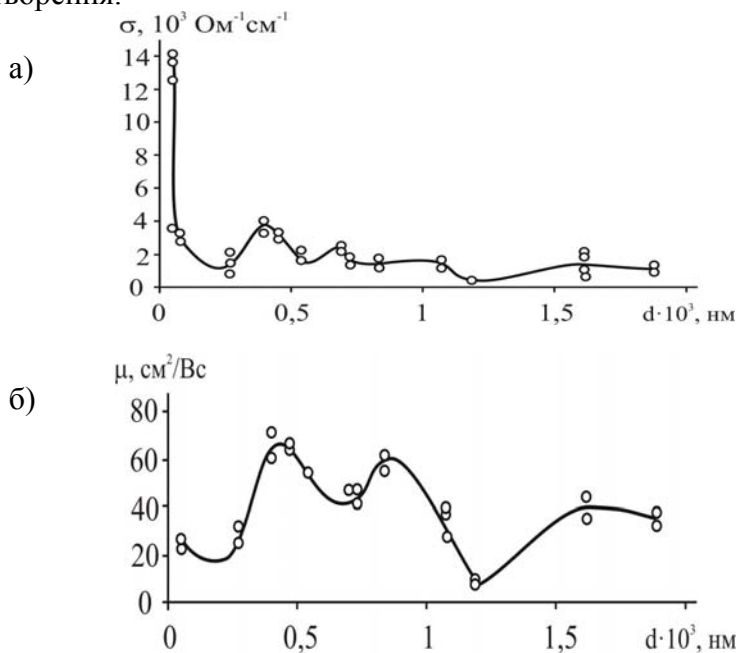


Рис. 18. Залежність питомої провідності σ (а), рухливості μ (б) від товщини плівок SnTe у наноструктурі (0001) СТА/p-SnTe при $T=300 \text{ К}$ [76]

На даний час вчені шукають можливість управління механізмами росту епітаксійних плівок, серед яких найвідомішими є механізми Ван-дер-Мерве, Странські Крастанова і Фольмера-Вебера. В цій же роботі [76], де реалізовані два механізми росту Ван-дер-Мерве (конденсат покриває підкладку суцільним шаром на окремих її ділянках) і Фольмера-Вебера (ріст окремих наноутворень), ми зауважили, що при аналізі d -залежностей термоелектричних параметрів наноструктур, слід враховувати процеси самовпорядкування, які визначатимуть максимуми d -залежностей.

У роботі [77] спостерігалися осциляції товщинних залежностей кінетичних коефіцієнтів структур р-PbTe на поліаміді. Зразки для дослідження вирошували з парової фази методом відкритого випаровування у вакуумі на підкладках з поліамідної стрічки типу ПМ-1. Температура випарника під час осадження складала $T_{\text{в}}=970 \text{ К}$, а температура підкладок $T_{\text{п}}=420 \text{ К}$. Автори припустили, що така їх поведінка обумовлена розмірними ефектами у квантовій ямі (КЯ), утвореній потенціальними бар'єрами на межі поліамідної підкладки і окисного шару на поверхні нанокристалітів р-PbTe.

Висновки

Проведений огляд основних теоретичних та експериментальних робіт, в яких розглядалися квантово-розмірні ефекти, дав підстави для таких тверджень:

1. Основною моделлю, яка задовільно описує спостережувані осциляційні явища внаслідок квантування енергетичного спектру носіїв є модель потенціальної ями з нескінченною (в переважній більшості робіт) та скінченною [75] висотою бар'єрів.
2. Найкращими матеріалами для дослідження прояву КРЕ є напівметали ($5 \leq d \leq 400$ нм [10, 29]) та напівпровідники ($1 \leq d \leq 1500$ нм [75,76]), де КРЕ проявляється в широкому діапазоні товщин. У металах дослідження КРЕ ускладнює наявність малого періоду осциляції $d_0 \approx 0,25$ нм [60], який вимагає дуже чутливого методу для визначення товщини плівки. Технологічною проблемою для металів є також те, що ультратонкі плівки для прояву КРЕ повинні бути не острівцевими, а суцільними, чого важко досягти за малих товщин.
3. Під час аналізу d -залежностей термоелектричних параметрів наноструктур у разі прояви КРЕ слід враховувати процеси самовпорядкування, які визначатимуть максимумами d -залежностей [76]. Тобто перспективним завданням на даний час є пошук можливості досягнення управління процесами росту наноплівок та структур на їх основі.

Література

1. И.М. Лифшиц, А.М. Косевич // ДАН СССР. – 1953. – №91. – 795 с.
2. Лифшиц И.М. Об осцилляциях термодинамических величин для вырожденного ферми-газа при низких температурах / И.М. Лифшиц, А.М. Косевич // Изв. АН СССР. Сер. физ. – 1955. – Вып.9. – 395 с.
3. Косевич А.М. Эффект де-Гааза-ван Альфена в тонких слоях металлов / А.М. Косевич, И.М. Лифшиц // ЖЭТФ. – 1955. – Вып.29. – С. 743
4. Лифшиц И.М. Успехи физических наук / И.М. Лифшиц, М.И. Каганов. 1959. – №69. – С. 419; – 1962. – №78. – С. 411; – 1965. – №87. – с. 389.
5. Сандомирський В.Б. К теории квантовых эффектов в электропроводности полупроводниковых пленок / В.Б. Сандомирский // Радиотехника и электроника. – 1962. – №7. – С.1971.
6. Сандомирский В.Б. О зависимости ширины запрещенной зоны в полупроводниковых пленках от их толщины и температуры / В.Б. Сандомирский // ЖЭТФ. – 1962. – С. 2309.
7. Тавгер Б.А. О некоторых эффектах, обусловленных дискретностью энергетического спектра электрона в тонких пленках / Б.А.Тавгер, В.Я.Демиховский // ФТТ. – 1963. – Вып.5(2). – С. 644-648.
8. Огрин Ю.Ф. О наблюдении квантовых размерных эффектов в пленках Bi / Ю.Ф. Огрин, В.Н. Луцкий, М.И. Елинсон // Письма в ЖЭТФ. – 1966. – №3. – С. 114-118.
9. Луцкий В.Н. О наблюдении квантовых размерных эффектов в пленках висмута методом туннельной спектроскопии / В.Н. Луцкий, Д.Н. Корнеев, М.И Елинсон // Письма в ЖЭТФ. – 1966. – С. 267-270.

10. Квантовые размерные эффекты в тонких пленках висмута / Ю.Ф. Огрин, В.Н. Луцкий, Р.М. Шефтал, М.У. Арифова, М.И. Елинсон // Радиотехника и электроника. – 1967. – №12. – С. 748.
11. Тавгер Б.А. Квантовые размерные эффекты в полупроводниковых и полуметаллических пленках / Б.А. Тавгер, В.Я. Демиховский // Успехи физических наук. – 1968. – №96(1). – С. 61-86.
12. Сандомирський В.Б. Квантовый эффект размеров в пленке полуметалла В.Б. Сандомирский // ЖЭТФ. – 1967. – №52. – С. 158.
13. Каганов М.И. К теории квантовых размерных эффектов / М.И. Каганов, С.С. Недорезов, А.М. Рустамова // ФТТ. – 1970. – №12. – С. 2277.
14. Иогансен Л.В. О рассеянии электронов проводимости в очень тонких пленках / Л.В. Иогансен // ЖЭТФ. – 1966. – №50. – С. 709.
15. Магарилл Л.И. Квантовый размерный эффект проводимости в тонких полупроводниковых пленках / Л.И. Магарилл, А.А. Романов, В.С. Сардарян // ФТП. – 1969. – №3. – С. 1277.
16. Маргулис В.А. Осцилляции проводимости в пленках / В.А. Маргулис // ФТТ. – 1971. – №13. – С. 1187.
17. Романов А.А. Термо-ЭДС размерно-квантованной полупроводниковой пленки / А.А. Романов // ФТП. – №3. – С. 1859.
18. Романов А.А. Термо-ЭДС тонких полупроводниковых пленок с учетом увлечения электронов фононами / А.А. Романов // ФТП. – 1970. – №4. – С. 904.
19. Блох М.Д. Теплопроводность пленок полуметалла в условиях квантового размерного эффекта / М.Д. Блох // ФТТ. – 1970. – №2. – С. 1999.
20. Кулик И.О. О квантовых размерных эффектах в электропроводности тонких пленок / И.О. Кулик // Письма в ЖЭТФ. – 1967. – №5(11). – С. 423-425.
21. Cottey A.A. Band theory of the quantum size effect / A.A. Cottey // J. Phys. C.: Solid State Phys. – 1972. – №5. – P. 2591.
22. Cottey A.A. Quantum size effect with arbitrary surface potential / A.A. Cottey // J. Phys. C.: Solid State Phys. – 1973. – №6. – P. 2446.
23. Cottey A.A. Resonant tunneling into a size-quantised metal film/ A.A. Cottey // Phys. status solidi (b). – 1975. – №67. – P. 619.
24. Луцкий В.Н. Об особенностях оптического поглощения металлических пленок в области превращения металла в диэлектрик / В.Н. Луцкий // Письма в ЖЭТФ. – 1965. – №2. – С. 391-395.
25. Рытова Н.С. Кулоновское взаимодействие электронов в тонкой пленке / Н.С. Рытова // ДАН СССР. – 1965. – №163. – С. 1118.
26. Рытова Н.С. Химический потенциал и плотность состояний неидеального электронного газа в легированной тонкой пленке / Н.С. Рытова // ФТТ. – 1966. – №8. – С. 1725.
27. Shik A.Ya. Scattering of carriers by charge centers under conditions of quantum size effect / A.Ya.Shik // Phys. status solidi. – 1969. – №34. – P. b61.
28. Бухштаб Е.И. Переход полуметалл-полупроводник при изменении толщины пленок сплава висмут-сурьма / Е.И. Бухштаб, Ю.Ф. Комник, Ю.В. Никитин // Физика низких температур. – 1982. – №8(5). – С. 513-517.

29. Любченко С.Г. Явища переносу і квантові розмірні ефекти в тонких плівках телериду свинцю та вісмуту та структурах на їх основі: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. фіз.-мат. наук : спец. 01.04.10 “Фізика напівпровідників та діелектриків” / Г.С.Любченко. – Харків, 2007. – 20 с.
30. Рыгова Н.С. Резонансное поглощение электромагнитных волн в тонкой пленке / Н.С. Рыгова // ФТТ. – 1966. – №8. – С. 2672.
31. Шик А.Я. Анизотропия высокочастотной проводимости размерно-квантованных пленок / А.Я. Шик // ЖЭТФ. – 1969. – №56. – С. 1737.
32. Шик А.Я. Оптические свойства размерно-квантованных пленок в резонансной области / А.Я. Шик // ФТТ. – 1970. – №12. – С. 67.
33. Алексеевский Н.Е. Зависимость прозрачности пленок алюминия от толщины / Н.Е. Алексеевский, Е.А. Веденеев // Письма в ЖЭТФ. – 1967. – №6(9). – С. 865-868.
34. Коган В.Г. Поглощение света в тонких пленках при наличии квантового размерного эффекта / В.Г. Коган, В.З. Кресин // ФТТ. – 1969. – №11. – С. 3230.
35. Гогодзе Г.А. К теории размерных осцилляционных эффектов и геометрических резонансов в пленке нормального металла / Г.А. Гогодзе, И.О. Кулик // ФТТ. – 1969. – №11. – С. 2182.
36. Недорезов С.С. Квантовые осцилляции в термодинамике пленок металла в слабых магнитных полях / С.С. Недорезов // ЖЭТФ. – 1969. – №56. – С. 299.
37. Недорезов С.С. Эффект де-Гааза – ван Альфена в пленках металла / С.С. Недорезов // ЖЭТФ. – 1969. – №57. – С. 907.
38. Бутиков Е.И. Квантовый размерный эффект в тонкой пленке полуметалла в магнитном поле / Е.И. Бутиков, А.С. Кондратьев, А.Е. Кучма // Вестн. Ленингр. ун-та. – 1972. – №22. – С. 146.
39. Фесенко Е.П. Гальваномагнитные характеристики размерно-квантованных пленок висмута в поперечно-квантуемом магнитном поле / Е.П. Фесенко, В.Н. Луцкий // ФТТ. – 1970. – №12. – С. 2392.
40. Магарилл Л.И. Проводимость вырожденной размерно-квантованной пленки в квантуемом магнитном поле / Л.И. Магарилл, А.А. Романов // ФТТ. – 1971. – №13. – С. 993.
41. Маргулис В.А. Явления переноса в сильном магнитном поле в условиях эффекта размерного квантования / В.А. Маргулис // ФТП. – 1971. – №5. – С. 662.
42. Романов А.А. Проводимость размерно-квантованной полупроводниковой пленки в квантуемом магнитном поле / А.А. Романов, Л.И. Магарилл, В.С. Сардарян // ФТП. – 1970. – №4. – С. 1262.
43. Рыжий В.И. Квантовые осцилляции электропроводности тонких пленок в магнитном поле / В.И. Рыжий // ФТТ. – 1968. – №10. – С. 2887.
44. Гогодзе Г.А. Осцилляции туннельного тока из тонких металлических слоев / Г.А. Гогодзе, И.О. Кулик // ФТТ. – 1965. – №7. – С. 432.

45. Э.Т. Роговская Влияние размерного квантования на проводимость систем металл-оксид-полупроводник / Э.Т. Роговская // ФТП. 7, с. 1209 (1973).
46. Malone F. The role of defects in the quantum size effect / F. Malone, W.D. Deering // Thin Solid Films. – 1975. – №27. – P. 177.
47. Чаплик А.В. Энергетический спектр и подвижность электрона в тонкой пленке с неидеальной границей / А.В. Чаплик, М.В. Энтин // ЖЭТФ. – 1968. – №55. – С. 990.
48. Чаплик А.В. Поглощение света свободными носителями в тонкой пленке с неидеальной поверхностью / А.В. Чаплик, М.В. Энтин // ЖЭТФ. – 1970. – №59. – С. 857.
49. Баскин Э.М. Локализованные состояния электронов в тонких слоях, обусловленные геометрическими дефектами поверхности / Э.М. Баскин, А.В. Чаплик, М.В. Энтин // ЖЭТФ. – 1972. – №63. – С. 1077.
50. Чаплик А.В. О примесном рассеянии электронов в квантовых пленках / А.В. Чаплик // ЖЭТФ. – 1970. – №59. – С. 2110.
51. In: Semiconductors and Semimetals: Recent Trends in Thermoelectric Materials Research III, ed. / T.M. Tritt M.S. Dresselhaus, Y. M. Lin, T. Koga, et.al., // Academic Press, San Diego, CA. – 2001. – P. 1-121.
52. E Quantum size effects in PbSe quantum wells / .I. Rogacheva, T.V. Tavrina, O.N. Nashchekina, S.N. Grigorov, and K.A. Nasedkin, M.S. Dresselhaus, S.B. Cronin // Applied Physics Letters. – 2002. – №80(15). – AP. 2690-2692.
53. Дмитриев А.В. Современные тенденции развития термоэлектрических материалов / А.В. Дмитриев, И.П. Звягин // Успехи физических наук. – 2010. – №180(8). – С. 821-838.
54. Д.А. Пшеная-Северин, Ю.И. Равич // ФТП. – 2004. – №38. – С. 1251.
55. Аскеров Б.М. Электронные явления переноса в полупроводниках / Б.М. Аскеров. – М.: Наука, 1985. – 320 с..
56. Шик А.Я. Мусихин Физика наноразмерных систем / А.Я Шик, Г.Б.Бакуева, С.Ф.Мусихин. – Санкт-Петербург: Наука, 2001. – 160 с..
57. Комник Ю.Ф. Квантовые размерные эффекты в тонких пленках олова / Ю.Ф.Комник, Е.И.Бухштаб // Письма в ЖЭТФ. – 1968. – №8. – С. 9-13.
58. Комник Ю.Ф. Физика металлических пленок. Размерные и структурные эффекты / Ю.Ф. Комник. – М.: Атомиздат, 1979. – 264 с.
59. Alekseevskii N.E. Dependence of the transparency of aluminium on the thickness / N. E. Alekseevskii, S. I. Vedeneev // ZhETF Pis'ma. – 1967. – №6(9). – P. 865-868.
60. Класичний і топологічний розмірні ефекти в оптичних властивостях тонких плівок золота / М.Л. Дмитрук, О.С. Кондратенко, С.А. Коваленко, І.Б. Мамонтова // Фізика і хімія твердого тіла. – 2006. – №7(1). – С. 39-44.
61. Бігун Р.І. Перехід від квантового до класичного переносу заряду в тонких плівках міді / Р.І. Бігун, З.В. Стасюк // Фізика і хімія твердого тіла. – 2005. – №6(3). – С. 414-417.

62. Комник Ю.Ф. Наблюдение квантового и классического размерных эффектов в поликристаллических тонких пленках висмута / Ю.Ф. Комник, Е.И. Бухштаб // ЖЭТФ. – 1968. – №54(1). – С. 63-68.
63. Комник Ю.Ф. Квантовый размерный эффект в тонких пленках висмута с добавлением сурьмы / Ю.Ф. Комник, Е.И. Бухштаб, Ю.В. Никитин // ФНТ. – 1975. – №1(2). – С. 243-246.
64. Комник Ю.Ф. Обнаружение квантовых осцилляций проводимости в тонких пленках сурьмы / Ю.Ф. Комник, Е.И. Бухштаб // Письма в ЖЭТФ. – 1967. – №6. – С. 536-540.
65. Особенности температурной зависимости сопротивления тонких пленок висмута / Ю.Ф. Комник, Е.И. Бухштаб, Ю.В. Никитин, В.В. Андриевский // ЖЭТФ. – 1971. – №60(2). – С. 669-687.
66. Комник Ю.Ф. Особенности магнетосопротивления тонких пленок висмута / Ю.Ф. Комник, В.В. Андриевский, Е.И. Бухштаб // ФТТ. – 1970. – №12(11). – С. 3266-3269.
67. Луцкий В.Н. Особенности оптических характеристик пленок висмута в условиях квантового размерного эффекта / В.Н. Луцкий, Л.А. Кулик // Письма в ЖЭТФ. – 1968. – №8. – С. 133-137.
68. Филатов О.Н. Квантовые размерные эффекты в тонких пленках InSb / О.Н. Филатов, И.А. Карпович // Письма в ЖЭТФ. – 1969. – №10. – С. 224-226.
69. Термоелектричні властивості тонких плівок PbTe при витримці на повітрі / Д.М. Фреїк, І.К. Юрчишин, В.В. Бачук, Л.Т. Харун та ін. // Фізика і хімія твердого тіла. – 2010. – №11(3). – С. 598-603.
70. Вплив кисню на профілі електричних параметрів монокристалічних плівок телуриду свинцю / Ю.В. Кланічка, Б.С. Дзундза, Л.Т. Харун, Г.Д. Матеїк // Фізика і хімія твердого тіла. – 2009. – №10(2). – С. 303-306.
71. Effect of oxidation on the thermoelectric properties of PbTe and PbS epitaxial films / E.I. Rogacheva, I.M. Krivulkin, O.N. Nashchekina, A.Yu. Sipatov, and V.V. Volobuev, M.S. Dresselhaus // Applied Physics Letters. – 2001. – №78(12). – P. 1661-1663.
72. Nasedkin Quantum size effects in PbSe quantum wells / E.I. Rogacheva, T.V. Tavrina, O.N. Nashchekina, S.N. Grigorov, K.A. // Applied Physics Letters. – 2002. – №80(15). – P. 2690-2692.
73. Effect of thickness on the thermoelectric properties of PbS thin films / E.I. Rogacheva, O.N. Nashchekina, Y.O. Vekhov, M.S. Dresselhaus, S.B. Cronin // Thin Solid Films. – 2003. – №423. – P. 115-118.
74. Oscillatory behaviour of the transport properties in PbTe quantum wells / E.I. Rogacheva, O.N. Nashchekina, S.N. Grigorov, M.S. Dresselhaus, S.B. Cronin // Institute of Physics Publishing. Nanotechnology. – 2003. – №14. – P. 53-59.
75. Quantum size effects in n-PbTe/ p-SnTe/ n-PbTe heterostructures / E.I. Rogacheva, O.N. Nashchekina, A.V. Meriuts, and S.G. Lyubchenko, M. S. Dresselhaus and G. Dresselhaus // Applied Physics Letters. – 2005. – №86. – P. 63-103.

76. Розмірні ефекти термоелектричних параметрів у наноструктурах р-SnTe на слюді / І.К. Юрчишин, І.І. Чав'як, Ю.В. Лисюк, Л.Т. Харун // Фізика і хімія твердого тіла. – 2010. – №11(4). – С. 898-903.
77. Остафійчук Б.К. Квантово-розмірні ефекти і осциляції кінетичних параметрів у напівпровідникових наноструктурах / Б.К. Остафійчук, Д.М. Фреїк, А.П. Шпак // Фізика і хімія твердого тіла. – 2010. – №11(4). – С. 804-814.

Стаття надійшла до редакційної колегії 23.12.2010 р.

Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором Рувінським М.А.

QUANTUM-SIZE EFFECTS IN THIN FILMS AND NANOSTRUCTURES

(review)

**D.M. Freik, L.T. Harun, O.L. Sokolov, I.K. Yurchyshyn,
V.Yu. Potyak**

Physical-chemical institute at the Vasyl Stefanyk PreCarpathian National University;

76025, Ivano-Frankivs'k, st. Shevchenko,57; e-mail: freik@pu.if.ua

The review on size effects in materials of reduced dimensionality, including: metals, semimetals and semiconductors, is done.

Key words: *quantum-size effects, oscillations, oscillation period, films, nanostructures, infinite and finite barrier height.*

РАДІАЦІЙНА І ТЕРМІЧНА СТІЙКІСТЬ ТОНКИХ ШАРІВ, ГЕТЕРОСИСТЕМ І НАНОСТРУКТУР, СТВОРЮВАНИХ НА ОСНОВІ ЕЛЕМЕНТАРНИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ І НАПІВПРОВІДНИКОВИХ СПОЛУК

П. І. Баранський¹, Г. П. Гайдар²

¹Інститут фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова НАН України;
03680, Київ, просп. Науки, 41

²Інститут ядерних досліджень НАН України;
03680, Київ, просп. Науки, 47; e-mail: gaidar@kinr.kiev.ua

Особливості розмірів та структури нанооб'єктів обумовлюють низку їх специфічних властивостей. Так, високорозвинена поверхня призводить до підвищеної хімічної активності; високий рівень неоднорідності спричиняє відсутність сталої тратки і порушення трансляційної симетрії; величина власних варіацій потенціалу на відстанях сумірних з міжатомними ставить під сумнів обґрунтованість застосування методу ефективних мас; тощо. Наявність гігантських механічних напружень і невідповідність коефіцієнтів термічного розширення можуть стимулювати процеси структурних порушень при зміні температурних умов. У роботі обговорюються застережні заходи з метою зниження темпів процесів деградації наноструктур.

Ключові слова: напівпровідникова сполука, кристал, гетероструктура, нанооб'єкт, радіаційна стійкість, термічна стійкість.

Вступ

Термічну і радіаційну стійкість, безперечно, без застережень можна віднести до найбільш важливих експлуатаційних характеристик будь-якого напівпровідникового приладу. Особливо, коли йдеться про мініатюрні за об'ємами наноструктури чи нанооб'єкти (НО) типу квантових точок (КТ) чи надґраток (НГ). Адже їх використання нерідко пов'язане зі значними енергетичними перевантаженнями, які, в свою чергу, можуть призводити до локальних перегрівів, актуальних для роботи мікрооб'ємів малогабаритного напівпровідникового приладу чи його функціонально відповідальних ділянок типу міжфазних меж, р-п- чи р-і-п-переходів.

Нанооб'єкти і зокрема їх області, які характеризуються підвищеним питомим опором (ρ) чи наявністю залишкових або конструктивно обумовлених неоднорідностей у просторовому розподілі $\rho(\vec{r})$, особливо чутливі до впливу радіаційних полів [1], що необхідно приймати до уваги у тих випадках, коли відповідний НО буде використовуватися у радіаційному полі, яке помітно перевищує фонове.

Основні особливості нанооб'єктів, що зумовлюють їх термічну і радіаційну нестійкість

Оскільки кремній і германій належать до найбільш детально досліджених напівпровідників, чітко і однозначно трактування особливостей НО можна отримати розглядаючи саме ці кристали.¹

Отже, до основних особливостей НО, відповідальних за їх термічну і радіаційну нестійкість, можна віднести:

1. Наявність меж між матеріалами різного хімічного складу (коли йдеться про НГ чи гетероструктури) і гранична неоднорідність КТ за хімічним складом.

2. Величезні внутрішні (і пов'язані з наявністю меж) механічні напруження (~ ГПа), що виникають у НГ як за рахунок деякої невідповідності сталих кристалічних ґраток матеріалів, на основі яких створюються НГ, так і за рахунок різниці коефіцієнтів термічного розширення цих матеріалів.

У КТ наявність градієнтів механічних напружень пов'язана, насамперед, з неоднорідністю розподілу речовини в їх об'ємі, а також із впливом підкладинки і оточуючого середовища, в якому вони вирощуються.

3. Наявність у матеріалах НО залишкових (неконтрольованих) домішок технологічного походження, а також пар Френкеля (вакансій і міжвузловинних атомів), які навіть за криогенних температур не повністю втрачають свою рухливість.

4. Взаємодія електрично-малоактивних домішок (типу N, H, O у Si та Ge) між собою і з елементами пар Френкеля (як у процесі експлуатації НО, так і при їх довготерміновому зберіганні), що призводить до появи електрично-активних комплексів, які забезпечують не тільки зміну середньої величини $\bar{\rho}$, але й характеру просторового розподілу $\rho(\vec{r})$ у напівпровідникових матеріалах [1].

Чинники, що зумовлюють прояв радіаційної і термічної нестійкості тонких шарів, гетероструктур та інших нанооб'єктів

Термічна і радіаційна нестійкість НО зумовлюється проявом таких важливих чинників:

– рухливістю компонент пар Френкеля і атомів фонових (електрично-малоактивних) домішок за звичайних умов і навіть за більш низьких (близьких до криогенних) температур;

– схильністю компонент пар Френкеля і фонових електрично-малоактивних домішок до взаємодії між собою (і з дефектами структури типу дислокацій) з утворенням електрично- і рекомбінаційно-активних центрів, здатних змінювати концентрацію як основних, так і неосновних носіїв заряду та їх просторовий розподіл у мікрооб'ємах НО;

– відносно низьким рівнем енергії активації названих вище процесів міждефектної взаємодії;

¹ Розгляд інших кристалів (наприклад, InAs, GaAs), при потребі, буде відзначатись.

– режимом зберігання НО і, особливо, експлуатаційними процесами, які пов'язані з проходженням струмів значної густини електропровідними каналами НО (атомарних чи молекулярних масштабів), що не відповідає умові $T \rightarrow 0$ К.

На стартових етапах розвитку промислового виробництва кристалів Ge і Si (тобто, на початку 50-х рр. ХХ століття) заява про вплив таких газів як азот, суміш аргону з воднем (в атмосфері яких вирощувалися названі кристали) на електрофізичні, механічні та інші властивості названих кристалів у членів технічної ради ЗТМК (м. Запоріжжя), з якими один із нас проводив спільні роботи, викликала різкий протест, який навіть межував з обуренням.

За роки другої половини ХХ ст. і початку ХХІ ст. світове матеріалознавство накопичило величезний фактичний матеріал, який переконливо свідчить про те, що навіть водень і азот в об'ємі Ge і Si створюють за деяких обставин (особливо при опроміненні кристалів високоенергетичними електронами, протонами чи γ -квантами) з атомами легуючих домішок і власними дефектами (з компонентами пар Френкеля) електрично- (чи оптично-) активні комплекси, температури відпалу яких нерідко перевищують $300 \div 600$ °С. Наведемо вибірково лише найбільш показові приклади таких комплексів, приділяючи увагу при цьому й тим умовам, за яких вони утворюються.

У роботі [2] уперше кількісно описані статичні й динамічні властивості моноатомного водню, розчиненого в кристалічному кремнії у різних зарядових станах: H^+ , H^0 і H^- , а також РН-комплексів (де Р-атоми фосфору), які утворюють у забороненій зоні енергетичний рівень нижчий дна зони провідності на 0,16 еВ, що відповідає донорним $E3'$ -центрам, які виникають при імплантації протонів у міжвузловинні позиції вихідних монокристалів, а також акцепторний рівень нижчий середини забороненої зони на 0,07 еВ. Ці передбачення теорії узгоджуються, за твердженням авторів, з дослідними даними.

Автори роботи [3] досліджували методом ІЧ-спектроскопії теоретично передбачувані комплекси типу $\{I, H_n\}$, де I – міжвузловинний атом кремнію, а H_n – декілька ($1 \leq n \leq 4$) атомів водню. Виявилось, що комплекс $\{I, H_2\}$, який спостерігався експериментально, є найбільш стабільним.

Отримавши гідрогенізований Si за рахунок термовідпалу (ТВ) за $T=1300$ °С у атмосфері H_2 і/чи D_2 з подальшим гартуванням і опромінивши (при 300 К) n-Si<P>, p-Si та високочистий Si електронами з енергією ~ 3 МеВ і дослідивши оптичне поглинання, автор роботи [4] показав, що піки поглинання при 1870 і 2072 cm^{-1} пов'язані з проявом комплексів міжвузловинних атомів (I) з H і вакансій (V) з H відповідно. А пропорційність інтенсивності обох піків поглинання квадрату дози електронного опромінення (в області малих доз) вказує на склад цих комплексів у вигляді I_2H_2 та V_2H_2 . Піки при 1870 і 2072 cm^{-1} зникають у результаті ізохронного ТВ нижче 200 і 300 °С відповідно.

Показано також, що міжвузловинний водень (H_2) з міжвузловинним киснем (O) утворюють O- H_2 комплекси [5]. Дві близько розміщені лінії O- H_2 -комплексів, що спостерігаються при $T > 10$ K у спектрі поглинання ІЧ-випромінювання, пов'язані з проявом орто- і пара-водневих молекул у цих комплексах.

У роботі [6] досліджено ефективність уведення термодонорів (ТД-1) шляхом ТВ при $T=450$ °C кисневмісного Si після попередньої гідрогенізації у водневій плазмі і γ -опромінення (^{60}Co). Вказані процедури призводять до вивільнення атомарного водню із зв'язаного стану, що стимулює введення ТД-1 при вказаному ТВ.

Вивчався також відпал дивакансій (V_2) у негідрогенізованому Si та гідрогенізованому Si:H. Під час відпалу V_2 у негідрогенізованому Si утворюються комплекси V_2O , а в гідрогенізованому виникають переважно комплекси V_2H_2 [7], причому комплекс V_2H_2 , як показано в роботі [8], є глибокою пасткою для електронів, тобто виконує функцію акцептора.

Взаємодія атомарного водню (H) з міжвузловинними атомами палладію (Pd), згідно з [9], призводить до утворення семи електрично-активних і, як мінімум, одного електрично-пасивного комплексу PdH_4 , тоді як електрично-активні комплекси мають у своєму складі різну кількість атомів водню.

Дослідження впливу додатково імплантованих електрично-неактивних домішок C, N і F на утворення донорних центрів (ДЦ) у Si, в який попередньо був імплантований ербій (Er), показало [10], що співімплантація названих домішок (так само, як і співімплантація домішки кисню) приводить до збільшення концентрації ДЦ і до зсуву максимуму розподілу ДЦ до імплантованої поверхні, у порівнянні з імплантацією одного Er. З підвищенням температури відпалу загальна концентрація ДЦ зменшується, а положення максимуму їх розподілу зазнає зсуву в глибину зразка. Отримані в [11] результати вказують на участь в утворенні ДЦ не тільки атомів Er (і власних точкових дефектів типу I та V), а й імплантованих електрично-малоактивних домішок, перелічених вище.

Вивчення особливостей генерації й руху дислокацій в Si<N>, вирощеному методом Чохральського (Cz), показало [12], що легування азотом Cz-Si призводить до суттєвого підвищення критичного значення напруги початку руху дислокацій (τ_{cr}) від відбитка індентора і знижує швидкість руху дислокацій порівняно з нелегованим азотом кристалом, а також впливає і на темп розпаду твердого розчину кисню в Cz-Si<N> у процесі його пост-кристалізаційного охолодження. Генерацію і рух дислокацій вдається надійно спостерігати лише за $T \sim 500 \div 600$ °C в інтервалі напружень зсуву $\sim 30 \div 130$ МПа. Легування азотом призводить до зміцнення пластин Cz-Si<N>. Найбільш значні зміни в Cz-Si<N> спостерігаються за концентрації азоту $\sim 1,6 \cdot 10^{14}$ см⁻³. При такому рівні легування азотом τ_{cr} зростає майже удвічі (при ~ 600 °C), а енергія активації руху дислокацій – у 1,15 рази, порівняно з нелегованим азотом кристалом. Динамічні властивості дислокацій у Cz-Si<N> помітно змінюються за концентрації азоту $\sim 10^{14}$ см⁻³, тоді як для таких змін у динаміці

дислокацій концентрація традиційних донорних чи акцепторних домішок має бути на $3 \div 4$ порядки вищою.

Розподіл концентрації азоту $C_N(z)$ після дифузії із об'єму зразка на його поверхню автори роботи [13] отримали за допомогою подальшого ТВ в області середніх температур (~ 650 °C). Азотно-кисневі мілкі ТД, що утворюються при цьому, розподілені по глибині у відповідності з профілем $C_N(z)$ при будь-якому дифузійному ТВ. За наявності підвищеної концентрації кисню в Cz-Si<N> транспортування азоту спрощується завдяки прискореній дисоціації азотних димерів. З іншого боку, транспортування дещо ускладнюється внаслідок часткового окислення азотних мономерів (але цей ефект не є домінуючим). А тому дифузійний профіль контролюється комбінацією $D_1 \cdot K^{1/2}$, де D_1 – коефіцієнт дифузії мономерів азоту, а K – константа дисоціації. Азотні димери N_2 практично нерухливі й дисоціюють на рухливі мономери N, котрі й реалізують азотний транспорт.

Вивчаючи вплив азотного легування на агрегацію вакансій у Si, було показано [14], що два атоми азоту разом з двома вакансіями утворюють у Si стабільний комплекс, що призводить до пригнічення наднасичення “ізолюваних” вакансій. Ця обставина ускладнює також формування порожнин у Cz-Si, легованому домішкою азоту. Азотні пари більш стабільні, ніж поодинокі атоми (енергія розщеплення пари N_2 у міжвузловинному положенні складає 4,3 еВ), а тому пари N_2 існують у Si навіть поблизу температури його плавлення [15].

Дослідження ростових дефектів, у тому числі включення кисню (ВК) у Cz-Si, легований домішкою азоту, показало [16], що значні ВК збільшуються у розмірі за рахунок комплексів $N_2-V_z-O_x$, що виникають при ~ 1150 °C, тоді як мілкі ВК виникають (і зростають) за рахунок комплексів N_mO_n , що утворюються при 750 °C і більш низьких температурах. Установлено, що поведінка ВК у легованих азотом кристалах Si дуже відрізнялася від поведінки ВК у нелегованих азотом кристалах Si, коли вони піддавалися одноступінчатому (при 1050 °C/32 години) і двоступінчатому (при 800 °C/4 год. + 1050 °C/16 год.) термовідпалам.

Азотно-вакансійні комплекси у кремнії викликають зацікавленість у зв'язку з їх здатністю стримувати формування великих вакансійних дефектів (пор) у процесі вирощування монокристалів [16].

У щойно вирощених методом зонної плавки (FZ) високочистих кристалах n- і p-Si домішка азоту електричної активності не виявляє. Однак після ТВ цих кристалів за достатньо високої температури (~ 900 чи 1000 °C) у них з'являються центри глибокого залягання (з концентрацією $\sim 10^{13}$ см⁻³). Можливою причиною появи глибоких центрів є взаємодія добре дифундуючих міжвузловинних азотних центрів з іншими домішковими атомами [17].

Вплив відпалу при 720÷920 K за підвищеного тиску (до 1,4 ГПа) в атмосфері аргону на електричні властивості поверхневого шару у кристалах Cz-Si і FZ-Si, легованих домішкою азоту (до концентрацій $\sim 10^{14} \div 10^{15}$ см⁻³) і в Cz-Si, легованому германієм (до рівня $7 \cdot 10^{17}$ см⁻³),

досліджено в роботі [18]. При цьому було встановлено зменшення концентрації електронів у Cz-Si<N>, відпаленому при 720 K в умовах нормального тиску. Індуковане тиском зростання n_e в Cz-Si<N> не залежало від рівня легування азотом у межах $10^{14} \div 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$. У кристалах FZ-Si<N>, навіть при високому рівні легування азотом ($\sim 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$) ніяких змін n_e під впливом гідростатичного тиску не відбувалося. У Cz-Si, легуваному германієм, спостерігалось різке підсилення генерації термодонорів при наявності тиску $\sim 1,1$ ГПа. Досліджені ефекти автори пояснюють проявом киснево-азотних комплексів у Cz-Si<N> і стимульованою гідростатичним тиском генерацією ТД у кремнії, легуваному азотом і германієм.

Донорні центри мілкового залягання (типу NO_3) досліджені у роботі [19].

На відміну від комплексів типу N_2O_m , комплекси NO_n у кристалах Si залишаються поки що мало дослідженими. Автори [20] вважають, що саме комплекси NO_2 відповідальні за лінії поглинання при 1002, 973 і 855 см^{-1} , які експериментально спостерігаються.

Енергетично найбільш глибокий донорний центр з азотно-кисневих включень у кристалах Si має будову NO. До складу інших центрів (енергетично менш глибокого залягання) може входити до трьох кисневих атомів [21].

Домішки азоту, водню і кисню у кремнії нами детально розглянуті у зв'язку з їх технологічно важливим значенням. Про роль інших електрично-малоактивних елементів у напівпровідниках з ковалентним типом зв'язку можна судити з наведеної табл. 1.

Термічна і радіаційна стійкість тонких плівок і нанооб'єктів

Далеко не всі із названих вище чинників, що зумовлюють прояв радіаційної і термічної нестійкості тонких шарів та інших НО, можна усунути чи навіть мінімізувати. Але, знаючи ці чинники, слід робити все можливе, щоб їх негативний вплив на властивості НО був мінімальним.

Не будемо тут обговорювати тривіальні вимоги зниження температури підкладки (коли йдеться про молекулярно-променеву епітаксію), уникнення, по можливості, хаосу у просторовому розподілі легуючих (і залишкових) домішок і забезпечення їх просторових змін за відомими законами фізики і т. ін. Зупинимось лише на тих "прихованих" можливостях покращення цієї ситуації, коли позитивний результат у підвищенні термічної і радіаційної стійкості НО можна досягти тільки за рахунок оптимального вибору експлуатаційних умов, за яких буде використовуватиметься відповідний НО, а також маючи на увазі фізично обґрунтований вибір його деяких конструктивних особливостей. Продемонструємо це на деяких конкретних прикладах.

Таблиця 1. Кластери в опроміненних кристалах Cz-Si і FZ-Si

№ п/п	Енергетичне положення, еВ	Матеріал, що опромінювався	Енергія частинок чи γ -квантів, MeV	Вигляд кластера(ів), їх концентрація	Температура відпалу (°C)	Джерело
1.	$E_c - 0,30$	p-Si \rightarrow n-Si (при опромін. конверт. в n-Si)	Електрони з $E \sim 1$ MeV, доза $\sim 10^{17}$ см ⁻²	$N_{\text{вд}} \approx 1,5 \cdot 10^{14}$ см ⁻³ $N_{\text{в}} \approx 9,5 \cdot 10^{13}$ см ⁻³		[34]
2.	$E_c - 0,29 \pm 0,01$ $E_c - 0,61 \pm 0,02$	Cz n-Si<Sn>	Протоми з $E = 61$ MeV		Ці пастки для e^- дисоціюють при $T < 120^\circ\text{C}$	[35]
3.	$E_c - 0,214$ $E_c - 0,501$	FZ n-Si<Sn> $N_{\text{Sn}} \sim 10^{18}$ см ⁻²	Електрони з $E \sim 2$ MeV	SnV		[36]
4.	$E_c - 0,17$ $E_c - (0,15 \div 0,16)$ $E_c - (0,19 \div 0,20)$	n-Si	γ -кванти ⁶⁰ Co	VO C ₂ O ₄		[37]
5.	Глибокі пастки для носіїв	Si		V ₂ H ₂ -акцептор V ₂ H - амфотер.		[8]
6.		Високоочищений n-Si	Імплантація іонів Er ⁺ і O ⁺ з послід. ІВ	ErO _n $n \geq 4$		[10]
7.	Акцептор $E_c - 0,06$	Cz n-Si		VO ₂ * - бістабільн. VO ₂ - метастаб.		[38]
8.	$E_c - 0,11$ $E_c - 0,13$ $E_c - 0,18$ $E_V + 0,43$ $E_V + 0,24$ $E_V + 0,36$ $E_V + 0,53$	Cz n-Si<P> Cz p-Si	β -частинки малої інтенсивності з $E = 0,20$ MeV і $E = 0,93$ MeV	C ₂ , C ₃ , C ₄ або VO в n-Si V, B, C ₂ O ₄ , V ₂ O ₅ в p-Si		[39]
9.	$E_V + 0,22$	Cz p-Si $N_{\text{B}} \approx 6 \cdot 10^{13}$ см ⁻³	Опромін. електрон. з $E = 8$ MeV при 300 K	Відпал V ₂ приводить до появи B _S V ₂	В інтервалі (360 ÷ 440) °C	[40]

10.	$E_V + 0,16$ $E_V + 0,21$ $E_V + 0,27$ $E_V + 0,31$	Cz n-Si	Швидкі електрони $T_{\text{опр.}} = 340 \div 770 \text{ K}$	VO_2	[41]
11.	$E_c - (0,21 \div 0,27)$	n-Si <Er> p-Si	Опромін. електронами		[42]
12.	$E_c - 0,25$	Cz p-Si $6 \cdot 10^{13} \leq N_B \leq 2 \cdot 10^{15}$		B_2O_3	[43]
13.		Опром. (100) Si іонами Si^{7+}	Іони Si^{7+} мали $E = 20 \text{ кеВ}$, доза $\sim 10^{14} \text{ см}^{-2}$	BSi_i	[44]
14.	$E_c - 0,45$ $E_c - 0,37$ $E_V + 0,23$	Гідрогенізов. n-Si <P> $N_0 \sim (0,5 \div 1) \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ $N_c \leq 10^{16} \text{ см}^{-3}$	Опромін. електр. e^- з E $= 6 \text{ МеВ}$, доза $5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$	VO , V_2 , C_iO_i ; $\text{VO} + \text{H}_x \rightarrow \text{VOH}_x$; $\text{V}_2 + \text{H}_x \rightarrow \text{V}_2\text{H}_x$	[45]

Перший ТВ 815 С, 5 хв.
Після повторного ТВ
при 815 і 1000 °С від 10
сек до 16 год
з'являються комплекси

Компоненти пар Френкеля (V і I) досить рухливі у Si навіть за температур, близьких до криогенних, а їх ефективна взаємодія з електрично-активними домішками в експлуатаційних умовах (далеких, як правило, від $T \rightarrow 0$ K) призводить наноб'єкти до термічної нестабільності. З іншого боку, відомо [22], що енергія формування вакансій за наявності атомів водню у Si може змінюватися на величину від 1,8 до 3,5 eV, а цей же параметр для дивакансій змінюється у межах від 2 до 5,4 eV. Водночас наявність атомів водню в Si робить його менш чутливим до тиску і при значних концентраціях може повністю пригнітити тенденцію утворення додаткових вакансій, що робитиме матеріал (чи прилад, створений на його основі) термічно більш стабільним.

Як показано в роботі [23], свинець, на відміну від інших ізовалентних домішок у Si , не приймає безпосередньої участі в утворенні електрично-активних радіаційних дефектів. Але легування кремнію свинцем призводить до зменшення ефективності накопичення основного радіаційного дефекту в кремнії – комплексу VO (А-центрів), а також до сповільнення накопичення радіаційних дефектів (C_iC_s у $7 \div 13$ разів і VO – на $20 \div 25$ %) при електронному опроміненні. Крім цього, легування кремнію свинцем підвищує час життя неосновних носіїв, не впливаючи помітно на розсіяння носіїв струму. Усі ці результати можна використати, як показано в [23], для підвищення радіаційної стійкості наноб'єктів, створюваних на основі кремнію.

І нарешті, чи не найбільш важливий резерв, який, на наш погляд, використовується в нанотехнології ще далеко не в повному обсязі, – це механічні напруження. По-перше, працюючи з гетероструктурами, позбутися механічних напружень (\sim ГПа) в принципі неможливо. По-друге, зміна зонної структури (у будь-якому випадку багатодолинних напівпровідників) під впливом спрямованих тисків досліджена як теоретично, так і експериментально досить повно [24, 25], що створює досить сприятливі умови для постановки задачі щодо їх практичного використання в нанотехнології. Продемонструємо це на прикладі надграток, які складаються з шарів з різною шириною забороненої зони. Враховуючи те, що розтяг шарів, створюваних на основі багатодолинних напівпровідників, в латеральній площині призводить до стискування у напрямку нормалі до них (і навпаки), пари для шарів необхідно підбирати так, щоб умови для проходження електричного струму в напрямку осі NI (тобто, вздовж нормалі до шарів) тільки покращувалися.

Автором [26] показано, що підвищення температури опромінення електронами ($E=2$ MeV за інтенсивності $5 \cdot 10^{12}$ $cm^{-2}s^{-1}$) в інтервалі $20 \div 400$ °C підвищує ефективність уведення мультивакансійних фосфор- чи кисневмісних радіаційних дефектів, що, у свою чергу, може приводити до підвищення радіаційної стійкості n-Si, оскільки на утворення кластерів PV_2 , V_2O , V_2O_2 і V_3O витрачається у 2 чи 3 рази більше нерівноважних вакансій, ніж при утворенні E- чи А-центрів.

Радіаційну стійкість Si підвищує легування домішкою Sn: за рахунок утворення комплексів SnC [27], а також шляхом легування кремнію, вирощеного методом Чохральського, домішкою германію [28].

Із наведених у роботі [29] результатів випливає, що існує можливість підвищити у декілька разів радіаційну стійкість Cz-Si за рахунок нетривалого ТВ (≤ 1 год.) при 450 °C.

Досліджуючи кристали p-Si ($n_p \approx 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$) і n-Si ($n_e \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$), вирощені методом зонної плавки, на радіаційну стійкість, автори [30] показали, що за інших рівних умов FZ p-Si більш радіаційно стійкий, ніж n-Si.

Терmostійкість Cz-...Si виявилось можливим підвищувати за рахунок зв'язування розчиненого кисню в кристалі (чи вакансій) домішкою введеного у кристал азоту [31, 32] або легуючою домішкою фосфору, коли мова йде про вакансії [33].

Таблиця основних комплексів у Si та умови їх отримання зведені в табл. 1, згідно з відповідними літературними посиланнями.

Рушійні сили самоорганізації при вирощуванні нанооб'єктів

Ефект самоорганізації при вирощуванні НО (типу КТ, НГ і т. ін.) слід віднести до найбільш актуальних задач сучасної напівпровідникової нанотехнології. Саме тому автори, які ефективно працюють у цій області (див., напр., [46, 47]), приділяють належну увагу аналізу цієї проблеми. У роботі [47], зокрема, переконливо показано, що, незважаючи на значну відмінність (за геометрією) п'яти варіантів спонтанної просторової самоорганізації НО (рис. 1, [47]), об'єднуючою і спільною особливістю усіх цих варіантів є те, що рушійною силою ефекту самоорганізації є далекодіюча (у порівнянні з міжатомними відстанями у кристалі) пружна міжатомна взаємодія. Про правильність такої точки зору на рушійну силу ефекту самоорганізації нанооб'єктів свідчать численні теоретичні оцінки і багатий експериментальний досвід, накопичений вченими світу на протязі майже двох десятиліть, починаючи з першої роботи 1991 р. на цю тему [48].

Але, крім необхідної передумови для прояву ефекту самоорганізації при вирощуванні НО (яку представляє собою наявність далекодіючої пружної міжатомної взаємодії), потрібне виконання конкретних(ої) умов(и), за яких (при якій) ефект самоорганізації міг би практично реалізуватися. Такою, – у всякому випадку, однією з основних достатніх умов, на наш погляд, – являється суттєва віддаленість системи від термодинамічної рівноваги. Правильність цього твердження найбільш чітко можна продемонструвати на прикладі появи комірок Бенара у тонкому шарі рідини, перепад температури, на якому досягає критичного значення ΔT_c , що детально розглянуто в монографіях [49] і [50] при дослідженні особливостей теплової конвекції як прототипу явища самоорганізації у фізиці.

Якщо верхня (T_1) і нижня (T_2) межі горизонтально розташованого шару рідини (наприклад, води між скляними пластинами) знаходиться

при одній і тій же температурі (тобто, $T_2 - T_1 = \Delta T = 0$), то цей шар характеризується термодинамічною рівновагою. Підігріваючи цей шар рідини знизу і задаючи $T_2 - T_1 = \Delta T > 0$ (і підтримуючи цей перепад T шляхом підведення тепла), перешкоджатимемо встановленню термодинамічної рівноваги. І, отже, на фоні хаотичного руху молекул води проявлятиметься тепловий потік знизу уверх (проти сил гравітації). Ця картина буде якісно незмінною в області малих $\Delta T > 0$, які автори [49, 50] називають зовнішнім, обмеженням. Але при послідовному підвищенні значення обмеження до досягнення так званого критичного значення ΔT_c картина руху молекул в шарі рідини якісно змінюється. Рух рідини в шарі стає структурованим: шар рідини “розпадається” на так звані комірки Бенара, зображені у [49] на рис. 1.3. При цьому рух рідини в сусідніх комірках відбувається “за” і “проти” годинникової стрілки.

Враховуючи те, що комірки Бенара у звичайних лабораторних умовах мають розміри міліметрового діапазону, в той час як розмір молекул характеризується величинами $\sim 10^{-8}$ см, то можна вважати, що в комірці Бенара $\sim 10^{21}$ молекул. А це, в свою чергу, означає, що така величезна кількість молекул приймає (при $\Delta T \geq \Delta T_c$) участь у корельованому русі. Але цим ще не вичерпуються дивні властивості комірок Бенара. Дійсно, при досягненні ΔT_c ми завжди отримаємо структурований рух молекул у шарі рідини. Незмінно буде повторюватись і те, що рух рідини в сусідніх комірках буде протилежно направленим. А ось рух рідини в комірці №1 (а, отже, і у всіх інших) “за” чи “проти” годинникової стрілки при багатократно повторюваних дослідах буде проявляти себе з рівною ймовірністю. Структурованість руху рідини і протилежний напрям руху в сусідніх комірках детерміновані, але напрям руху рідини в комірці №1 (а, отже, і у всіх інших) непередбачуваний і зовсім некерований. Адже точка ΔT_c являє собою точку, в якій (і вище неї) виникає так звана біфуркація: вище ΔT_c існує два повністю рівноправних розв’язки задачі. І, отже, лише випадок у вигляді тих чи інших незначних (і неконтрольованих) збурень під час проведення відповідного експерименту визначатиме, яким буде рух рідини в даній комірці: “за” чи “проти” годинникової стрілки.

Але, повертаючись знову до технології вирощування напівпровідникових НО, ми бачимо, що, з одного боку, цей процес необхідно проводити при температурах, по можливості, більш низьких (наближуючи процес до більш рівноважних умов), а, з іншого боку, і з врахуванням того, що самоорганізація в системі настає тоді, коли ця система знаходиться зовсім не в рівноважних умовах, треба апелювати до найбільш прийнятної оптимізації процесу вирощування, наприклад, зарощених чи напіввільних КТ. Ця задача надзвичайно складна і, безумовно, ще дуже далека від бажаної повноти її розв’язку.

Висновки

1. Накопичений за декілька десятиліть досвід свідчить, що повністю електрично неактивних домішок у таких напівпровідниках як Ge і Si

практично в природі не існує: у вигляді комплексів з елементами пар Френкеля (тобто з вакансіями чи міжвузловими атомами) вони утворюють електрично активні центри глибокого залягання донорного і акцепторного типів.

2. Термічна і радіаційна нестійкість напівпровідникових тонких шарів пов'язана з генерацією в їх об'ємі при опроміненні α , β і γ -радіацією первинних РД, що мають досить високу рухливість навіть при температурах близьких до криогенних, а також характеризуються здатністю утворювати електрично активні комплекси з атомами легуючих і фонових домішок (типу кисню чи вуглецю в Ge і Si), що призводить до зміни концентрації носіїв заряду та їх рухливості.

3. Неоднорідність розподілу речовини і механічних напружень в наносистемах суттєво підвищує їх термічну і радіаційну нестійкість.

4. Основні шляхи до підвищення термічної і радіаційної стійкості як об'ємних кристалів, так і тонких напівпровідникових шарів, зводяться до зниження концентрації первинних РД, що мають високі рухливості (завдяки зв'язуванню їх в малорухливі комплекси), а також створення внутрішніх гетеруючих стоків для них.

5. Предметом особливої турботи нанотехнологів має бути розробка найбільш оптимізованих шляхів реалізації ефекту самоорганізації при вирощуванні НО у вигляді КТ, які забезпечували б мінімальний розкид останніх за розміром і формою, а також гарантували б необхідну структурованість у їх розміщенні на площині чи в об'ємі.

Література

1. Баранский П. И. Изменение градиентов удельного сопротивления в n- и p-Ge под влиянием γ -радиации / П.И. Баранский, А.К. Семенюк // ФТП. – 1967. – Т. 1, № 8. – С. 1150–1154.
2. Herring C. Energy levels of isolated hydrogen in Si / C. Herring, N. M. Johnson, C. G. van de Walle // Phys. Rev. B. – 2001. – Vol. 64. – P. 125209 (27).
3. Self-interstitial-hydrogen complexes in Si / M.Gharaibien, S. K. Estreicher, P. A. Fedders, P.Ordejón // Phys. Rev. B. – 2001. – Vol. 64. – P. 235211 (7).
4. Suezawa M. Formation of defect complexes by electron-irradiation of hydrogenated crystalline silicon / M.Suezawa // Phys. Rev. B. – 2000. – Vol. 63. – P. 035201 (7).
5. Chen E. E. Ortho- and para O-H₂ complexes in silicon / E.E.Chen, M.Stavola, W. B.Fowler // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 65. – P. 245208 (9).
6. Влияние состояния водорода в решетке на эффективность введения донорных центров в кислородсодержащем Si / В.В. Болотов, Г.Н. Камаев, А.В. Носков, С.А. Черняев, В.Е. Росликов // ФТП. – 2006. – Т. 40, В. 2. – С. 129-132.

7. Divacancy annealing in Si: Influence of hydrogen / E. V.Monakhov, A. Ulyashin, G.Alfieri, A. Yu.Kuznetsov, B. S.Avset, B. G. Svensson // *Phys. Rev. B.* – 2004. – Vol. 69. – P. 153202 (4).
8. Coutinho J., Torres V. J. B., Jones R., Öberg S., Briddon. P. R. Electronic structure of divacancy-hydrogen complexes in silicon // *Journal of Physics: Condensed Matter.* – 2003. – Vol. 15. – P. S2809-S2814.
9. Sachse J. U., Weber J., Lemke H. Deep-level transient spectroscopy of Pd-H-complexes in silicon // *Phys. Rev. B.* – 2000. – Vol. 61. – P. 1924-1934.
10. Влияние электрически неактивных примесей на образование донорных центров в слоях Si, имплантированных эрбием / О. В.Александров, А. О.Захарьин, Н. А.Соболев, Ю. А. Николаев // *ФТП.* – 2000. – Т. 34, В. 5. – С. 526-529.
11. Мелкие термодоноры в монокристаллах кремния, легированных азотом / В. В.Воронков, Г. И.Воронкова, А. В. Батунина, В. Н.Головина, Л. В.Арапкина, Н. Б.Тюрина, А. С.Гуляева, М. Г. Мильвидский // *ФТТ.* – 2002. – Т. 44, В. 4. – С. 700-704.
12. Особенности генерации и движения дислокаций в монокристаллах Si, легированных азотом / М.В. Меженный, М. Г Мильвидский, В. Я. Резник // *ФТТ.* – 2002. – Т. 44, № 7. – С. 1224-1229.
13. Генерация мелких азотно-кислородных доноров как метод исследования диффузии азота в кремнии / В. В. Воронков, А. В. Батунина, Г. И. Воронкова, М. Г. Мильвидский // *ФТТ.* – 2004. – Т. 46, № 7. – С. 1174-1179.
14. Kageshima H. Theoretical investigation of nitrogen-doping effect on vacancy aggregation processes in Si / H. Kageshima, A. Taguchi, K. Wada // *Appl. Phys. Lett.* – 2000. – Vol. 76, Iss. 25. – P. 3718-3720.
15. Sawada H. First-principles calculation of the interaction between nitrogen atoms and vacancies in silicon / H.Sawada, K.Kawakami // *Phys. Rev. B.* – 2000. – Vol. 62. – P. 1851-1858.
16. Structure and Electronic Properties of Nitrogen Defects in Silicon / R.Jones, I.Hahn, J. P.Goss, P. R.Briddon, S.Öberg // *Solid State Phenomena.* – 2004. – Vols. 95-96. – P. 93-98.
17. Deep level generation in nitrogen-doped float-zoned silicon / G. I.Voronkova, A. V.Batunina, L.Moiraghi, V. V.Voronkov, R.Falster, M. G. Milvidski // *Nucl. Instrum. and Meth. in Phys. Res. B.* – 2006. – Vol. 253. – P. 217-221.
18. Jung W.Effect of high pressure annealing on electrical properties of nitrogen and germanium doped silicon /, A. Misiuk, D. Yang // *Nucl. Instrum. and Meth. in Phys. Res. B.* – 2006. – Vol. 253. – P. 214-216.
19. N-O related shallow donors in silicon: Stoichiometry investigations / H. E.Wagner, H. Ch. Alt, W. v. Ammon, F. Bittersberger, A. Huber, L.Koester // *Appl. Phys. Lett.* – 2007. – Vol. 91. – P. 152102 (3).
20. First-principles study on the local vibrational modes of nitrogen-oxygen defects in silicon / N.Fujita, R.Jones, S.Öberg, P. R. Briddon // *Physica B: Condensed Matter.* – 2007. – Vols. 401-402. – P. 159-162.

21. Chemical composition of nitrogen-oxygen shallow donor complexes in silicon investigations / H. Ch. Alt, H. E. Wagner, W. v. Ammon, F. Bittersberger, A. Huber, L. Koester // *Physica B: Condensed Matter*. – 2007. – Vols. 401–402. – P. 130–133.
22. Влияние давления и водорода на образование вакансий и дивакансий в кристаллическом кремнии / В.Г. Завадинский, А.А. Гниденко, А.Мисюк, Я.Бак-Мисюк // *ФТП*. – 2004. – Т. 38, В. 11. – С. 1281-1284.
23. Войтович В. В. Вплив ізовалентної домішки свинцю на термічне та радіаційне дефектоутворення в кремнії. Автореф. канд. дис. – Київ. – 2005. – 20 с.
24. Электрические и гальваномагнитные явления в анизотропных полупроводниках; под ред. П. И. Баранского. – Київ: Наукова думка, 1977. – 270 с.
25. Баранский П. И. Нетрадиционные механизмы пьезосопротивления в одноосно деформированных многодолинных полупроводниках / П. И. Баранский // *Неорг. матер.* – 1997. – Т. 33, № 2. – С. 147-152.
26. Пагава Т. А. Влияние температуры облучения на эффективность введения мультивакансионных дефектов в кристаллах n Si / Т.А. Пагава // *ФТП*. – 2006. – Т. 40, В. 8. – С. 919-921.
27. Carbon-tin defects in silicon / E. V. Lavrov, M. Fanciulli, M. Kaukonen, R. Jones, P. R. Briddon // *Phys. Rev. B*. – 2001. – Vol. 64. – P. 125212 (5).
28. Влияние примеси германия на радиационную стойкость кремния с высокой концентрацией кислорода / А. П. Долголенко, Г. П. Гайдар, М. Д. Варенцов, П. Г. Литовченко // *Вопросы атомной науки и техники*. – 2008. – № 2. – Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение (92), с. 28–36.
29. Коршунов Ф. П. Обусловленные электронным облучением изменения электрических характеристик структур с р-п переходами на тянущем кремнии, прошедших предварительную термообработку при температуре $400 \div 550$ °С / Ф.П. Коршунов, И.Г. Марченко, Н.Е. Жданович // *Актуальные проблемы ФТТ*. – С. 52–55. (В сб.: Докл. Международ. конф. 23–26 октября 2007 г. Минск: Изд. БГУ. – 2007. – Т. 2. – 444 с.).
30. Dependence of the defect introduction rate on the dose of irradiation of p Si by fast-pile neutrons / A. P. Dolgolenko, M. D. Varentsov, G. P. Gaidar, P. G. Litovchenko // *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. – 2007. – V. 10, N 4. – P. 9-14.
31. Thermal Stability of Oxygen Precipitates in Nitrogen-Doped Czochralski silicon / D. R. Yang, H. J. Wang, X. Yu, X. Y. Ma, D. L. Que // *Solid State Phenomena*. – 2004. – Vols. 95-96. – P. 111-116.
32. Characterization of Nucleation Sites in Nitrogen Doped Czochralski Silicon by Density Functional Theory and Molecular Mechanics / F. S. Karoui, A. Karoui, G. A. Rozgonyi, M. Hourai, K. Sueoka // *Solid State Phenomena*. – 2004. – Vols. 95-96. – P. 99-104.
33. The vacancy-donor pair in unstrained Si, Ge and SiGe alloys / A. R. Peaker, V. P. Markevich, F. D. Auret, L. Dobaczewski, N. Abrosimov

- // *J. of Phys. Condensed Matter*. – 2005. – Vol. 17, N. 22. – P. S2293-S2302.
34. Temperature dependence of electron concentration in type-converted silicon by $1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2}$ fluence irradiation of 1 MeV electrons / H.Matsuura, Y.Uchida, N.Nagai, T.Hisamatsu, T.Aburaya, S.Matsuda // *Appl. Phys. Lett.* – 2000. – Vol. 76, Iss. 15. – P. 2092-2094.
35. Deep levels in high-energy proton-irradiated tin-doped n-type Cz-Si / E.Simoen, C.Claeys, V. B. Neimash, A.Kraitchinskii, N.Krasko, O.Puzenko, A.Blondeel, P.Clauws // *Appl. Phys. Lett.* – 2000. – Vol. 76, Iss. 20. – P. 2838-2840.
36. Tin-vacancy acceptor levels in electron irradiated n-type silicon / A. N.Larsen, J. J.Goubet, P.Mejlholm, C. J.Sherman, M.Fanciulli, H. P.Gunnlaugsson, G.Weyer, J. W.Petersen, A.Resende, M.Kaukonen, R.Jones, S.Öberg, P. R.Briddon, B. G.Svensson, J. L.Lindström, S.Dannefaer // *Phys. Rev. B*. – 2000. – Vol. 62. – P. 4535-4544.
37. Makarenko L. F. Re-evaluation of energy levels of oxygen-vacancy complex in n-type silicon crystals: I. Weak compensation / L. F. Makarenko // *Semicond. Sci. and Technol.* – 2001. – Vol. 16, N. 7. – P. 619-630.
38. Бистабильность и электрическая активность комплекса вакансия–два атома кислорода в Si / Л.И.Мурин, В.П.Маркевич, И.Ф.Медведева, L.Dobaczewski // *ФТП*. – 2006. – Т. 40, В. 11. – С. 1316-1320.
39. Немонотонные изменения концентрации радиационных дефектов донорного и акцепторного типов в Si, индуцируемые потоками β -частиц малой интенсивности // М. В.Бадылевич, И. В.Блохин, Ю. И.Головин, А. А.Дмитриевский, С. В.Карцев, Н. Ю.Сучкова, М. Ю. Толотаев // *ФТП*. – 2006. – Т. 40, В. 12. – С. 1409-1411.
40. Пагава Т.А. Особенности отжига радиационных дефектов в облученных кристаллах p-Si / Т.А. Пагава // *ФТП*. – 2007. – Т. 41, В. 6. – С. 651-653.
41. Радиационные дефекты с глубокими уровнями в кремниевых p-n-структурах, облученных быстрыми электронами при $340 \div 770 \text{ K}$ / Ф. П.Коршунов, Б. Ю. В.огатырев, Л. И.Мурин, В. П.Маркевич, С. Б. Ластовский // *Актуальные проблемы ФТТ*. – С. 56–58. (В сб.: Докл. Международ. конф. 23–26 октября 2007 г. Минск: Изд. БГУ. – 2007. – Т. 2. – 444 с.).
42. Электрофизические свойства слоев Si<Er>/Si, выращенных методом сублимационной молекулярно-лучевой эпитаксии / О. В.Белова, В. Н.Шабанов, А. Л.Касаткин, О. А.Кузнецов, А. Н.Яблонский, М. В. Кузнецов, В.П.Кузнецов, А. В.Корнаухов, Б.А.Андреев, З.Ф. Красильник // *ФТП*. – 2008. – Т. 42, В. 2. – С. 136-140.
43. Formation and origin of dominating electron trap in irradiated p-type Si / L.Vines, E. V.Monakhov, A. Yu.Kusnetsov, R.Kozłowski, P.Kaminski, B. G.Svensson // *Phys. Rev. B*. – 2008. – Vol. 77, Iss. 8. – P. 085205 (7).
44. Evolution of born-interstitial clusters in crystalline Si studied by transmission electron microscopy / S.Boninelli, S.Mirabella, E.Bruno,

- F.Priolo, F.Cristiano, A.Claverie, D.De Salvador, G.Bisognin, E. Napolitani // *Appl. Phys. Lett.* – 2007. – Vol. 91, N 3. – P. 031905 (3).
45. Rapid annealing of the vacancy-oxygen center and the divacancy center by diffusing hydrogen in silicon / J. H.Bleka, I.Pintilie, E. V.Monakhov, A B. S.vset, B.G. Svensson // *Phys. Rev. B.* – 2008. – Vol. 77, Iss. 7. – P. 073206 (4).
46. Ordered arrays of quantum dots: Formation, electronic spectra, relaxation phenomena, lasing / N. N.Ledentsov, M.Grundmann, N.Kirstaedter, O.Schmidt, R.Heitz, J.Böhrer, D.Bimberg, V. M.Ustinov, V. A.Shchukin, A. Yu.Egorov, A. E.Zhukov, S.Zaitsev, P. S.Kop'ev, Zh. I.Alferov, S. S.Ruvimov, A. O.Kosogov, P.Werner, U.Gösele, J.Heydenreich // *Solid-State Electronics.* – 1996. – Vol. 40, Iss. 1–8. – P. 785–798.
47. Shchukin V. A., Bimberg Dieter. Spontaneous ordering of nanostructures on crystal surfaces / V. A.Shchukin, Dieter Bimberg // *Reviews of Modern Physics.* – 1999. – Vol. 71, Iss. 4. – P. 1125-1171.
48. Direct synthesis of corrugated superlattices on non-(100)-oriented surfaces / R.Nötzel, N. N.Ledentsov, L.Däweritz, M.Hohenstein, K.Ploog // *Phys. Rev. Lett.* – 1991. – Vol. 67, Iss. 27. – P. 3812-3815.
49. Николис Г.Познание сложного / Г. Николис, И. Пригожин. – М.: Мир, 1990. – 342 с.
50. Пригожин И. Время, хаос, квант (к решению парадокса времени) / И. Пригожин, И. Стенгерс. – М.: Прогресс, 1994. – 267 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 22.12.2010 р.
Рекомендовано до друку д.х.н., професором Фреїком Д.М.*

RADIATION AND THERMAL HARDNESS OF THIN LAYERS, HETEROSYSTEMS AND NANOSTRUCTURES WHICH PRODUCED ON THE BASIS OF ELEMENTARY SEMICONDUCTORS AND SEMICONDUCTOR COMPOUNDS

P. I. Baranskii, G. P. Gaidar*

*V. E. Lashkaryov Institute of Semiconductor Physics NAS of Ukraine;
03680, Kyiv, Prospect Nauky, 41*

** Institute for Nuclear Research of NAS of Ukraine;
03680, Kyiv, Prospect Nauky, 47;
e-mail: gaidar@kinr.kiev.ua*

The particularities of size and structure of nanoobjects leads to set of specific properties. So, the developed surface determines the increased chemical reactivity; the high level of discontinuity results in lack of lattice constant and disturbance translation symmetry; the size of intrinsic variations of potential on distance, which may be commensurable with interatomic distances, prejudices the appropriateness of effective mass method; etc. The presence of huge mechanical stresses and difference of thermal

expansion coefficients can stimulates the structure degradation processes under change of temperature conditions. The preventive measures to decrease the rate of degradation processes in the nanostructures will be discussed.

Key words: *semiconductors, crystals, heterostructures, radiation resistance, thermal stability.*

УДК 621.315.592

**ЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТОНКИХ ПЛІВОК ТА
НАНОСТРУКТУР ХАЛЬКОГЕНІДІВ СВИНЦЮ****Д. М. Фреїк, Б. С. Дзундза, В. В. Бачук, Ю. В. Лисюк,
Я. С. Яворський***Прикарпатського національного університету ім. Василя Стефаника;
кафедра фізики і хімії твердого тіла;**76000, Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57; e-mail: freik@pu.if.ua*

Досліджено залежності кінетичних параметрів полікристалічних плівок РbТе від товщини. За умови дифузного розсіювання носіїв заряду розраховані ефективна довжина вільного пробігу, поверхнева та зерно-межова рухливості і розміри кристалічних зерен. Показано особливості механізмів розсіювання носіїв струму у наноструктурах телуриду свинцю, осадженого на підкладках з поліамідної стрічки та телуриду олова, осадженого на слюду від товщини. Встановлено, що домінуюча роль розсіювання на поверхні чи міжзеренних межах визначається структурним станом конденсатів.

Досліджено залежності кінетичних параметрів полікристалічних плівок РbТе різних товщин (0,16-0,54 мкм) від часу їх витримки на повітрі. Встановлено механізми дифузійних процесів, які призводять до зміни електричних властивостей тонких плівок з часом.

Ключові слова: халькогеніди свинцю, нанокристали, топологія поверхні, механізми росту.

Вступ

Останні десятиліття розвитку фізики твердого тіла характеризуються тим, що основними об'єктами дослідження все частіше стають не масивні кристали, а тонкі плівки, багатошарові тонкоплівкові системи, наноструктури. У таких системах істотно змінюється більшість електронних властивостей – виникає велике число нових, так званих розмірних ефектів. Найбільш кардинальну перебудову властивостей мають квантові розмірні структури, в яких вільні носії заряду локалізовані в одному, двох або у всіх трьох координатних напрямках, в областях з розмірами де-Бройлевської довжини хвилі. При цьому набувають чинності закони квантової механіки і відбувається зміна найбільш фундаментальної характеристики електронної підсистеми – її енергетичного спектру. Якщо рух обмежено вздовж одного чи двох напрямків, то під впливом зовнішніх полів можуть змінюватися не три, а лише дві або тільки одна із компонент імпульсу електронів і дірок, в результаті цього носії ведуть себе як двовимірний або одномірний газ відповідно.

Для плівок товщина є тим параметром, який визначає транспортні властивості і домінуючі механізми розсіювання носіїв заряду. Тут, зокрема, необхідно враховувати розсіювання на міжфазних і міжзеренних ме-

жах, дислокаціях невідповідності та інших дефектах росту [1-4].

Процеси окислення, які відбуваються в структурах на основі плюмбум халькогенідів, мають дуже серйозний вплив на їх властивості, що, в свою чергу впливає на роботу приладів, базованих на їх основі. Тому взаємодія кисню з халькогенідами свинцю була предметом багатьох попередніх досліджень, однак складні процеси, які при цьому відбуваються, залишаються дискусійними [5,6].

Зміна питомого опору полікристалічних при 300 К з часом в процесі старіння плівок отримана в роботі [7]. Тут враховано характер кривих при різних товщинах плівки в межах від 10 до 0,05 мкм. Однак, залежність лише одного параметра від часу витримки плівок на повітрі не може бути достатнім для повного аналізу впливу окислення на властивості плівок груп IV-VI. Проте у цих роботах не отримано залежностей відповідних електричних параметрів від часу витримки плівки на повітрі, що є важливим для більш точного аналізу явищ, які відбуваються в процесі окислення плівки.

1. Вплив товщини на кінетичні параметри тонких плівок PbTe

Плівки для дослідження отримували з парової фази методом відкритого випаровування у вакуумі на скляні підкладки, які були ретельно очищені, використовуючи гарячу воду, NaOH, дистильовану воду і ізопропіловий спирт послідовно. Температура підкладок під час осадження була кімнатною.

Вимірювання електричних параметрів плівок проводилося компенсаційним методом у постійних електричних і магнітних полях. Вимірювання проводили на окремих плівках різної товщини. Струм через зразки складав ≈ 100 мкА. Магнітне поле спрямовувалося перпендикулярно до поверхні плівок при індукції 2 Тл. Вимірюваний зразок мав чотири холлівські і два струмові контакти. Як омичні контакти використовувалися плівки срібла.

Плівки являли собою полікристалічну структуру з розмірами кристалітів 0,01-0,12 мкм.

Залежність питомого опору і рухливості носіїв струму плівок PbTe від товщини зображено на рис. 1, 2.

За умови переважання розсіювання носіїв струму на поверхні ($\mu_{\text{п}}$) і межах зерен ($\mu_{\text{з}}$) питомий опір плівок визначається правилом Маттісена [3]. Якщо концентрація носіїв і ефективна маса є сталими, тоді

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\text{п}}} + \frac{1}{\mu_{\text{з}}}, \quad (1)$$

де μ – експериментально визначена рухливість.

Час між двома актами розсіювання на межах кристалітів τ_3 визначається як

$$\tau_3 = Dv^{-1}, \quad (2)$$

де v – теплова швидкість носіїв, яка у випадку виродження не залежить від температури.

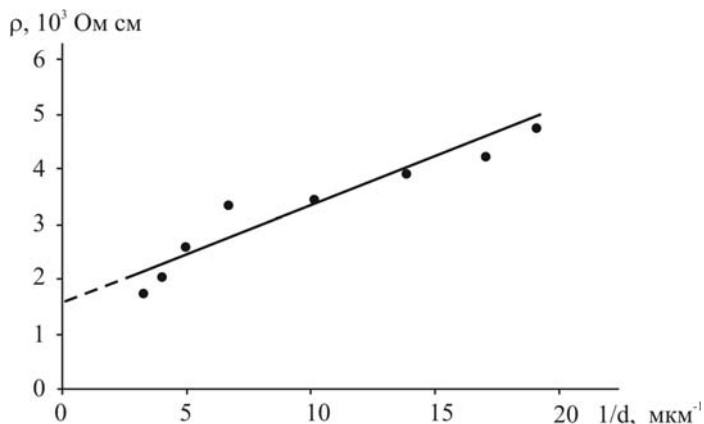


Рис. 1. Залежність питомого опору від оберненої товщини тонких плівок PbTe

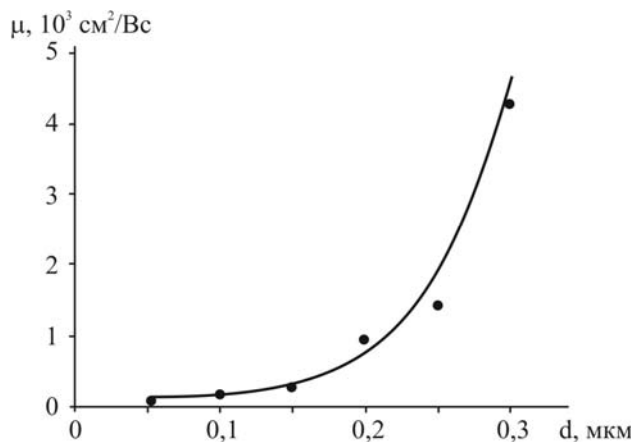


Рис. 2. Залежність рухливості носіїв струму від товщини тонких плівок PbTe

Для халькогенідів свинцю температура виродження велика через високу концентрацію носіїв внаслідок значного відхилення від стехіометричного складу. За цих умов згідно [2]:

$$\mu_3 = \frac{2q}{h} D \left(\frac{3n}{\pi} \right)^{-1/3}, \quad (3)$$

де D – середній розмір зерна, q – заряд носіїв, n – концентрація носіїв, h – стала Планка.

Рухливість носіїв струму у випадку дифузного розсіювання на поверхні визначається як [3]:

$$\mu_{\pi} = \mu_v (1 + \lambda / d)^{-1}. \quad (4)$$

Тут λ – середня довжина вільного пробігу носіїв, μ_v – рухливість об’ємного матеріалу.

Згідно моделі Тейлера [5] розсіювання носіїв заряду на межах зерен описується часом релаксації τ_0 таким чином, що $\lambda = \tau_0 v$, де λ – ефективний середній вільний пробіг носіїв заряду у нескінченно товстій плівці. Тоді

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{3}{8} \lambda \frac{(1-P)}{d} \right]. \quad (5)$$

Тут ρ_0 – питомий опір у нескінченно товстій плівці. Рівняння (1) виражають пряму лінію $y = A \pm Bx$ у координатах $\rho \sim d^{-1}$, де $A = \rho_0$; $B = \frac{3}{8} \rho_0 \lambda (1-P)$.

Із рівняння (5) випливає, що пряма лінія перетинає вісь ординат при $d^{-1} \rightarrow 0$ у точці, що визначає ρ_0 . Тангенс кута нахилу прямої є величиною, в яку входить λ . Якщо розглядати дифузне розсіювання (тобто $P=0$), то можна легко визначити λ і ρ_0 .

Визначивши згідно (5) із експериментальної залежності питомого опору від оберненої товщини (рис.1.) довжину вільного пробігу (λ), та використавши формулу (4), отримаємо залежність поверхневої рухливості μ_n від товщини. Враховуючи правило Маттісена (1) та маючи експериментальне значення рухливості (рис. 2), із виразу (3) отримуємо величину зерна (D) у плівках (рис. 3).

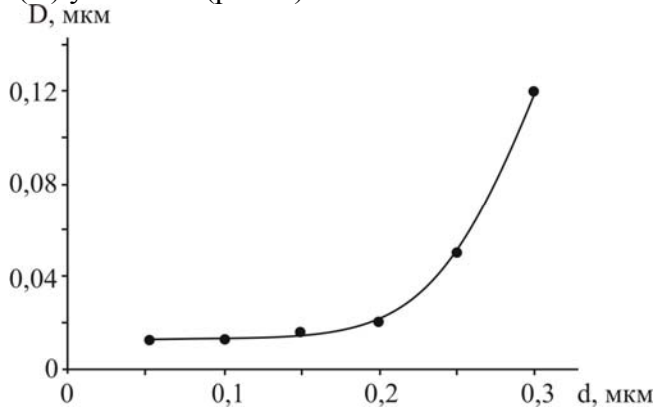


Рис. 3. Залежність розміру зерна від товщини плівок PbTe

Результати експериментальних досліджень та проведених розрахунків наведено на рис.1-3. Зауважимо, що для досліджуваних плівок характерним є розмірний ефект у електричному опорі: має місце його зростання із зменшенням товщини (зростання $1/d$) (рис. 1). При цьому холлівська рухливість носіїв заряду суттєво зменшується (рис. 1). Так, зокрема, при зміні товщини плівок від 0,3 мкм до 0,05 мкм рухливість зменшується майже на два порядки. Останнє вказує на те, що міжфазні межі “плівка – підкладка”, “плівка – вільна поверхня” та міжкристалічні межі впливають на явища перенесення, які пов’язані із значенням середньої довжини вільного пробігу носіїв заряду. У нашому випадку ефективний середній вільний пробіг носіїв складає $\lambda \approx 0,32$ мкм.

Розрахунки вказують, якщо в області малих товщин (0,05-0,15) мкм переважає розсіювання на поверхні плівок, то вже в діапазоні (0,15-0,3) мкм домінує розсіювання на межах зерен.

Експериментально спостережуване зростання рухливості з товщиною плівок (рис. 2) пов’язано із збільшенням величини кристалітів у плівках (рис. 3).

2. Розсіювання носіїв струму в наноструктурах на основі телуридів свинцю та олова

Наноструктури отримували з парової фази методом відкритого випаровування у вакуумі на підкладки з поліамідної стрічки типу ПМ-1 та свіжих сколів (0001) слюди-мусковіт типу СТА. Температура випарника складала $T_v=970$ К, а температура підкладок $T_n=(420-520)$ К. Товщину конденсату задавали часом осадження в діапазоні (2-60) хв та контролювали за допомогою мікроінтерферометра МІІ-4.

Вимірювання електричних параметрів наноструктур проводилося на повітрі за кімнатних температурах у постійних магнітних полях. Вимірюваний зразок мав чотири холлівські і два струмові контакти. В якості омичних контактів використовувалися плівки срібла. Струм через зразки складав $\sim(0,1-1)$ мА. Магнітне поле спрямовувалося перпендикулярно до поверхні плівок при індукції 2 Тл.

Отримані зразки досліджувалися методами атомно-силової мікроскопії (АСМ) Nanoscope 3a Dimension 3000 (Digital Instruments USA) у режимі періодичного контакту. Вимірювання проводилися в центральній частині зразків з використанням серійних кремнієвих зондів NSG-11 із номінальним радіусом закруглення вістря до 10 нм (NT0MDT, Росія). За результатами АСМ досліджень, крім технології поверхні та профілограм у програмі WSxM 4.0 Develop 10.4, визначені розміри нанокристалів у латеральному напрямку, висоту та шорсткість поверхні.

АСМ-зображення та профілограми наноструктур наведено на рис. 4. Видно, що одержані структури складаються з нанорозмірних кристалітів пірамідальної форми. Для наноструктур PbTe на поліамідних підкладках середні розміри кристалітів у перпендикулярному до поверхні напрямку складають ~ 560 нм, а у латеральному ~ 40 нм (рис. 4, А) і є значно більшими як для структур SnTe на слюді, для яких ці розміри складають ~ 200 нм і ~ 20 нм відповідно.

За умови переважання розсіювання носіїв струму на поверхні (μ_n) і межах зерен (μ_3), питомий опір плівок визначається правилом Маттісена (1).

Згідно моделі Тейлера [9] розсіювання носіїв заряду на межах зерен описується часом релаксації τ_0 таким чином, що $\lambda = \tau_0 v$, де λ – ефективний середній вільний пробіг носіїв заряду у нескінченно товстій плівці. Тоді

$$\sigma = \sigma_0 \left[1 - \frac{3}{8} \lambda \frac{(1-P)}{d} \right]. \quad (6)$$

Тут σ_0 – питома електропровідність у нескінченно товстій плівці. Рівняння (6) виражають пряму лінію $y = A \pm Bx$ у координатах $\sigma \sim d^{-1}$, де $A = \sigma_0$; $B = -\frac{3}{8} \sigma_0 \lambda (1-P)$.

Із рівняння (6) випливає, що пряма лінія перетинає вісь ординат при $d^{-1} \rightarrow 0$ у точці, що визначає σ_0 . Тангенс кута нахилу прямої визначає величину в яку входить λ . Якщо розглядати дифузне розсіювання (тобто $P=0$), то можна визначити λ і ρ_0 .

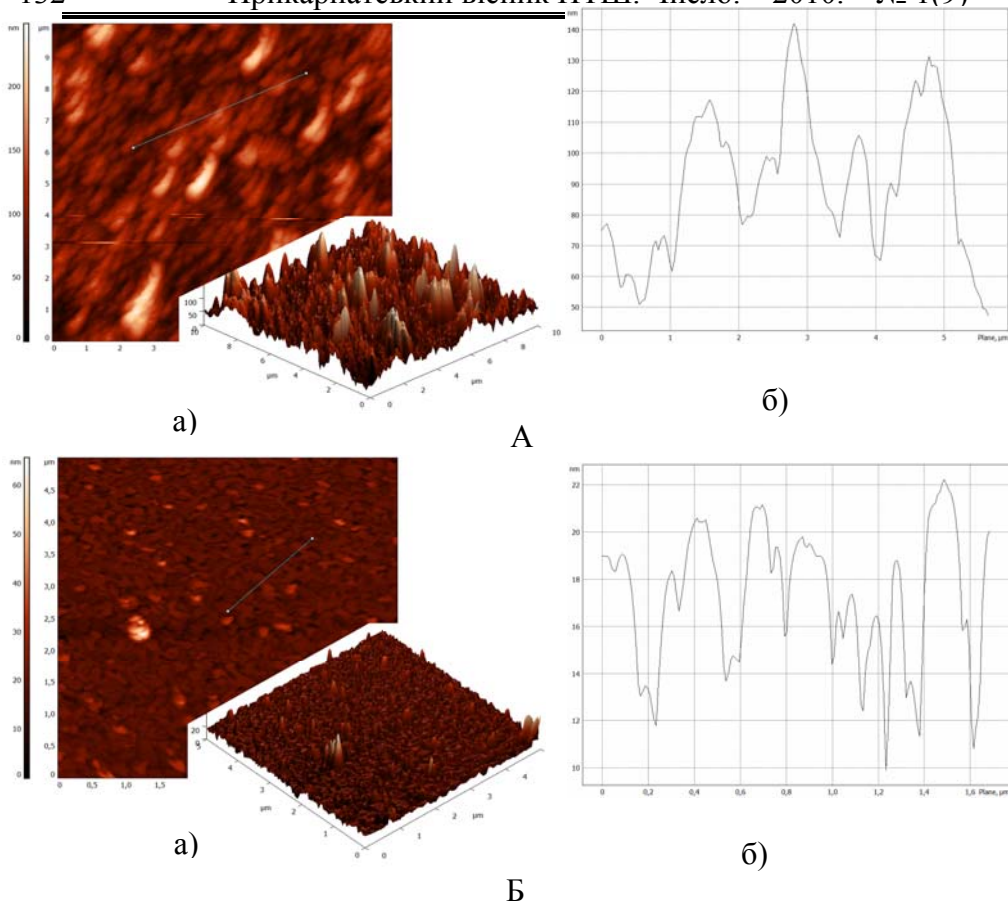


Рис. 4. АСМ-зображення (а) і профілограми (б) наноструктур PbTe на поліаміді (А) та SnTe на сколах (0001) слюди (Б). Температура випаровування $T_v = 970$ К, температура осадження $T_n = 420$ К, час осадження $t = 30$ хв

Визначивши довжину вільного пробігу (λ) (рис. 5, рис. 7) та використавши формулу (4), маємо залежність поверхневої рухливості μ_n від товщини. Аналогічно середній розмір кристалітів (D) та експериментальне значення концентрації (n_H) із виразу (3) отримуємо величину рухливості яка враховує вплив розсіювання носіїв струму на міжзеренних межах (μ_3).

На рис.5, рис.7 представлені експериментальні залежності питомої електропровідності від оберненої товщини наноструктур. Для кімнатних температур визначена середня довжина вільного пробігу носіїв струму в структурах ПМ-1/PbTe складає $\lambda \approx 260$ нм, а в (0001)СТА/SnTe вона є значно більшою – $\lambda \approx 1,3$ мкм. За підвищення температури до 360К λ зменшується і становить 0,7 мкм (рис.7).

Звернемо увагу на різний характер товщинних залежностей питомої електропровідності (рис.5, рис.7). Так, якщо для наноструктур ПМ-1/PbTe при зменшенні товщини вона спадає (рис.5), то для (0001)СТА/SnTe – зростає. Такий характер провідності можна пояснити впливом дифузного розсіювання носіїв на поверхні, яке стає доміную-

чим в області малих товщин у крупнозернистих наноструктурах ПМ-1/PbTe (рис.4, А). Це також підтверджують експериментальні та розрахункові залежності рухливості носіїв від товщини (рис.6). Видно, що вплив розсіювання на міжзерених межах (μ_3) (рис. 6 – крива 2) є незначний і основний внесок у результуючу рухливість дає дифузне розсіювання носіїв на поверхні (μ_n) (рис.6 – крива 1). Незначний внесок міжзерених меж у розсіювання носіїв зумовлений достатньо великим розміром кристалітів та порівняно невеликою концентрацією носіїв (1-2) 10^{17} см^{-3} .

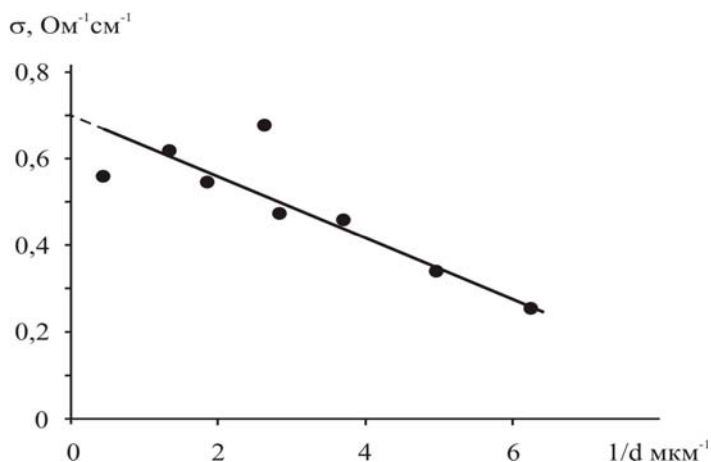


Рис. 5. Залежність питомої провідності від оберненої товщини для структур ПМ-1/PbTe за температури 300 К. $\sigma_0=0,7 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$, $\lambda=0,26 \text{ мкм}$.

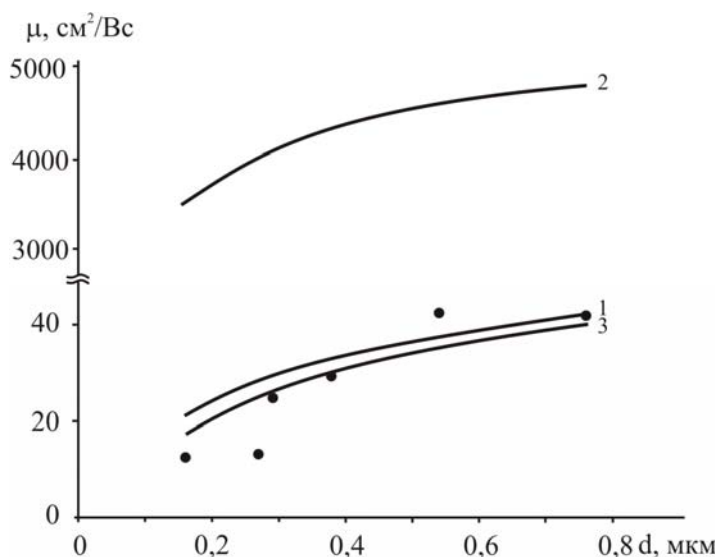


Рис. 6. Залежність рухливості носіїв струму (μ) від товщини d для щойновирощених структур ПМ-1/PbTe. Крива 1 – рухливість носіїв при врахуванні розсіювання на поверхні (μ_n), 2 – рухливість носіїв що враховує розсіювання на міжзерених межах (μ_3), 3 – результуюча рухливість (μ) згідно (1), • – експеримент. $\mu_v=65 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $D_L=40 \text{ nm}$

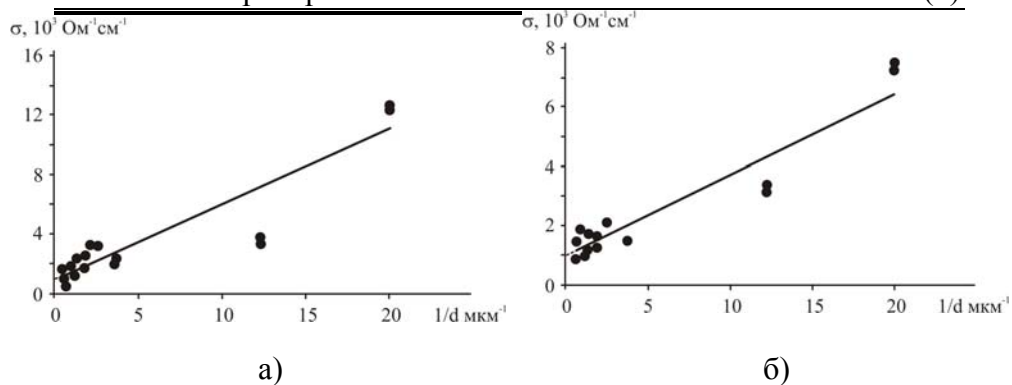


Рис. 7. Залежність питомої провідності структур (0001)СТА/SnTe від оберненої товщини при $T=300 \text{ K}$ (а) ($\sigma_0=965 \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$, $\lambda=1,38 \text{ мкм}$) та 360 K (б) ($\sigma_0=950 \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$, $\lambda=0,7 \text{ мкм}$).

У наноструктурах (0001)СТА/SnTe вплив міжзеренного розсіювання є значно сильнішим (рис. 8 – криві 2) завдяки досить малим розмірам кристалітів у латеральному напрямку та високій концентрації носіїв $n \approx (1-3) 10^{21} \text{ cm}^{-3}$. Менший внесок дифузного розсіювання пов'язаний із малою площею поверхні шорсткістю (0001)СТА/SnTe (рис.4, Б).

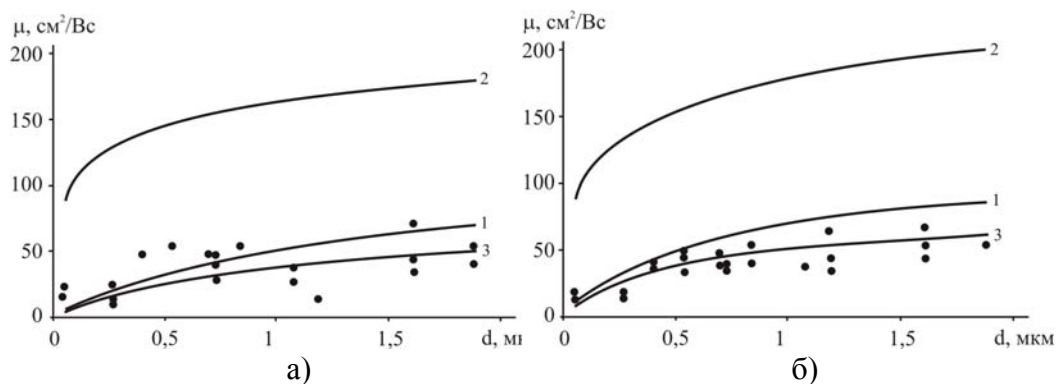


Рис. 8. Залежність рухливості носіїв струму (μ) від товщини (d) для щойновирощених структур (0001)СТА/SnTe при $T=300 \text{ K}$ (а) та $T=360 \text{ K}$ (б). Крива 1 – рухливість носіїв при врахуванні розсіювання на поверхні (μ_n), 2 – рухливість носіїв, що враховує розсіювання на межах зерен (μ_g) у перпендикулярному до поверхні напрямі ($D_{\perp}=20 \text{ nm}$), 3 – сумарна рухливість (μ) згідно (1), • – експеримент. $\mu_v=120 \text{ cm}^2/\text{Vs}$

При врахуванні латеральних розмірів кристалітів ($D_{\parallel}=200 \text{ nm}$) їх вплив у рухливість носіїв виявився незначним (рис. 9 – криві 2), оскільки ці розміри є більшими за висоту кристалів ($D_{\perp}=20 \text{ nm}$) на порядок. Таким чином, врахування поверхневого та міжзеренного розсіювання для наноструктур (0001)СТА/SnTe показало добре співпадання результатів розрахунків з експериментом, що вказує на домінування цих двох механізмів.

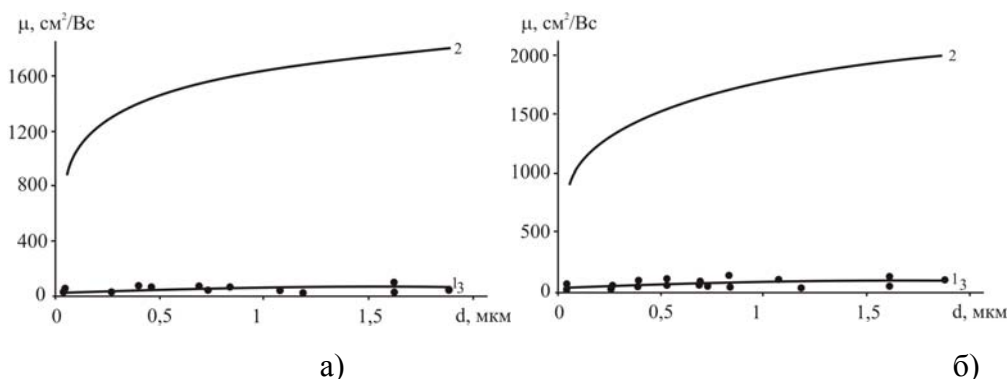


Рис. 9. Залежність рухливості носіїв струму (μ) від товщини (d) для щойновирощених структур (0001)SbTe/SnTe при $T=300\text{ K}$ (а) та $T=360\text{ K}$ (б). Крива 1 – рухливість носіїв при врахуванні розсіювання на поверхні (μ_n), 2 – рухливість носіїв, що враховує розсіювання (μ_z) на межах зерен у латеральному напрямі ($D_{||}=200\text{ nm}$), 3 – сумарна рухливість (μ) згідно (1), • – експеримент. $\mu_v=120\text{ cm}^2/\text{Vs}$

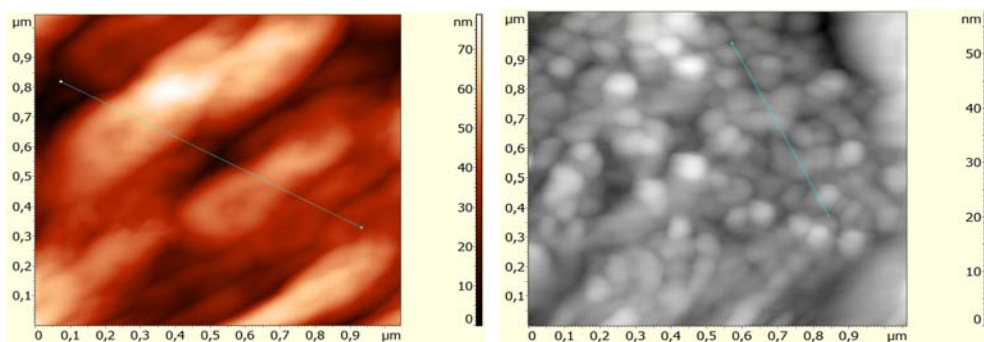
3. Електричні властивості тонких плівок PbTe при витримці на повітрі

Плівки для дослідження отримували з парової фази методом відкритого випаровування у вакуумі на підкладки з поліамідної стрічки. Температура випарника під час осадження складала $700\text{ }^\circ\text{C}$, а температура підкладок – $150\text{ }^\circ\text{C}$. Товщина плівок складала $0,16\text{--}0,54\text{ }\mu\text{m}$.

Вимірювання електричних параметрів плівок проводилося на повітрі за кімнатної температури у постійному магнітному полі (час одного вимірювання – $6\text{--}10\text{ хв}$). Вимірюваний зразок мав чотири холлівські і два струмові контакти. В якості омичних контактів використовувалися плівки срібла. Струм через зразки складав $\sim 100\text{ }\mu\text{A}$. Магнітне поле спрямували перпендикулярно до поверхні плівок при індукції 2 Tл .

Отримані зразки досліджувалися методами атомно-силової мікроскопії (АСМ) з допомогою Nanoscope 3a Dimension 3000 (Digital Instruments, USA) у режимі періодичного контакту. Вимірювання проведені в центральній частині зразків з використанням серійних кремнієвих зондів NSG-11 із номінальним радіусом закруглення вістря до 10 nm (NT0MDT, Росія). За результатами АСМ досліджень, крім технології поверхні та профілограф, у програмі WSxM 4.0 Develop 10.4 визначено розміри нанокристалів у латеральному напрямку, висоту та шорсткість поверхні (рис. 10) [10].

Припускаючи, що діючи як акцептор кисень, під час дифузії у плівку PbTe заповнює вакантні місця телуру, можемо стверджувати: з часом концентрація носіїв р-типу у напівпровіднику зростатиме. Також можемо розглянути випадок, коли кисень осідає на поверхні плівки, зв'язуючи носії n-типу, що, в свою чергу, призводить до зниження концентрації вільних електронів. З кристалоквазіхімії відомо, що у тонких плівках PbTe може відбуватися процес дифузії вакансій свинцю до поверхні, що призводить до зниження концентрації носіїв n-типу [11].



а)

б)

Рис. 10. АСМ –2D зображення наноструктур РbТe на поліаміді отриманих за температури випаровування $T_B=700^\circ\text{C}$, температури підкладки $T_H=150^\circ\text{C}$, часу осадження τ , хв: 5 (а), 30 (б) [10]

Ідея полягала в тому, щоб, використовуючи експериментальні дані для відповідних термоелектричних параметрів і їхнє представлення у моделі двох носіїв [12], шляхом зіставлення теорії з експериментом отримати закони зміни концентрацій носіїв n- і p-типу. При цьому відповідні закони необхідно було вводити з чисто фізичних міркувань, описаних вище. Правильність конкретного припущення щодо фізичних процесів, які відбуваються у плівці, і відповідних законів зміни концентрації, що описують ці процеси, має бути підтверджена експериментальними даними. Отже, у моделі двох носіїв p- і n-типу можемо записати формули для електропровідності σ , коефіцієнтів Холла R_H та Зеебека S наступним чином [12]:

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_n = p\mu_p e + n\mu_n e, \quad (7)$$

$$R_H = \frac{1}{e} \frac{\mu_p^2 p - \mu_n^2 n}{(\mu_p p + \mu_n n)^2}, \quad (8)$$

$$S = \frac{S_p \sigma_p + S_n \sigma_n}{\sigma_p + \sigma_n}, \quad (9)$$

де індекси p та n – концентрація носіїв p- та n-типу відповідно; σ – провідність; σ_p, σ_n – провідності носіїв p- та n-типу; μ_p, μ_n – рухливості носіїв p- та n-типу; R_H – коефіцієнт Холла; S – коефіцієнт Зеебека; S_p, S_n – значення коефіцієнта Зеебека для носіїв p- та n-типу. Зауважимо, що S_p та S_n мають протилежні знаки. Також припускається, що фактор Холла γ дорівнює одиниці:

$$\gamma = \frac{\mu_H}{\mu} = 1. \quad (10)$$

У результаті опрацювання експериментальних даних по вимірюванню даних параметрів для цілого ряду зразків РbТe/поліамід було виявлено, що всі плівки можна поділити на дві групи, у кожній з яких для даних параметрів мав місце характерний напрям відповідних кривих. Першу групу плівок було умовно названо “тонкими”, так як їхня тов-

щина була меншою за деяку характерну i , відповідно, другу групу з товщиною, більшою за деяку характерну можна назвати "товстими". Дана характерна товщина, згідно якої можна стверджувати, що напрям кривої змінився і знаходиться в межах 0,4-0,5 мкм. Найхарактернішою відмінністю між даними двома групами плівок є те, що для тонких плівок зафіксовано ріст коефіцієнта Холла з часом витримки на повітрі, тоді як для товстих плівок коефіцієнт Холла зменшувався.

На рис. 11, 12, 13, 14 для зображення серед цілого ряду зразків відібрано експериментальні дані для двох плівок PbTe/поліамід р-типу характерних товщин: 0.16 мкм (кружечки) та 0.54 мкм (ромбики). Для тонкої плівки дифузія кисню в матеріал PbTe і дифузія вакансій свинцю до поверхні супроводжується двома паралельними процесами росту концентрації носіїв р-типу і зниження концентрації носіїв n-типу. Було виявлено, що наближення таких процесів через експоненційні залежності, досить добре узгоджується з експериментом:

$$p = p_0 e^{\frac{t}{\tau_1}}, \quad (11)$$

$$n = n_0 e^{-\frac{t}{\tau_2}}, \quad (3.12)$$

тут t – час витримки плівок на повітрі; p_0 та n_0 – концентрації носіїв р- і n-типу в початковий момент часу; τ_1 , τ_2 – сталі, які характеризують форму кривих $p=p(t)$ та $n=n(t)$. Підстановкою (11), (12) в (7), (8), (9) отримано теоретичні залежності, зображені суцільними кривими на рис. 11, 12, 13, 14. Параметри, які підбиралися для узгодження з експериментом, наведено в таблиці 1 в колонці для плівки товщиною 0,16 мкм.

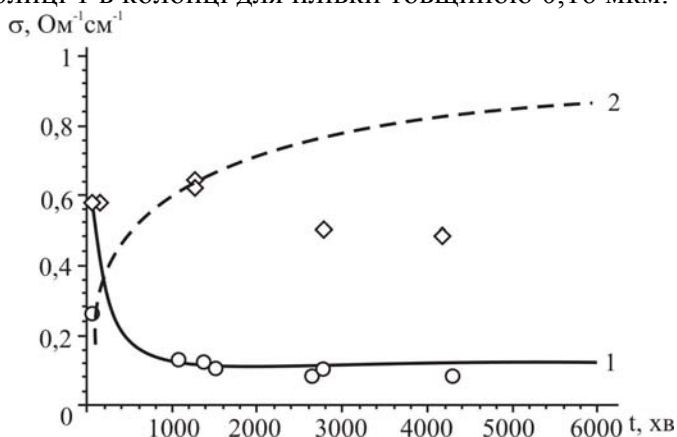


Рис. 11. Залежність питомої провідності (σ), від часу витримки на повітрі плівок PbTe на поліаміді при $T=300$ К для товщини плівки d , мкм: 1– 0,16 (круги); 2 – 0,54 (ромбики). Суцільна і штрихована криві обчисленні на основі двоносієвої моделі

Зниження провідності на рис. 11 пояснюється зменшенням кількості вільних електронів з часом у зв'язку з дифузією вакансій свинцю до поверхні. Очевидно, що інтенсивність утворення дірок за рахунок дифузії кисню в цьому випадку ще є недостатньою для того, щоб провідність

могла зростати. Теоретична крива на рис. 12 на початку викладення плівок на повітря описує перехід від від'ємного до додатнього коефіцієнта Холла. Це означає, що в початковий момент часу відбувся перехід від плівки з домінуючим типом носія n-типу до плівки p-типу.

Розглянемо тепер товсту плівку. В даному випадку першочергову роль відіграють процеси дифузії кисню. Це підтвердилося в процесі моделювання, коли найкраще узгодження з експериментом дав логарифмічний закон росту концентрації дірок з часом при майже сталій концентрації носіїв n-типу:

$$p = p_0 + p_0 \ln\left(\frac{t + \tau_1}{\tau_1}\right), \quad (13)$$

$$n = n_0, \quad (14)$$

тут p_0 – концентрація дірок в початковий момент часу; τ_1 – стала, яка характеризує форму кривої $p=p(t)$. Вигляд формули (13) зумовлений особливістю логарифмічної функції, яка при аргументі, меншому одиниці, набуває від'ємних значень.

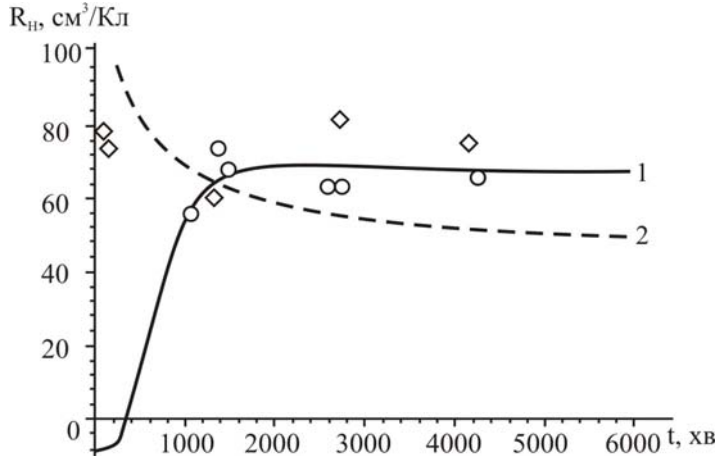


Рис. 12. Залежність коефіцієнта Холла (R_H), від часу витримки на повітрі PbTe/поліамід при $T=300$ К для товщини плівки d , мкм: 1– 0,16 (круги, суцільна крива); 2 – 0,54 (ромбики, штрихована крива). Значки – експеримент, криві – теорія

На рис. 11, 12 штрихованою лінією показано теоретичні криві для відповідних термоелектричних параметрів, побудовані шляхом підстановки (13), (14) в (7), (8), (9). У випадку товстої плівки немає такого хорошого співпадіння з експериментом, як для тонкої. Однак співпадіння тенденції ходу теоретичної кривої з експериментом, а також той факт, що різниця між теоретичними і експериментальними значеннями відповідних параметрів знаходиться в межах похибки вимірювання, дає підстави стверджувати, що в даному випадку дифузійні процеси, які тут відбуваються враховані правильно.

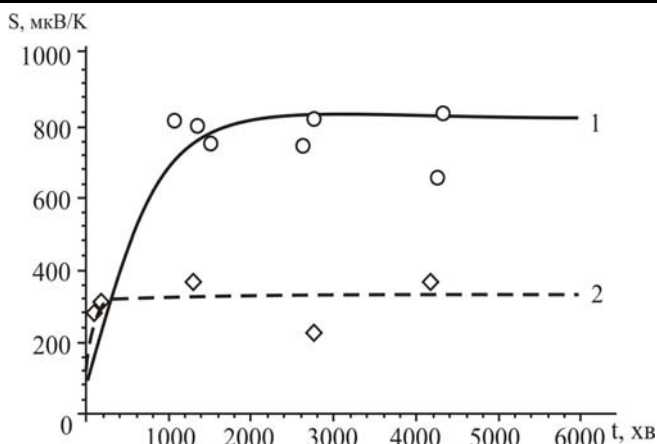


Рис. 13 Залежність коефіцієнта Зеебека (S) від часу витримки на повітрі плівок $PbTe$ на поліаміді за $T=300$ К для товщини плівки d , мкм: 1– 0,16 (круги, суцільна крива); 2 – 0,54 (ромбики, штрихована крива). Значки – експеримент, криві – теорія

Також слід наголосити на досить хорошій збіжності теоретичних кривих з експериментальними значеннями коефіцієнтів Зеебека S і термоелектричної потужності $S^2\sigma$ для обох плівок на рис. 13, 14. Як теорія так і експеримент зафіксували ріст коефіцієнта Зеебека з часом в процесі окислення. Невеликі значення коефіцієнта термоелектричної потужності зумовлені тим, що в даному випадку не розглядалися дуже тонкі плівки, бо метою було дослідження впливу окислення на електричні властивості плівки, а не її товщини (в попередніх роботах зафіксовано ріст коефіцієнта термо-ЕРС зі зменшенням товщини плівки).

В таблиці 1 в колонці для плівки товщиною 0,54 мкм наведено параметри, які використовувалися у цьому випадку.

Таблиця 1. Сталі, отримані по ходу узгодження моделі двох носіїв і дифузійних процесів у тонких плівках $PbTe$ з експериментальними даними

Параметри	Товщина плівки p - $PbTe$, мкм	
	0.16	0.54
μ_p , $cm^2/(V\cdot s)$	8	50
μ_n , $cm^2/(V\cdot s)$	8	35
τ_1 , с	200000	200
τ_2 , с	250	-
p_0 , cm^{-3}	$0,9\cdot 10^{17}$	$2\cdot 10^{16}$
n_0 , cm^{-3}	$4\cdot 10^{17}$	$1\cdot 10^{16}$
S_p , мкВ/К	800	350
S_n , мкВ/К	-750	-300

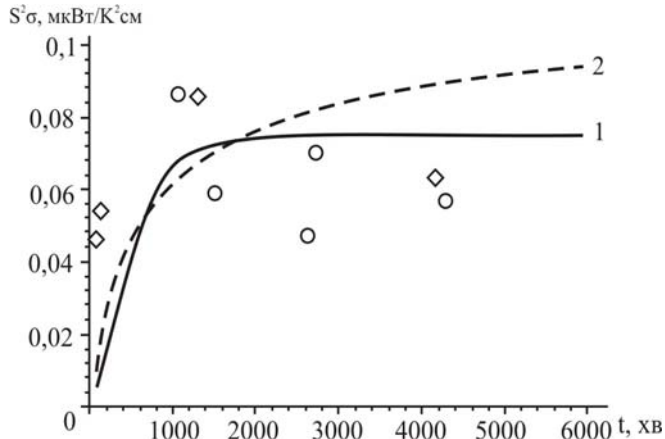


Рис. 14. Залежність коефіцієнта термоелектричної потужності $S^2\sigma$ від часу витримки на повітрі плівок PbTe на поліаміді при $T=300$ К для товщини плівки d , мкм: 1 – 0,16 (кружки, суцільна крива); 2 – 0,54 (ромбики, штрихована крива). Значки – експеримент, криві – теорія

Розглянемо характер зміни з часом концентрації носіїв р- і n-типу. На рис. 15 зображено залежності (11) – крива 1, (12) – крива 1', (13) – крива 2, (14) – крива 2'.

З рис. 15 видно, що у випадку тонких плівок переважаючим є процес зниження концентрації носіїв n-типу (кр. 1') в порівнянні зі зростанням концентрації носіїв р-типу (кр. 1) з часом. На графіку для тонкої плівки залежність $p(t)$ (кр. 1) виглядає як пряма у зв'язку з неможливістю побачити незначний ріст концентрації носіїв р-типу в даному масштабі. Однак, для товстих плівок можемо спостерігати зворотній процес – при незмінній концентрації носіїв n-типу (кр. 2') маємо значний ріст концентрації носіїв р-типу (кр. 2).

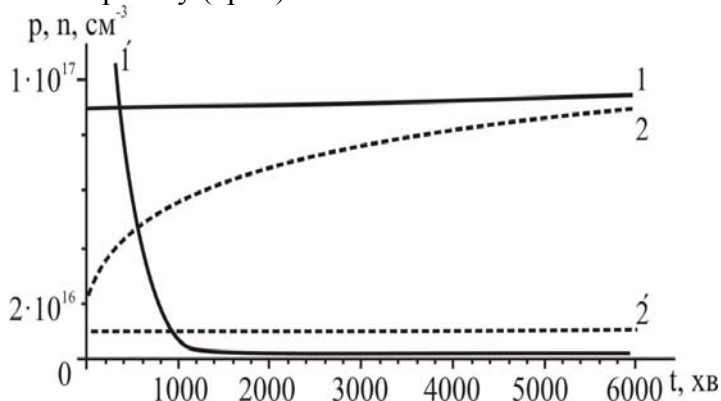


Рис. 15. Залежності концентрації носіїв р- і n-типу від часу витримки на повітрі плівок PbTe на поліаміді при $T=300$ К для плівок з різною товщиною d у моделі двох носіїв: 1 – 0,16 мкм, р-тип; 1' – 0,16 мкм, n-тип; 2 – 0,54 мкм, р-тип; 2' – 0,54 мкм, n-тип

Для підтвердження правильності заданих залежностей $p(t)$, $n(t)$ порівняємо величини холлівської концентрації, обчисленої на основі вимірюваного коефіцієнту Холла за відомою формулою

$$n_H = \frac{1}{eR_H}, \quad (15)$$

із n_H , отриманого з моделі двох носіїв:

$$n_H = p - n. \quad (16)$$

Підстановкою (11), (12) в (16) отримано суцільну криву 1 та (13), (14) в (16) – штриховану криву 2 на рис. 16.

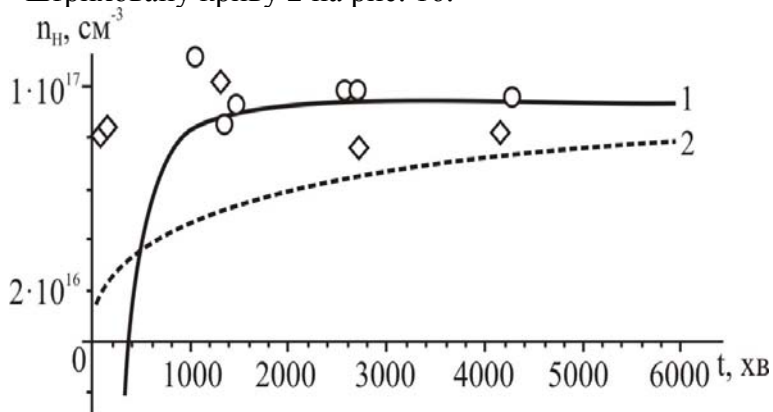


Рис.16. Залежність холлівської концентрації від часу витримки на повітрі плівок PbTe на поліаміді при $T=300$ К для товщини плівки d , мкм: 1– 0,16 (круги, суцільна крива); 2 – 0,54 (ромбики, штрихована крива). Значки – експеримент, криві – теорія

Як бачимо, для тонкої плівки отримано майже ідеальну збіжність з експериментом. Для товстої плівки можемо стверджувати, що теоретична крива з достатньою точністю описує експериментальні точки, так само, як і у випадку всіх інших термоелектричних параметрів, наведених вище. Зауважимо, що отримані незначні значення рухливості носіїв (табл. 1) пов'язані із чітко вираженою острівною структурою плівок на поліаміді (рис. 10) [13].

Висновки

1. Досліджено залежності питомої провідності і рухливості носіїв струму для наноструктур телуриду свинцю та олова отриманих з парової фази на поліаміді (ПМ-1) та слюді (СТА) відповідно від їх товщини. Визначено середню довжину вільного пробігу носіїв струму для наноструктур та їх рухливості при розсіюванні на поверхні та міжзеренних межах. Показано, що домінуючим механізмом розсіювання носіїв у наноструктурах ПМ-1/PbTe є дифузне розсіювання на поверхні, а для (0001)СТА/SnTe – на поверхні та міжзеренних межах.

2. Отримані залежності кінетичних коефіцієнтів від часу t витримки плівок PbTe на повітрі пояснюються на основі простої двоносієвої моделі, яка враховує дифузійні процеси кисню та вакансій свинцю до поверхні. Якщо у тонких плівках PbTe кисень заміщує вакантні місця телуру тільки на початкових етапах їх витримки на повітрі, а переважаючим процесом є дифузія вакансій свинцю до поверхні, то у товстих плі-

вках цим процесом можна знехтувати і враховувати лише взаємодію із киснем. Для товстих плівок можемо із достатнім ступенем ймовірності стверджувати, що дифузійні процеси позитивно впливають на коефіцієнт термоелектричної потужності, збільшуючи його значення. Тоді як для тонких плівок це питання потребує додаткового вивчення у зв'язку із зростанням коефіцієнта Зеєбека і падінням провідності у них.

3. Поєднання моделі двох носіїв з дифузійними процесами дає змогу оцінити внесок в електричні параметри електронів і дірок окремо, що є корисним у подібних дослідженнях.

Література

1. Recent developments epitaxial IV-VI films / J.N. Zemel in // J. Luminescence. – 1973. – №7. – Pp. 524-541.
2. Поверхностные свойства твердых тел.; Под. ред. М. Грина. – М.: Мир, 1972. – 432 с.
3. Thickness Dependence of Hall Mobility of HWE Grown PbTe Films / P.R. Vaya, J. Majht, B.S.V. Gopalam, C. Dattatrepan // Phys. Stat. Sol. (a), 87(341), pp. 341-350 (1985).
4. Розсіяння носіїв заряду в епітаксійних плівках PbTe / Д.М. Фреїк, В.Ф. Пасічняк, О.Л. Соколов, Б.С. Дзундза // Український фізичний журнал, 50(11), сс. 1250-1252 (2005).
5. N.S. Lidorenko, A.M. Gas'kow, Z.M. Dashevskii, and M.P. Rulenko, Dokl. Akad. Nauk SSSR 301(89) (1988) [Sov. Phys. Dokl. 33(512) (1988)].
6. Z. Dashevsky, Proceedings of 16th International Conference on Thermoelectrics, Dresden, Germany. – 1997. – P. 255.
7. Браташевский Ю.А. Влияние структуры на электропроводность поликристаллических пленок PbTe / Ю.А.Браташевский, В.Д.Окунев, З.А. Самойленко // Неорганические материалы. – 1985. – №21(7). – С. 1124-1129.
8. Вакуумное нанесение пленок в квазизамкнутом объеме / Ю.З. Бубнов, М.С. Лур'є, Ф.Г. Старос, Г.А. Филаретов. – Л.: Энергия, 1975. – 161 с.
9. Tellier C.R., Tosser A.J., Boutrit C. // Thin Solid Films, 44, 201 (1977)
10. Розмірні ефекти в термоелектричних властивостях наноструктурованих плівок телуриду свинцю / Д.М. Фреїк, А.П. Шпак, Б.С. Дзундза, І.І. Чав'як, В.В. Бачук, Ю.А. Куницький // Фізика і хімія твердого тіла. – 2010. – №11(2). – 112 с.
11. Вплив атомних і структурних дефектів на електронні процеси в епітаксійних плівках телуридів олова і свинцю: Автореф. дис... канд. фіз.-мат. наук: 01.04.18 / М.В. Пиц / Прикарпат. ун-т ім. В.Стефаника. — Івано-Франківськ, 20 с. (2001).
12. Effect of oxidation on the thermoelectric properties of PbTe and PbS epitaxial films / E.I. Rogacheva, I.M. Krivulkin, O.N. Nashchekina, A.Yu. Sipatov, V.V. Volobuev and M.S. Dresselhaus // Appl. Phys. Lett. – 2001. – №78(12). – P. 1661-1663.

13. R.L. Petritz, F.L. Lummis, H.E. Sorrow, J.F. Woods, in R.H. Kingston (ed.), *Semiconductor Surface Physics*, Univ. of Pennsylvania Press, Philadelphia, p. 229 (1957).

*Стаття надійшла до редакційної колегії 21.12.2010 р.
Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором Рувінським М.А.*

ELECTRICAL PROPERTIES OF THIN FILMS AND NANOSTRUCTURES BASED ON LEAD CHALCOGENIDES

**D. M. Freik, B. S. Dzundza, V. V. Bachuk,
Yu. V. Lysyuk, Ya. S. Yaworskiy**

Physical-chemical institute at the Vasyl Stefanyk PreCarpathian National University;

76025, Ivano-Frankivsk, st. Shevchenko, 57; e-mail: freik@pu.if.ua

The dependence of kinetic parameters from thickness for PbTe polycrystalline films are research. If the diffuse scattering of charge carriers were calculated the effective free path length, surface and grain-size mobility and features grain. Feature of scattering mechanisms charge carriers in lead telluride nanostructures deposited on polyamide film substrates and tin telluride deposited on mica from thickness are shown. The dominant role of scattering on the surface or grain within determined structural state condensates are research.

The dependence of kinetic parameters from thickness for PbTe polycrystalline films of different thicknesses (0,16-0,54 mkm) from time of their exposure to air. The mechanism of diffusion processes which leading to changes in electrical properties of thin films with time are determined.

Keywords: *lead chalcogenides, nanocrystals, surface topology, growth mechanisms.*

ВПЛИВ ТЕХНОЛОГІЇ ВИГОТОВЛЕННЯ НА ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ПЛЮМБУМ ТЕЛУРИДУ ТА ТВЕРДИХ РОЗЧИНІВ НА ЙОГО ОСНОВІ

Д. М. Фреїк, І. В. Горічок, Н. І. Дикун, Р. О. Дзумедзей,
І. П. Яремій, Ю. В. Лисюк

*Фізико-хімічний інститут Прикарпатського національного універси-
тету ім. Василя Стефаника;*

76025, м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57; e-mail: fcss@pu.if.ua

Досліджено вплив способу виготовлення зразків (режими синтезу, розміри фракцій і тиск пресування) на значення коефіцієнта термо-ЕРС як чистого n - і p -PbTe, так і легованого n -PbTe:Ni(Bi) та твердих розчинів p -PbSnTe. Встановлена кореляція між технологічними факторами, хімічним складом та мікроструктурою і термоелектричними параметрами отриманого матеріалу.

Ключові слова: *плюмбум телурид, термоелектрика, синтез, термоелектрична добротність.*

Вступ

Вузькощілинні напівпровідникої сполуки IV-VI, зокрема плюмбум телурид, відомі як перспективні матеріали для середньо-температурних (500-700) К термоелектричних (ТЕ) перетворювачів енергії [1-4]. Це обумовлено, в першу чергу, багатодолінним характером енергетичного спектру, низьким значенням ґраткової теплопровідності, порівняно високою рухливістю носіїв, найбільшим значенням відношення рухливості до теплопровідності, що призводить до суттєвого зростання максимального значення термоелектричної добротності Z ($Z = \alpha^2 \sigma / \chi$, де α – коефіцієнт термо-ЕРС, σ – питома електропровідність, χ – теплопровідність) [5-6]. Збільшення величини Z можна досягти за рахунок зростання α та зменшення χ . Коефіцієнт термо-ЕРС (α) визначається фізико-хімічною природою кристала і значною мірою залежить від технологічних деталей синтезу сполуки і приготування зразків. Так, зокрема, для області сильного виродження величина α може значно зростати через селекцію носіїв за енергіями потенціальними бар'єрами на межах кристалітів чи окремих зерен у термоелектричних зразках. Теплопровідність (χ) матеріалу визначається характером розсіювання фононів, яке можна зробити більш ефективним при легуванні ізовалентними чи гетеровалентними домішками та у твердих розчинах [4-6].

Тому метою цієї роботи було дослідження впливу технології виготовлення полікристалічних зразків на коефіцієнт термо-ЕРС у плюмбум телуриді із різним характером відхилення від стехіометричного складу, а також легваному нікелем, вісмутом та твердому розчині PbSnTe.

Методика експерименту

Як вихідні компоненти для синтезу використовували високочисті (99,999 %) компоненти, взяті у відповідних масових співвідношеннях (табл.1).

Синтез проводили у вакуумованих кварцових ампулах, які попередньо промивали сумішшю азотної та соляної кислот ($\text{HNO}_3:\text{HCl}$ (1:3)) протягом 2 год. та кілька разів почергово деіонізованою водою та спиртом. Заповнені відповідними компонентами ампули вакуумували до тиску $2 \cdot 10^{-4}$ мм.рт.ст., витримували 0,5 год. та запаювали. Далі ампулу у муфельній печі прогрівали до температури 970 K і витримували три години, після чого нагрівали до 1290 K і витримували ще одну годину. Охолодження синтезованого матеріалу в ампулах проводили на повітрі.

Таблиця 1. Термоелектричні параметри синтезованого матеріалу

	Склад, ат.%	Тип провідності	Коефіцієнт термо-ЕРС α , мкВ/К (при 570 K)
PBTE	PB: 50.000 TE: 50.000	N	-123
PBTE:PB	PB: 50.040 TE: 49.960	N	-200
PBTE:TE	PB: 49,960 TE: 50,040	P	254
PBTE:NI	PB: 49.788 TE: 49.363 NI: 0.849	N	-235
PBTE:BI	PB: 49.95 TE: 50.00 BI: 0.050	N	-149
PBTE:BI	PB: 49.00 TE: 50.00 BI: 1.000	N	-133
PBSNTE	PB: 24.975 SN: 24.975 TE: 50.050	P	93

Отриманий матеріал подрібнювали у агатовій ступці, а потім, розділивши на фракції (0,0 - 0,5) мм, (0,0 - 0,05) мм, (0,05 - 0,5) мм, пресували під тиском (0,5-1) ГПа, в результаті чого отримували циліндричної форми зразки з $d = 5$ мм та $l \approx 5-10$ мм (рис.1).

Мікроструктура синтезованих зразків, а також спресованих брикетів досліджувалась на оптичному мікроскопі МІІІ-4.

Фазовий склад отриманого матеріалу (подрібненого і спресованого) визначали методами рентгенографії на установці ДРОН-3 у хромовому випромінюванні за методом порошків у геометрії Бреґґа-Брентано в діапазоні кутів сканування $20^\circ \leq 2\theta \leq 110^\circ$. Обробка результатів рентгенофазового аналізу проводилася із використанням повнопрофільного методу Рітвелда із застосуванням програмного пакету FulProf.



Рис. 1. Синтезований злиток PbTe (а), та пресовані термоелектричні стрижні (б)

Величину термоелектрорушійної сили α і питому електропровідність σ визначали за стандартною методикою. Пристрій має два нагрівачі, за допомогою яких підтримували на верхньому і нижньому кінцях зразка температури відповідно T_1 і T_2 . Температури вимірювали термомпарами “хромель-алюмель”. На кінцях зразка сформовані притискні контакти, різницю потенціалів яких $\Delta U = \alpha (T_1 - T_2)$ вимірювали цифровим мілівольтметром В7–16А. У процесі дослідження температура T_2 підтримувалась сталою, а температура T_1 змінювалась (підвищувалась) [7].

Теплопровідність зразків визначали методом радіального теплового потоку [8]. Для реалізації даного методу уздовж осі циліндричного зразка поміщається нагрівач, що створює градієнт температури в радіальному напрямку. Останній вимірюється двома термомпарами, розташованими вздовж радіуса. Теплопровідність обчислюється за такою формулою:

$$\chi = q \ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \frac{1}{2\pi(T_1 - T_2)}, \quad (1)$$

де q – електрична потужність на одиницю довжини нагрівача; r – відстань від центра зразка до термомпар; T – температура в цій точці.

Результати дослідження та їх аналіз

Результати проведених рентгенофазових та мікроструктурних досліджень представлені на рис. 2, 3 та рис. 4 відповідно. Зауважимо, що фазовий склад синтезованого матеріалу за вибраних технологічних умов відповідає стандартним характеристикам структури для чистої сполуки плумбум телуриду (рис. 2). Дифракційних ліній від окремих компонентів (свинець, телур) чи їх оксидів на дифрактограмах не виявлено. Додаткові піки (рис. 2 – криві 1, 2), по відношенню до стандартних ліній від кристалічної сполуки PbTe (рис. 2 – крива 3), пов’язані із $K_{\alpha_2}^o$ і K_{β}^o характеристичним випромінюванням хрому, які не були відфільтровані. Це стосується також легованих сплавів та твердих розчинів (рис. 3).

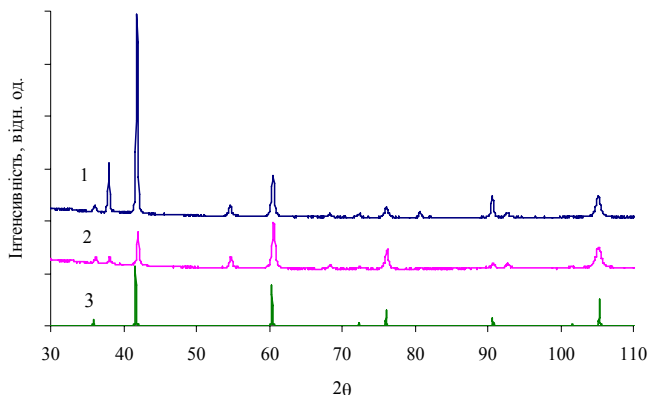


Рис. 2.

Порівняльні дифрактограми синтезованого порошку (1), пресованого брикету (2) плумбум телуриду із паспортними даними (3)

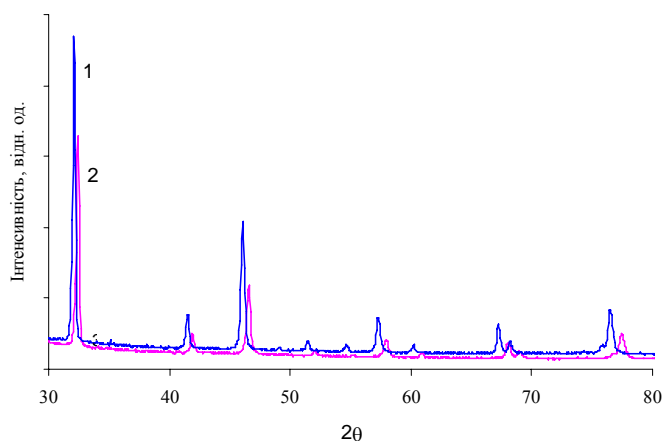


Рис. 3.

Порівняльні дифрактограми синтезованого порошку PbTe:Ni (1) та PbSnTe (2)

Привертає увагу такий факт: чітко спрямований дендритний ріст мікрокристалів, який спостерігається на сколах синтезованих і охолоджених злитків (рис.4). У процесі охолодження ампули починається зростання дендритів у напрямку від її стінок до центру злитку, що є природнім. Орієнтаційний характер мікрокристалів не руйнується і при дробленні злитку, на що, зокрема, вказують рентгенографічні дослідження (рис.2 – крива 1). У пресованих таблетках орієнтаційна спрямованість кристалітів відсутня, що підтверджується результатами дослідження морфології поверхні (рис. 5) і рентгенографічними даними (рис.2 – крива 2). Так, зокрема, інтенсивність лінії дифракційного відбивання (200) від синтезованого та подрібненого матеріалу (рис. 2 – крива 1) значно перевищує аналогічне для паспортизованого (рис. 2 – крива 3). Вже для спресованого зразка інтенсивність цього ж піку (рис. 2 – крива 2) є значно меншою від паспортного (рис. 2 – крива 3). Останнє пов'язано з тим, що ріст кристалів PbTe при синтезі має чітко

виражену орієнтовану структуру у напрямку $\langle 100 \rangle$, яка частково зберігається ще при їх подрібненні. Це і є причиною спостережуваного значного зростання інтенсивності дифракційного відбивання (200) на дифрактограмах (рис. 2 – крива 1). Пресування порошків повністю руйнує орієнтаційну спрямованість окремих кристалітів, що і відображається на зменшенні інтенсивності цього відбивання (рис. 2 – крива 2). Зауважимо, що для сплавів PbSnTe вказана дендритна напрямленість кристалізації є менш вираженою (рис. 2,в). Про більшу дефектність PbSnTe порівнянно з PbTe:Ni свідчить і детальний аналіз дифрактограм порошків цих матеріалів (рис. 3). Піки відбивань для твердого розчину є ширшими, аніж для легованого матеріалу. Проте вказана відмінність частково може бути зумовлена і різницею у технології приготування зразків для аналізу, зокрема на етапі, що зумовлює наведення додаткових напруг.

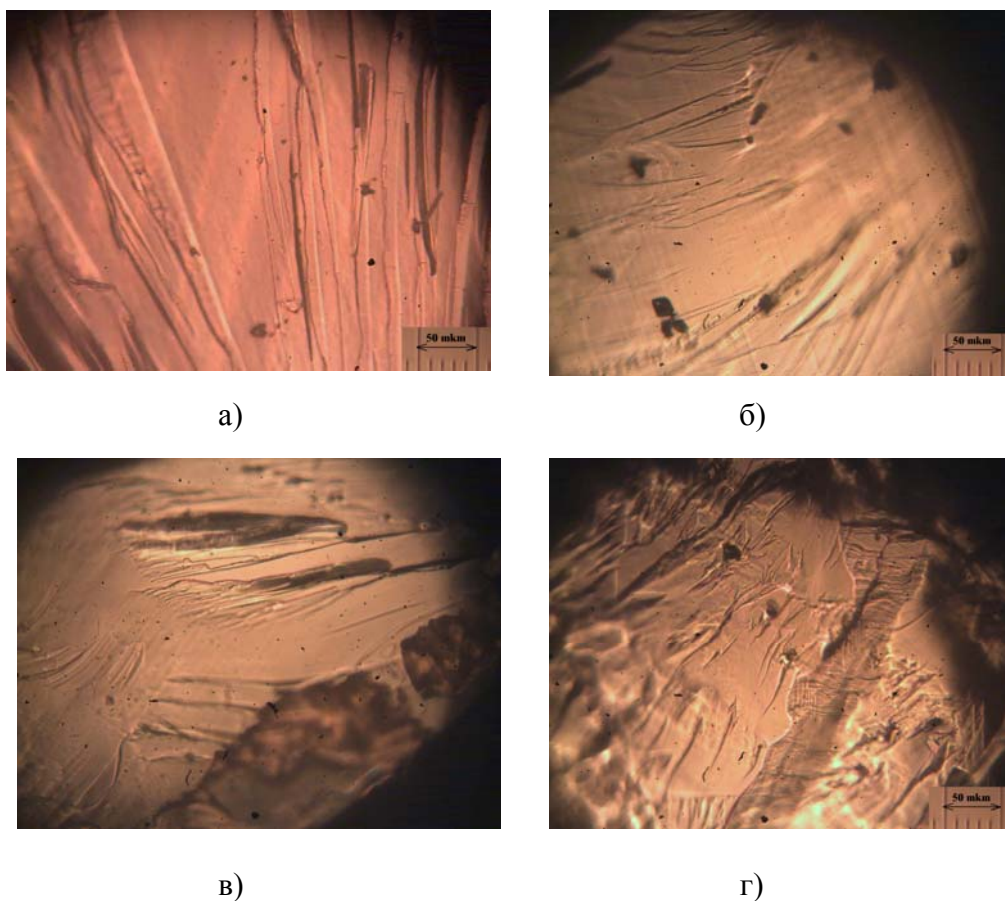
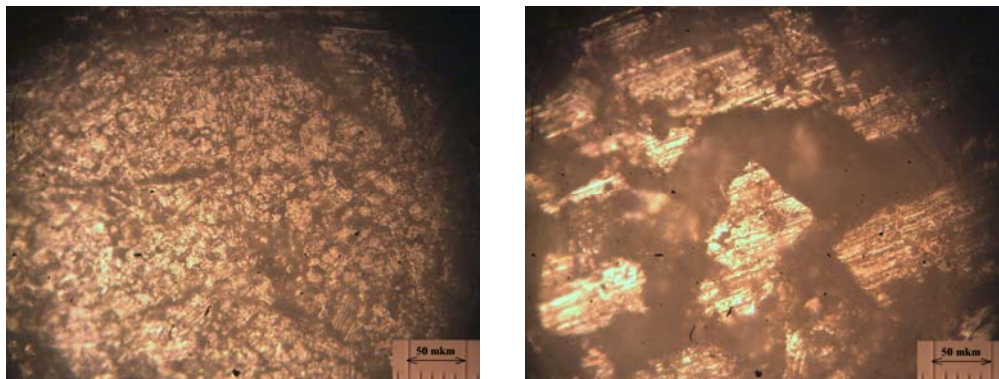


Рис. 4. Мікрофотографії сколів синтезованих злитків PbTe (а), PbTe:Ni (б), PbTe:Bi (в) і PbSnTe (г)



а) б)

Рис. 5. Мікрофотографії пресованих брикетів PbTe:Ni з фракцій 0,0 - 0,05 мм (а) та 0,05 - 0,5 мм (б)

Варто зазначити, що пресування призводить не тільки до руйнування орієнтаційної спрямованості, а й зменшує сталу ґратки досліджуваних матеріалів (табл. 2).

Таблиця 2. Стала ґратки для меленого матеріалу та пресованих зразків

Матеріал	Стала ґратки a (Δa), \AA	
	Порошок	Пресований зразок
PBTE	6,45807 (0,00093)	6.45787 (0.00097)
PBTE:NI	6,45966 (0,0014)	6,45477 (0,00063)
PBSNTE	6,39076 (0,00128)	6,38275 (0,00107)

Термоелектричні параметри пресованих брикетів відображені на рис. 6-9.

Що стосується чистого плюмбум телуриду, то, по-перше, матеріал синтезований із стехіометричного складу та надлишком свинцю має чітко виявлену електронну провідність, а надлишком телуру – діркову (табл. 1); по-друге, при $T=570\text{ K}$ абсолютне значення коефіцієнта термо-ЕРС р-PbTe – більшим (табл. 1), ніж у n-PbTe, отриманого із стехіометричного складу та із надлишком свинцю (табл. 1). Термоелектрорушійна сила U із збільшенням різниці температур ΔT між гарячим і холодним кінцями зразків для всіх досліджуваних випадків зміни технологічних факторів синтезу зростає. Що стосується величини коефіцієнта термо-ЕРС (α), то її характер зміни від ΔT визначається хімічним складом наважок для синтезу термоелектричного самолегованого плюмбум телуриду. Так, зокрема, у зразках, отриманих синтезом компонентів стехіометричного складу, для всіх фракцій порошоків має місце зростання коефіцієнта термо-ЕРС. із збільшенням різниці температур між гарячим і холодним його кінцями (рис. 6, крива 1). Для зразків нестехіометрично-

го складу як із надлишком свинцю, так і надлишком телуру ця зміна має протилежний характер (рис. 6, криві 2, 3).

Таку різницю можна пов'язати із можливою сегрегацією надлишкових компонентів, які не виявляються рентгенографічно і накопичуються на границях зерен, провідність яких зростає із підвищенням температури, а також активаційними процесами, що є причиною зменшення величини термо-ЕРС.

Легований нікелем матеріал має чітко виявлену електронну провідність. Чисельне значення провідності, як і значення коефіцієнта термо-ЕРС, проявляє певну залежність від розміру фракцій, з якої спресували термоелектричний зразок (рис.7). Відсіювання фракції $d < 0,05$ мм, призводить до збільшення питомої електропровідності від $\sigma \approx 0,61$ (Ом см)⁻¹ (для фракцій 0,0 - 0,5 мм, та 0,0 - 0,05 мм) до $\sigma \approx 2,55$ (Ом см)⁻¹ (для фракції 0,05 - 0,5 мм.). Проте коефіцієнт термо-ЕРС при цьому зменшується всередньому на 20-30 мкВ/К для різних температур (рис. 6).

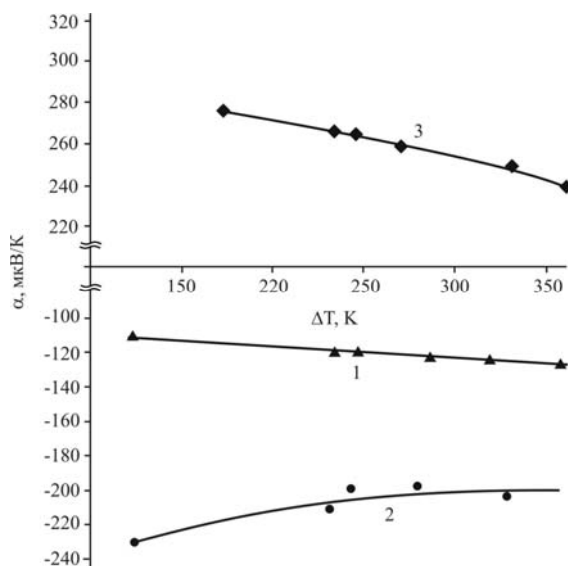


Рис. 6. Залежність коефіцієнта термо-ЕРС. (α) від різниці температур (ΔT) між гарячим і холодним кінцем зразка термоелектричного РbТе (1), РbТе:Рb (2) і РbТе:Те (3)

Легований вісмутом матеріал, як і легований нікелем, володіє електронною провідністю. Питома електропровідність для зразків з різною концентрацією домішки приблизно однакова і становить $7,9$ (Ом·см)⁻¹ для Рb_{49.95}Те_{50.00}Ві_{0.05} та $10,5$ (Ом·см)⁻¹ для Рb_{49.95}Те_{50.00}Ві_{0.05} (для фракції 0,05 - 0,5 мм.). Дані значення є значно нижчими від електропровідності зразків, отриманих методом гарячого пресування, і водночас на порядок вищими за відповідні значення для нелегованих зразків, отриманих методом холодного пресування. Коефіцієнт Зеебека для зразків з концентрацією домішки 1,00 ат. % є меншим в середньому на 20 мкВ/К аніж для зразків з концентрацією 0,05 ат. % (рис.8). Враховуючи концентраційну

поведінку питомої електропровідності, яка зростає зі збільшенням кількості домішки, можна сказати, що електрична дія домішки вісмуту є закономірно: зростання кількості введеної домішки призводить до росту концентрації носіїв, що збільшує електропровідність та водночас зменшує коефіцієнт термо-ЕРС. Зі збільшенням різниці температур між холодним та гарячим кінцем термоелектрорушійна сила U зростає для обох зразків п्लомбум телуриду з різними концентраціями вісмуту і при різниці температурі гарячого кінця більше $T = 380$ К вказана залежність виходить на насичення (рис.8)

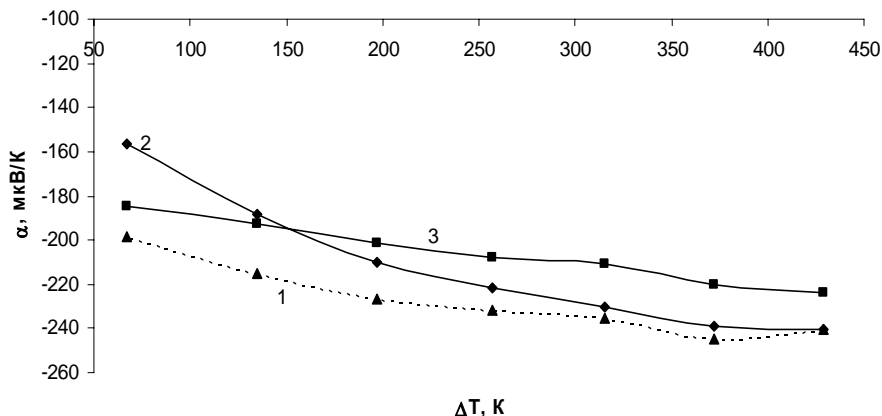


Рис. 7. Залежність коефіцієнта термо-ЕРС (α) для брикетів термоелектричного п्लомбум телуриду, легованого нікелем $PbTe:Ni$ від різниці температур ΔT між гарячим і холодним кінцем ($T_{хол}=300$ К) зразків пресованих з фракцій різного розміру d , мм: 1 – (0,0 - 0,5), 2 – (0,0 - 0,05), 3 – (0,05 - 0,5)

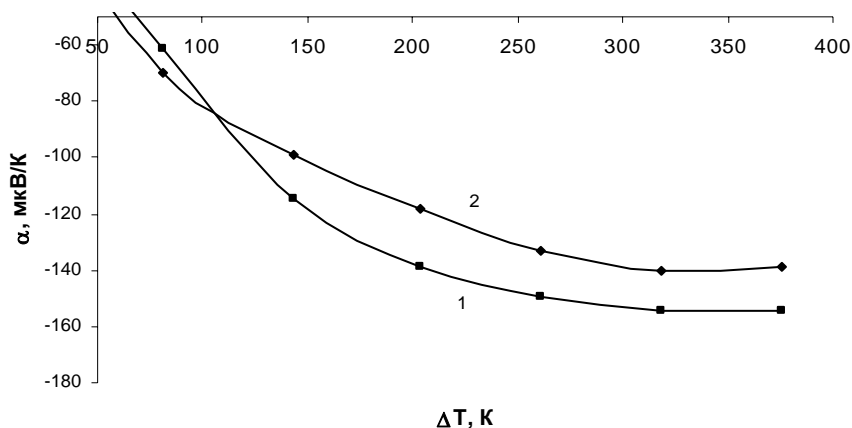


Рис. 8. Залежність коефіцієнта термо-ЕРС (α) для брикетів термоелектричного п्लомбум телуриду, легованого вісмутом $PbTe:Bi$ (1 – $Bi = 0.05$ ат. %, 2 – $Bi = 1.00$ ат. %) від різниці температур ΔT між гарячим і холодним кінцем ($T_{хол}=355$ С) зразків, пресованих з фракцій розміру $d = 0,05 - 0,5$ мм

Зразки PbSnTe володіють стабільним р-типом провідності, а абсолютне значення коефіцієнта термо-ЕРС є значно меншим, аніж для інших зразків (рис.9). Останнє пов'язане з активністю акцепторних домішок за рахунок утворення вакансій у катіонній підгратці [9]. Як і для легованих нікелем та вісмутом матеріалів, зі збільшенням різниці температур між холодним та гарячим кінцем термоелектрорушійна сила U зростає.

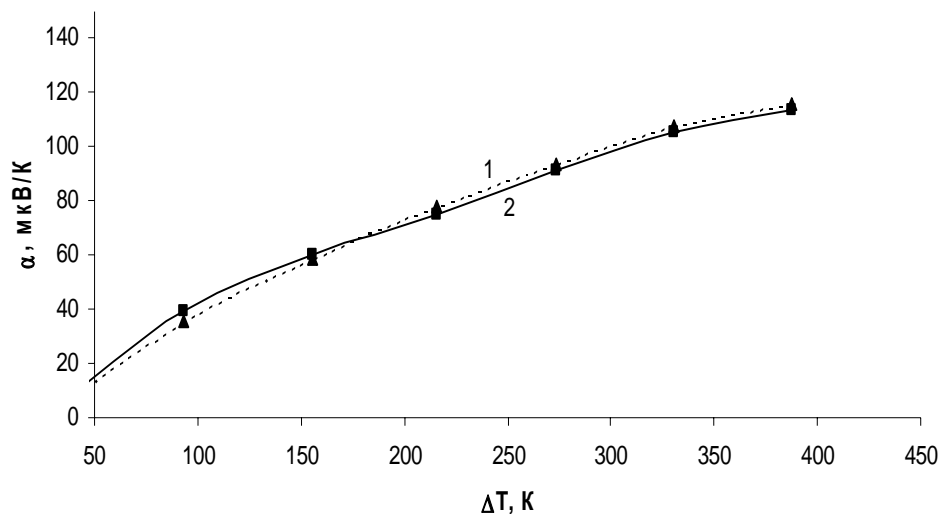


Рис. 9. Залежність коефіцієнта термо-ЕРС (α) для брикетів термоелектричного твердого розчину PbSnTe від різниці температур ΔT між гарячим і холодним кінцем ($T_{\text{хол}}=345 K$) зразків пресованих з фракцій різного розміру d , мм: 1 – (0,0 - 0,5), 2 – (0,05 - 0,5)

Питома електропровідність твердого розчину є найвищою серед досліджуваних матеріалів і становить $66,66 (\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$. Використовуючи визначене значення коефіцієнта теплопровідності, який для даного зразка становить $\approx 0,001 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{см})$, можна оцінити значення безрозмірної термоелектричної добротності: $ZT \approx 0,1$ при $T = 370 K$.

Висновки

1. Проведено синтез, мікроструктурний аналіз та дослідження термоелектричних параметрів брикетів термоелектричних PbTe, PbTe:Ni(Bi) та PbSnTe.

2. Встановлено, що плюмбум телурид з надлишком свинцю і PbTe:Ni(Bi) мають n-тип провідності, а з надлишком телуру та PbSnTe р-тип.

3. Оптимальні термоелектричні властивості мають зразки, отримані із фракцій порошку розмірами (0,05-0,5) мм.

4. Показано, що легування плюмбум телуриду нікелем зумовлює підвищене значення коефіцієнта термо-Е.Р.С. ($\alpha \approx -235 \text{ мкВ}/K$) порівняно з нелегованим матеріалом n-типу провідності.

5. Абсолютні значення коефіцієнтів термо-е.р.с. термоелектричного PbTe:Bi є співмірними з аналогічними величинами для нелегованого матеріалу, проте зі значно вищою електропровідністю, що надає дослі-

джуваному матеріалу переваги при створенні на його основі термоелектричних модулів.

6. Сплави PbSnTe за рахунок домінування акцепторного впливу вакансій у катіонній підґратці характеризуються стабільним р-типом провідності, з найвищим серед досліджуваних матеріалів значенням електропровідності та безрозмірної термоелектричної добротності.

Література

1. Анатичук Л.И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства / Л.И. Анатичук. – К.: Наукова думка, 1979. – 768 с.
2. Anatyshuk L.I. Thermoelectricity. V.1. Physics of Thermoelectricity / L.I. Anatyshuk. – Kyiv-Chernivtsi: Institute of Thermoelectricity. 1998. – 376 p.
3. Сабо Є.П. Технологія халькогенідних термоелементів. Підвищення термоелектричної ефективності / Є.П. Сабо // Термоелектрика. – 2000. – №4. – С.49-57.
4. Абрикосов Н.Х. Полупроводниковые материалы на основе соединенный AIVBVI / Н.Х. Абрикосов, Л.Е. Шелимова. – М.: Наука, 1987. – 195с.
5. Шперун В.М. Термоелектрика телуриду свинцю та його аналогів / В.М. Шперун, Д.М. Фреїк, Р.І. Запухляк. – Івано-Франківськ: Плай, 2000. – 250 с.
6. Фізико-хімічні проблеми напівпровідникового матеріалознавства. Т.1. Кристали AIVBVI / Д.М.Фреїк, В.Ф. Пасічник, В.В. Борик, Б.С. Дзундза, О.Л. Соколов. – Івано-Франківськ: ВДВ ЦІТ ПНУ ім. В. Стефаника. – 338с.
7. Вплив домішок на тип провідності сполук на основі телуриду свинцю / Ц. Криськов, М. Киселюк, С. Левицький, Н. Мельник // Вісник Львів. ун-ту, Серія фізична. – 2006. – №39. – С. 82-87.
8. Фреїк Д.М. Методи вимірювання теплопровідності напівпровідникових матеріалів / Д.М. Фреїк, Р.Я. Михайльонка, В.М. Кланічка // Фізика і хімія твердого тіла. – 2004. – Т.5, №1. – С. 173-191.
9. Концентрация дырок и термоэлектрическая эффективность твердых растворов $Pb_{1-x}Sn_xTe_{<Te>}$ / Г.Т. Алексеева, М.В. Ведерников, Е.А. Гуриева, Л.В. Прокофьева, Ю.Н. Равич // Физика и техника полупроводников. – 2000. – Т.34, №8. – С. 935-939.

Стаття надійшла до редакційної колегії 22.12.2010 р.

Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором Галуцаком М.О.

**TECHNOLOGY MANUFACTURING INFLUENCE ON THE
THERMOELECTRIC PROPERTIES OF LEAD TELLURIDE AND
SOLID SOLUTIONS BASED ON IT**

**D. M. Freik, I. V. Gorichok, N. I. Dukyn, R. O. Dzumedzey,
I. P. Jaremij, Yu. V. Lysyuk**

*Physical-chemical institute at the Vasyl Stefanyk PreCarpathian Na-
tional University;*

76025, Ivano-Frankivs'k, st. Shevchenko,57; e-mail: freik@pu.if.ua

Was research influence of samples preparation method (synthesis mode, size fractions and pressure) on the value of coefficient of thermal e.m.f. for pure of n-and p-PbTe, and doped n-PbTe: Ni (Bi), and solid solutions p-PbSnTe. The correlation between the technological factors, chemical composition, microstructure and thermo-electrical parameters obtained material was receive.

Key words: *plumbum tellurium, therm-electricity, synthesis, thermoelec-
tric goodquality.*

Нафтогазова справа

УДК 622.245

ДО ПРОБЛЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ РОЗМЕЖУВАННЯ ПЛАСТІВ У НАФТОВИХ І ГАЗОВИХ СВЕРДЛОВИНАХ

Я. С. Коцкулич, Є. Я. Коцкулич

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-21-53; e-mail: drill@nung.edu.ua*

Обґрунтовується актуальність проблем надійності розмежування пластів у процесі буріння свердловин. Проаналізовано основні причини міжпластового перетікання флюїдів та описано шляхи їх попередження. Рекомендовані нові рецептури тампонажних розчинів і технології цементування свердловин.

Ключові слова: *пласт, розмежування, розчин, свердловина, цементування*

Актуальність проблеми надійності розмежування пластів у процесі спорудження та експлуатації нафтових і газових свердловин зростає, незважаючи на те, що для її розв'язання проведено значний обсяг наукових досліджень, промислових випробовувань та ін. Багатогранні взаємозв'язки між геологічними, хімічними і фізичними чинниками, що проявляються під час кріплення та експлуатації свердловин, ставлять складні завдання, які неможливо вирішувати, спираючись тільки на практичний досвід.

Від якості розмежування пластів залежить довговічність свердловини як інженерної споруди, тривалість безводної її експлуатації, можливість застосування різних методів стимулюючої дії на пласт та ефективність розробки нафтогазових родовищ взагалі. Кріплення свердловини є не тільки завершальною, але і визначальною стадією при оцінці якості її будівництва. Герметичність свердловини є інтегральним показником її довговічності та екологічної безпеки, тому вона залишається актуальним напрямком досліджень у галузі кріплення свердловин.

Незадовільний стан розмежування водонафтогазоносних пластів підтверджується тим, що за останні роки більшість видобувних свердловин експлуатуються з рівнем обводненості понад 70% [1], однією з

причин якого є виникнення заколонних перетікань води між пластами з різним тиском на пізніх стадіях розробки родовища.

Аналіз промислових даних свідчить про те, що на багатьох родовищах нафти і газу України міжколонні тиски виявлені у свердловинах ще до задачі їх в експлуатацію. Так, в НГВУ “Полтаванафтогаз” у 23,5 % газових свердловин міжколонні тиски виникли на стадії спорудження, а в ГПУ “Полтавагазвидобування” таких свердловин виявилось 16,7%.

За даними аналізу Полтавського відділення УкрДГРІ [2] за вісім років у ДП “Полтаванафтогазгеологія” і ДП “Чернігівгазгеологія” на етапі закінчування свердловин в експлуатаційних колонах зафіксовано сім випадків заколонних перетікань пластових флюїдів з міжколонними тисками, десять випадків негерметичності експлуатаційної колони, у двох випадках за даними акустичного цементоміра контакт цементного каменю з експлуатаційною колоною був відсутній повністю або частково.

Кількість свердловин з міжколонними тисками (МКТ) на підземних сховищах газу (ПСГ) коливається від 10 до 60 %. Аналіз показав, що із 300 свердловин на ПСГ у 25% виявлено міжколонні тиски різних величин (у 50% свердловин – до 0,1 МПа, у 25% – від 0,1 до 1,0 МПа, у 20% від 1,0 до 3,0 МПа, у 5% – від 3,0 до 5,0 МПа, а у деяких свердловинах МКТ перевищував 5,0 МПа). На проведення операцій з ліквідації МКТ витрачається багато часу і коштів, однак вони залишаються неефективними, бо у 50-70 % відновлених свердловин через 5-6 років знову виникають міжколонні тиски.

Особливо складною є проблема якісного розмежування пластів насичених різноманітними флюїдами. При спорудженні свердловин на нафтових і газових родовищах України особливо місце займають питання герметичності їх кріплення. Основним показником герметичності свердловин є відсутність газонафтоводопроявів (ГНВП), які стають причиною міжпластових перетікань (МПП) та виникнення на усті МКТ. Аналіз опублікованих даних свідчить, що від 10 % до 60 % фонду свердловин на різних газових родовищах світу мають заколонні і міжпластові перетікання.

Найнебезпечнішою, з точки зору виникнення ГНВП і МПП, є початкова стадія загуснення та затвердіння цементного розчину, тобто початковий період очікування затвердіння цементного розчину (ОЗЦ). На цій стадії формування цементного каменю, коли він являє собою проникну матрицю продуктів гідратації твердої фази розчину, поровий простір якої заповнений рідиною замішування, створюється небезпека виникнення міграції пластового флюїду, що стає причиною суфозійного каналуотворення [2].

Лабораторними дослідженнями встановлено, що у процесі гідратації цементний розчин з часом втрачає здатність до передавання гідростатичного тиску свого стовпа. Причиною цього явища є перехід від фільтрації флюїду крізь пористе середовище до молекулярно-дифузійного масопереносу внаслідок заростання каналів. Як наслідок, тобто за відсутності “активного” протитиску на напірні горизонти, створюються спри-

ятливі умови для проникнення флюїдів у свердловину на ранній стадії тужавіння. Наявність відкритих пор залежить від темпів кристалоутворення, тобто, набору міцності каменю. Якщо утворений цементний камінь набуде достатньої міцності до моменту виникнення депресії на продуктивний горизонт, то створюється можливість опору пластовому флюїду, в протилежному випадку проходить відбувається герметичності цементного кільця.

Необхідною умовою для надходження пластового флюїду в затрубний простір зацементованої свердловини є виникнення рушійних сил, головною з яких є перевищення пластового тиску над гідростатичним тиском стовпа цементного розчину в зоні флюїдонасиченого пласта.

Лабораторними і промисловими дослідженнями встановлено, що після протискування цементного розчину в заколонний простір під час його тужавіння відбуваються процеси, що призводять до зниження гідростатичного тиску, який створюється стовпом цементного розчину.

Для хімічного зв'язування надлишкової води широко застосовуються кремнійорганічні сполуки з ряду силанів – галогенпохідні поліорганілсилосани. Цей клас речовин утворюється шляхом гідролізу мономірних кремнійфункціональних сполук з наступною поліконденсацією продуктів гідролізу у гелеподібні органілсилани з високими реологічними параметрами. При подальшій дегідратації органілсилани утворюють низькопроникну (гідрофобну) плівку на поверхні інших речовин. Кремнійорганічні матеріали типу АКОР_{Б100Н} і АКОР_{Б300} (суміші поліефірів ортокремнієвої кислоти – органілхлорсилани) виготовляються згідно ТУ 39-1331-88 і ТУ 39-0147009-90 ВО “Кремнійполімер” (м. Запоріжжя). Традиційно АКОР_{Б100Н} і АКОР_{Б300} використовуються для кріплення ґрунту і гідроізоляції, а також для ремонтно-ізоляційних робіт у свердловинах з температурами, відповідно від 10°C до 120°C і від 120°C до 300°C. У присутності води тампонажні матеріали з добавкою АКОР гідролізуються, в результаті чого утворюються різні водорозчинні продукти (гідроксильний радикал $R_nSi(OH)_{4-n}$, який у подальшому твердіє, і соляна кислота HCl). Продуктами гідролізу матеріалів АКОР є також полікремнієва та ортокремнієва кислоти, які при взаємодії з солями, що містяться у мінералізованих пластових водах, утворюють важкорозчинні або нерозчинні солі і силікати, які додатково знижують проникність пористого середовища. Забезпечення високих градієнтів тиску прориву води і стійкості полімера у гідротермальних умовах сприяє як хімічна взаємодія, так і фізична адсорбція полісилосанів на активній поверхні силікатів, оксидів металів або на інших поверхнях, що містять гідроксильні групи OH.

Необхідна концентрація АКОР у тампонажному розчині визначалася з умови зв'язування вільної рідини замішування і надання їй початкового напруження зсуву, а також збереження тампонажним розчином необхідних технологічних властивостей, низької пористості тампонажного каменю на ранній стадії тужавіння та інші.

Лабораторними дослідженнями встановлено, що прокачуваність тампонажних розчинів з одночасним додаванням АКОР_{Б300} і НТФК значно вища, ніж розчинів з додаванням тільки НТФК, завдяки чому можна зменшити вміст НТФК у 2-4 рази. Введення до тампонажного розчину АКОР_{Б300} практично не впливає на міцнісні характеристики тампонажного каменю, в той же час ізотропність тампонажного каменю підвищується на 35-40% [3].

Результати експериментальних досліджень показали, що добавка АКОР_{Б300} забезпечує суттєве зниження проникності цементного розчину і каменю в процесі тужавіння та на ранній стадії твердіння. Зниження газопроникності тампонажного каменю з домішками АКОР_{Б300} спостерігається і на пізніх стадіях ОЦ, що пояснюється додатковим ущільненням структури каменю внаслідок кольматації порового простору гелем та утворенням непроникної полімерної плівки з продуктів поліконденсації. Добавка АКОР_{Б300} практично не зменшує величини розширення тампонажного розчину і каменю з цементно-зольних сумішей, а корозійна стійкість каменю підвищується.

Наявність фільтраційної кірки на стінках свердловини і плівки промивальної рідини на обсадних трубах створює передумови для неякісного розмежування пластів, так як у цьому разі контакт цементного каменю на межах із стінкою свердловини та обсадною колоною не герметичний. Щільності контакту можна досягти, якщо надати тампонажному цементу властивості розширення при затвердінні.

Для того, щоб тампонажний камінь при розширенні створював додатковий тиск на обмежуючі стінки, що необхідно для герметизації контактуючих поверхонь, цементний розчин повинен мати структуру певної міцності і одночасно здатність до пластичної деформації [4]. Звідси зрозуміло, що значне розширення і тиск за рахунок розширення із збереженням монолітності структури можуть відбуватись тільки на певній стадії затвердіння цементного розчину.

Спосіб розширення полягає в тому, що до тампонажного цементу додають речовини (розширюючі добавки), які під час хімічної реакції між собою або з іншими речовинами цементного розчину утворюють кристалічні продукти. Ріст кристалів цих речовин в порах цементного каменю спричинює появу кристалізаційного тиску, який розсуває елементи структури цементного каменю. На даній стадії затвердіння цементний камінь має досить значну відкриту пористість, завдяки чому гідравлічний тиск не перешкоджає деформації.

Найчастіше до тампонажних цементів додають розширюючі домішки на оксидній основі (СаО, MgO). Вони створюють тиск внаслідок кристалізації важкорозчинних гідроксидів під час гідратації оксидів. Кристали Са(ОН)₂, що утворюються у разі добавки СаО, роздрібнюють крупні капілярні пори, що призводить до зменшення розміру пор майже на порядок. Із зростанням температури розширення послаблюється і за 75 °С практично відсутнє. Тому для свердловин з більш високими тем-

пературами доцільно застосовувати менш активну розширюючу добавку – оксид магнію.

Для нормальних температур у межах 15-50 °С ефекту розширення можна досягти змішуванням портландцементної основи і гіпсоглиноземистої добавки, що забезпечує сульфоалюмінатний принцип розширення. Розвинення тампонажного розчину і каменю в даному разі пов'язане з утворенням чотирикальцієвого гідроалюмінату.

Використання традиційних способів цементування не може забезпечити високу якість кріплення через недостатньо ефективне керування процесом формування структури і регулювання властивостей тампонажних матеріалів (густини, міцності, розширення та ін.) [5]. У зв'язку з цим очевидна роль нових методів регулювання процесів структуроутворення за допомогою напівфункціональних добавок, в тому числі пластифікуюче-прискорюючої дії, що дає змогу при збереженні або покращенні реологічних властивостей розчину знизити водоцементний фактор і цим забезпечити кращі умови формування цементного каменю у кільцевому просторі.

Проведені дослідно-промислові роботи з цементування свердловин за комплексною технологією цементування НІЩ "Нефтемаш-Наука" [6], за якою на основі аналізу вихідної геолого-технічної інформації конкретної свердловини визначають інтервали в заколонному просторі, які необхідно заповнити тампонажним розчином з підвищеною ізолюючою здатністю, що формує герметичне кільце. Решта інтервалів заповнюються газонаповненими тампонажними системами (ГТС). Рецептuru кожної порції визначають виходячи із значень геолого-технічних параметрів конкретної свердловини, що змінюються з глибиною (кільцевий зазор, зенітний кут, температура, градієнт тиску поглинання, градієнти пластових і міжпластових тисків кожного пласта у відкритому стволі).

Якісного розмежування пластів не можна досягти без реалізації комплексу технологічних заходів і технічних пристроїв, що створюють можливість регулювання режимів течії промивальної рідини і цементного розчину у відкритому стовбурі свердловини, регулювання технологічних властивостей цементного розчину в процесі цементування, застосування різних типів буферних рідин.

На основі аналізу даних експериментальних і промислових досліджень встановлено, що найбільша повнота заміщення бурового розчину (до 95-98%) спостерігається за турбулентного режиму течії цементного розчину, для чого необхідно створювати високі швидкості руху потоку рідини в заколонному просторі (не менше 1,5-2,0 м/с). Але, по-перше, забезпечити турбулентний режим течії не завжди технічно можливо (особливо за наявності великих кільцевих зазорів і діаметрів свердловин), а по-друге, це не завжди доцільно, якщо виходити з оптимальної величини градієнта швидкості.

Достовірні результати можуть бути одержані шляхом оброблення статистичних даних цементування свердловин в однакових геолого-технічних умовах. Однак обсягів буріння в Україні для використання

цього методу недостатньо. Тому необхідно проводити експериментальні дослідження зміни реологічних характеристик тампонажного розчину в часі за умов, наближених до реальних. Виходячи з вищесказаного можна зробити висновок, що вирішення проблеми підвищення герметичності за колонного простору свердловини може бути досягнуто за рахунок розроблення і впровадження:

- тампонажних розчинів з пониженою водовіддачею і водовмістом;
- тампонажних розчинів, камінь з яких розширюється на стадії ту- жавіння і раннього твердіння;
- ступеневого цементування з використанням порцій тампонажних розчинів з різними строками загуснення цементного розчину;
- нових методів регулювання процесів структуроутворення за допомогою напівфункціональних добавок, в т.ч. пластифікуюче-приско- рюючої дії;
- нових технологій цементування свердловин.

Література

1. Лігоцький М.В. Підвищення якості кріплення нафтогазових свердло- вин в зоні продуктивних горизонтів / М.В. Лігоцький, І.І. Наритник // Нафтова і газова промисловість. – 2003. – № 6. – С. 23-25.
2. Шляхи попередження міграції пластового флюїду / О.В. Лужаниця, С.Г. Михайленко, Я.С. Коцкулич, О.Г. Лазаренко // Розвідка і розроб- ка нафтових і газових родовищ. Серія: Буріння нафтових і газових свердловин. Випуск №34. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 1997. – С. 89-91.
3. Лужаниця О.В. Попередження міжпластової міграції газу в період цементування / О.В. Лужаниця, Я.С. Коцкулич, О.Г. Лазаренко // На- уковий вісник ІФНТУНГ. – 2002. – №7. – С. 5.
4. Коцкулич Я.С. Закінчування свердловин / Я.С. Коцкулич, О.В. Тище- нко. – К.: Інтерпрес ЛТД, 2009. – 368 с.
5. Ключов А.А. Специальные тампонажные материалы / А.А. Ключов, И.А. Ключов. – М.: ООО "НРЦ" Газпром, 2003.
6. Григулецький В.Г. Повышение зффективности цементирования обса- дных колон газовых соленосних скважин Харвутинской площади Ям- бургского месторождения / В.Г. Григулецький, В.И. Петреску, А.Б. Колпиков // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. – М.: ОАО "ВНИИОЭНГ", 2009. – №3. – С. 38-46.

Стаття надійшла до редакційної колегії 21.10.2009 р.

*Рекомендовано до друку д.м.н., професором **Мойсишиним В.М.***

**THE PROBLEM OF THE SAFETY ASSURANCE OF THE OIL AND
GAS WELLS BED DELIMITATION****Ya. Kotskulych, Ye. Kotskulych***Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;**76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'ka, 15;**ph. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

The argumentation of the problem relevance of the bed delimitation safety during well drilling is conducted. The main reasons for the fluid cross-flows are analysed, the ways of their prevention are described. New grouting mortar compositions and cementing techniques are introduced.

Key words: *bed, delimitation, mortar, well, cementing.*

МЕТОДИКА ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ РОБОТИ ФОНТАННИХ СВЕРДЛОВИН ЗА УМОВ ОБМЕЖЕНОГО І НЕОБМЕЖЕНОГО ДЕБІТІВ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ ГІДРОГАЗОМЕХАНІКИ ГАЗОРІДИННИХ ПОТОКІВ

В. С. Бойко¹, Л. М. Кеба², Р. Ф. Лагуш¹, Р. В. Грибовський¹

¹Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;

тел. +380 (3422) 99-41-96, e-mail: public@ifdtung.if.ua

²ТзОВ “КОМПЛЕКТ – ЛІГА”; м. Полтава, вул. Зигіна, 29, офіс 407;
тел. факс +380 (532) 61-15-74, 61-29-37, e-mail: klliga@poltava.velton.ua

Запропоновано методику оптимізації режимів роботи фонтанних свердловин без виконання промислових досліджень на основі побудови кривих розподілу тиску вздовж ліфтових труб і характеристичних кривих. За критерій оптимізації взято максимальний дебіт свердловини, який відповідає максимальному відбору із об'єкта розробки.

Ключові слова: оптимізація роботи, фонтанна свердловина, максимальний дебіт.

Ефективність розробки нафтових родовищ досягається тоді, коли видобування нафти реалізується за мінімальних капітальних і експлуатаційних витратах, а свердловини, зокрема, працюють в оптимальних режимах.

Оптимізація роботи свердловин, у т. ч. і фонтанних, проводиться в даний час певною мірою при встановленні чи уточненні поточних технологічних режимів [1], при проектуванні експлуатації з вибором параметрів за оптимального режиму роботи газорідного піднімача без ув'язання спільної роботи з нафтовим покладом [2], а також за матеріалами натурних промислових досліджень свердловин [3]. Тут розглядається методика оптимізації режимів роботи фонтанних свердловин, яка може використовуватися як на стадії проектування експлуатації, так і під час тривалої роботи їх без виконання спеціальних промислових досліджень, і яка базується на основі однієї із сучасних моделей гідрогазомеханіки газорідних потоків у свердловині з ув'язанням спільної роботи свердловини і нафтового покладу.

При нормуванні відбору, тобто при встановленні технологічного режиму, усі видобувні свердловини поділяють на дві основні групи: з обмеженим і необмеженим відборами [1].

Обмежений дебіт свердловини (або, інакше, дебіт, заданий незалежно від роботи газорідного піднімача) зумовлюється геолого-технологічними (ступінь стійкості гірських порід, попередження проривів води чи газу і т. д.) і технічними причинами (недостатня

міцність обсадної колони, обмежена потужність експлуатаційного обладнання і т. ін.).

У разі призначення необмеженого відбору намагаються досягнути потенційного дебіту свердловини, а обмежуватися дебіт може тільки техніко-технологічними можливостями обладнання з піднімання рідини на поверхню, а також не повинні утворюватися піщані корки у стовбурі свердловини, зростати газовий фактор і обводненість продукції. Такий відбір призначають, як правило, на пізніх стадіях розробки покладу.

Але в обох випадках необхідно знайти оптимальні показники ефективності, що залежать від видобувних можливостей кожної конкретної свердловини. Звичайно, за оптимальний приймають варіант, що забезпечує або максимальний прибуток підприємства за рахунок реалізації товарної продукції, або мінімальну її собівартість при заданому обсязі виробництва, або максимальний міжремонтний період експлуатації свердловин, або максимальний видобуток рідини за період між двома підземними ремонтами тощо.

Виконувати розрахунки цих величин у залежності від роботи кожної свердловини немає потреби. Достатньо змінним вибрати такий параметр, при деякій конкретній значині якого забезпечується або максимальний прибуток, або мінімальна собівартість, а інші критерії є похідними.

Оптимізація технологічних параметрів експлуатації фонтанної свердловини за заданого дебіту зводиться до вибору діаметра піднімальних труб, за якого забезпечується цей заданий дебіт.

Якщо дебіт свердловини не обмежується геолого-технічними умовами, то за критерій оптимізації доцільно взяти дебіт свердловини, від якого в кінцевому підсумку залежать вказані вище економічні показники. За інших однакових умов чим більшим є дебіт, тим більший прибуток отримаємо від даної свердловини. Певне поєднання технологічних параметрів забезпечує такий дебіт, який буде максимально можливим за умов експлуатації даної свердловини при заданому наборі експлуатаційного обладнання.

Коли дебіт свердловини є обмеженим, то за критерій оптимізації в залежності від способу експлуатації свердловини можуть бути прийняті й інші параметри, які виявляють найбільший вплив на собівартість видобуваної продукції.

Таким чином, дебіт свердловини, оптимізований за критерієм максимального поточного видобутку нафти, повинен якомога більше наближатися до технічної норми видобутку нафти чи, інакше, до оптимального дебіту, або бути рівним йому без заміни встановленого на свердловині експлуатаційного обладнання чи із заміною на інший типорозмір. Цим питанням на промислах і в дослідних установах галузі надається мало уваги або через нерозуміння взаємозв'язків параметрів роботи системи нафтовий поклад – мережа свердловин – свердловинний піднімач – мережа внутрішньопромислових трубопроводів, або через формальний підхід.

При оптимізації складних процесів за критерій оптимізації вибирають такий показник, при деякій конкретній значині якого забезпечується сприятливе поєднання всіх інших частинних показників. Але відомо, що зміна параметрів в околиці оптимума, як правило, призводить до сприятливої зміни лише деяких частинних показників ефективності й одночасно супроводжується несприятливою зміною інших. Тому такі частинні показники, як коефіцієнт корисної дії (ККД) устаткування, в результаті оптимізації спільної роботи пласта, устаткування і свердловини можуть виявитися не в оптимізаційній області. До того ж намагання оптимізувати частинні показники вносить у задачу додаткові обмеження, що часто унеможлиблює отримання оптимальної значини загального показника.

У даний час розроблено два теоретичні підходи до математичного опису процесу фонтанування: а) методика О.П. Крилова для режимів оптимального і максимального подавань; б) теорія роботи газорідинного піднімача. Оскільки методика О.П. Крилова придатна як експрес-метод для наближеного проектування і стосується тільки двох режимів, то оптимізаційну модель слід створювати на основі теорії роботи газорідинного піднімача.

Тут розглядаємо методику з оптимізації роботи фонтанних свердловин, яка не передбачає виконання натурних промислових досліджень свердловин при різних режимах їх роботи, оскільки промислові дослідження супроводжуються великою витратою матеріальних і грошових ресурсів. Суть даної методики з оптимізації полягає у виконанні числового експерименту з використанням фактичних даних про свердловину, властивості нафти, нафтового газу і пластової води, котрі зафіксовано у справі свердловини та в документах із результатами лабораторних досліджень. Особливість методики полягає в тому, що необхідні оптимізаційні параметри розраховуються з використанням фактичних даних про роботу фонтанної свердловини, при отриманні яких не виникає труднощів у промислових умовах, а саме дебітів, тисків на поверхні, за відомих характеристик флюїдів і рівняння припливу флюїдів у свердловину.

Оптимізація роботи фонтанної свердловини за критерієм максимального відбору із об'єкта відповідає критерію максимального дебіту зокрема кожної свердловини (тут не враховуємо взаємодії свердловин, бо за такої умови це є оптимізаційною задачею щодо процесу розробки покладу в цілому).

Задачу можна розв'язати шляхом побудови характеристичних кривих піднімача – зміни тиску p_1 біля башмака піднімача від його дебіту Q при фіксованих значинах тиску на гирлі p_2 , тобто $p_1 = p_1(Q, p_2)$, і при заданому діаметрі ліфтових труб d .

При оптимізації за критерієм максимального дебіту свердловини характеристику піднімача зручно подати у вигляді залежності вибітного тиску p_v від дебіту свердловини по рідині Q (рис. 1), тобто як характеристичні криві (лінії 1-3) для різних діаметрів ліфтових труб d .

На цю залежність наноситься індикаторна лінія 4. Абсиси точок перетину індикаторної лінії 4 з кривими 1-3 відповідають дебіту при опусканні у свердловину піднімальних труб відповідно з діаметром d , рівним 60, 73 і 88 мм.

Робота піднімача буде оптимальною, якщо їй відповідатиме найбільший дебіт рідини.

Якщо дебіт рідини (або вибійний тиск) є обмеженим, тобто заданим $Q_{зад}$, то оптимальним варіантом буде такий, за якого тиск на гирлі свердловини p_2 буде найбільшим (рис. 2).

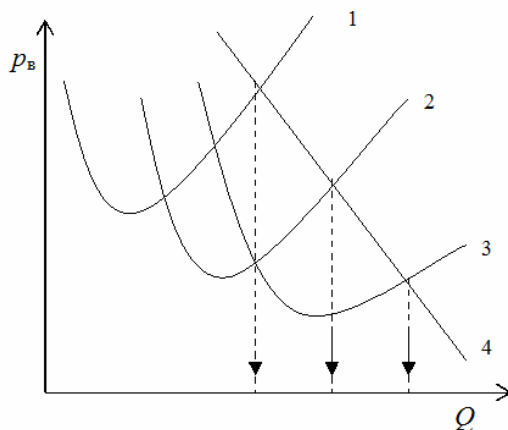


Рис. 1. Залежності вибійного тиску $p_v(Q)$ для пласта (лінія 4) і газорідинного піднімача при різних діаметрах ліфтових труб d , мм: 1 – 60; 2 – 73; 3 – 88

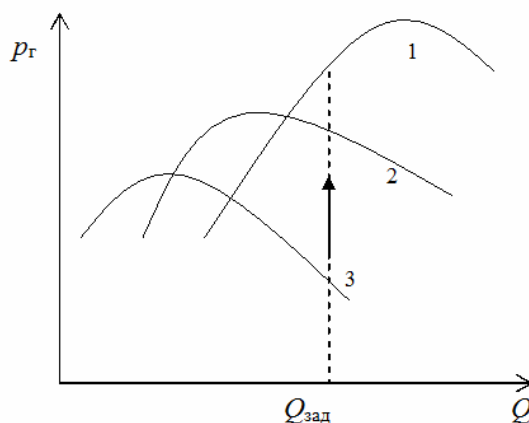


Рис. 2. Залежність гирлового тиску $p_r(Q)$ при різних діаметрах ліфтових труб d (позначення див. рис. 1)

Розрахунки виконуємо в такій послідовності.

1. За одною із методик розрахунку вертикального газорідинного потоку [4] визначаємо тиски вздовж ліфтових труб від глибини свердловини H до гирла ($z=0$) (рис. 3) для розрахунку априорі заданих вибійних тисків ($p'_в, p''_в, \dots$), менших від пластового тиску $p_{пл}$, а цим

вибійним тискам відповідають певні дебїти (Q_1, Q_2, \dots) і розрахункові тиски на гирлі (p'_2, p''_2, \dots). Слід урахувати, що у фонтанних свердловинах газліфтного типу башмак ліфтових труб встановлюємо на рівні тиску насичення нафти газом p_n , а тоді тиск біля башмака p_1 буде рівним тиску p_n (випадки, коли $p_n < p_b$, як це показано на рис. 3) або вибійному тиску p_b (випадки коли $p_n \geq p_b$).

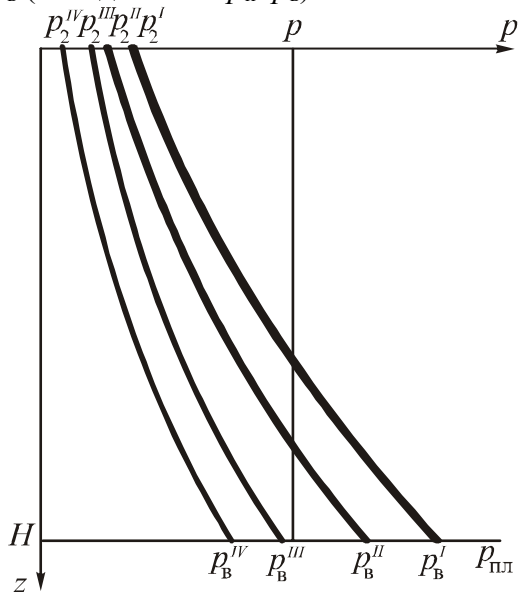


Рис. 3. Криві розподілу тиску $p(z)$ уздовж стовбура свердловини (а) і узгодження (б, в) роботи пласта $Q(p_b)$ з роботою фонтанного піднімача $Q_{\text{під}}(p_b)$ за різних характеристик залежності $p_2(p_b)$

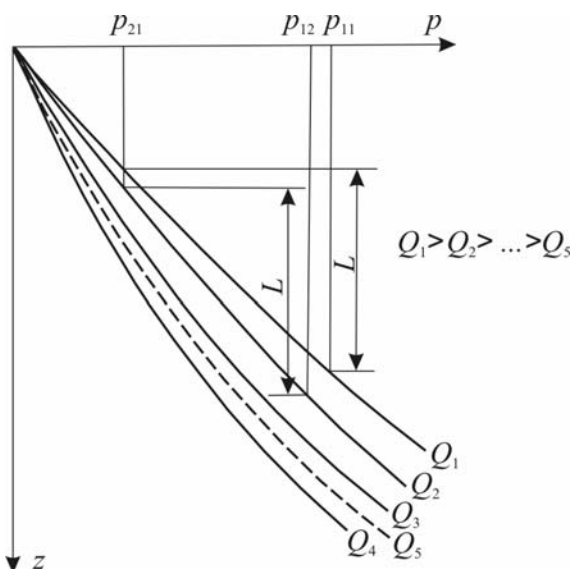


Рис. 4. Номограма-розподіл тиску p по довжині колони НКТ за різних дебїтів свердловини Q_i , де $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ($d = \text{const}$; $n_b = \text{const}$)

На основі цих даних будуємо ряд номограм розподілу тиску $p(z)$ вздовж вертикальної координати z , де параметром є дебіт рідини Q_i , для ліфтових труб різного діаметра d , тобто будуємо залежності $p(z, Q)$ для заданих діаметрів d (рис. 4).

Різну обводненість продукції n_b враховуємо шляхом побудови відповідних номограм $p(z, Q)$ для заданих d і n_b .

2. За цими ж даними будуємо характеристичну криву піднімача – зміну тиску p_1 біля башмака піднімача від його дебіту Q при фіксованих значинах тиску на гирлі p_2 , тобто $p_1 = p_1(Q, p_2)$, і при заданому діаметрі ліфтових труб d , а також при заданій обводненості n_b (рис. 5).

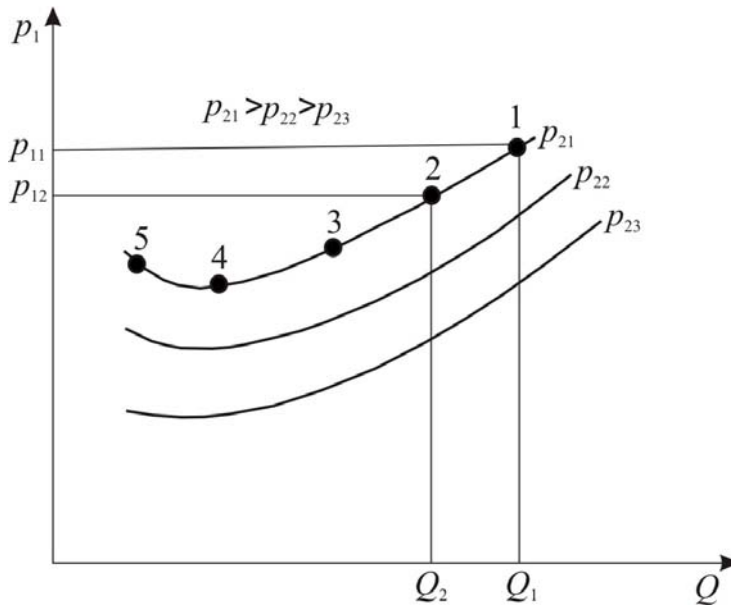


Рис. 5. Характеристичні криві $p_1(Q)$ для фонтанної свердловини за різних тисків p_2 ($d = \text{const}$; $n_b = \text{const}$)

Характеристичні криві піднімача $p_1(Q)$ можуть будуватися за різної комбінації трьох параметрів – діаметра d піднімача, обводненості n_b продукції і гирлового тиску p_2 , а саме:

а) при постійних діаметрі d піднімача і обводненості n_b видобуваної продукції, але за змінного тиску на гирлі p_2 , $p_1(Q, p_2)$;

б) при постійних тисках на гирлі p_2 і обводненості n_b видобуваної продукції, але за змінного діаметра d піднімача, $p_1(Q, d)$;

в) при постійних діаметрі d піднімача і гирловому тиску p_2 , але за змінної обводненості n_b видобувної продукції, $p_1(Q, n_b)$;

У цих випадках довжина піднімача L може задаватися як постійною, так і змінною.

Оскільки тиск біля башмака піднімача залежить від довжини ліфтових труб L , то щоб уникнути великої кількості побудов для усіх свердловин покладу, довжину ліфтових труб L з метою побудови характеристичної кривої беремо постійною, наприклад рівною

мінімальній відстані від гирла до верхніх отворів фільтра. У глибших свердловинах при розгляді спільної роботи пласта і піднімача пластовий і вибійний тиски зводимо до рівня L .

Для побудови характеристичної кривої $p_1(Q, p_2)$ на номограмі $p(z, Q)$ вибираємо конкретний тиск p_{21} і на кривій $p(z)$ для заданого дебіту Q_1 на відстані L знаходимо тиск біля башмака p_{11} (див. вище рис. 4 і 5). Наносимо ці величини p_{11} і Q_1 на характеристичну залежність (маємо точку 1). Аналогічно для цього ж тиску p_{21} на кривій $p(z)$ для Q_2 знаходимо тиск p_{12} , наносимо на характеристичну залежність (маємо точку 2) і т. д. для різних дебітів. З'єднуємо отримані точки і маємо характеристичну криву $p_1(Q, p_{2i})$.

Подібні характеристичні криві будуюмо як при різних гирлових тисках (p_{22}, p_{23} на рис. 5), так і для НКТ різного діаметра d та різних обводненостей n_b (рис. 6).

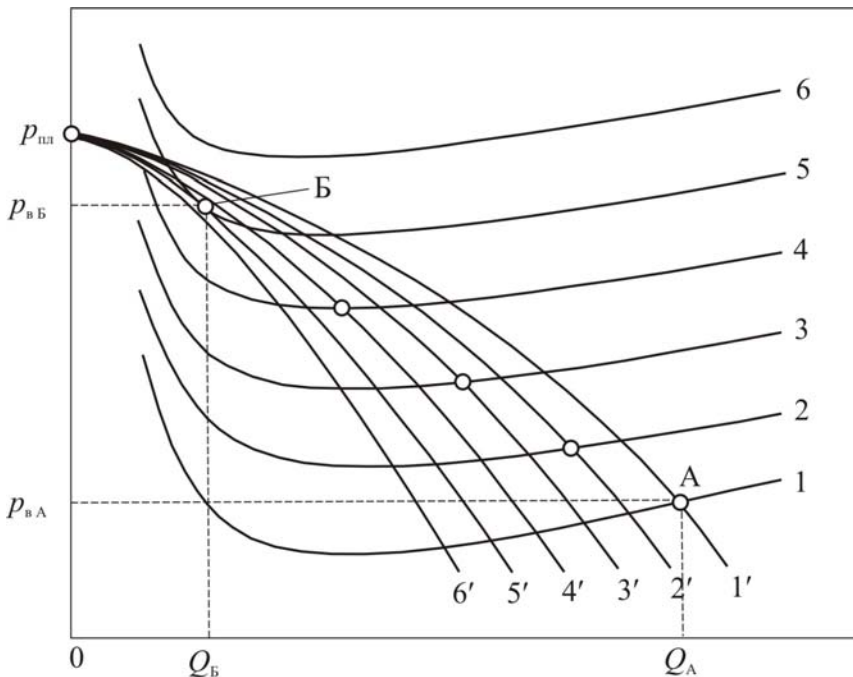


Рис. 6. Характеристичні криві $p_1(Q)$ та індикаторні діаграми $p_b(Q)$ за різної обводненості продукції n_b при постійних p_2, d, L : 1-6 – характеристичні криві при обводненості продукції відповідно 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 1'-6' – індикаторні діаграми свердловини відповідно при обводненості продукції 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5

3. На характеристичну залежність наносимо індикаторну діаграму $Q(p_b)$, при цьому пластовий і вибійний тиски зводимо до рівня башмака ліфтових труб.

4. Найбільший дебіт свердловин буде при найменшому вибійному тиску p_b , тобто при максимально допустимій депресії тиску Δp_{\max} . Максимально допустимий відбір $Q_0 = K_0 \Delta p_{\max}$. Такому дебіту на індикаторній діаграмі відповідає точка спільної узгодженої роботи

пласта і свердловини (точка перетину ліній), а для неї інтерполяцією знаходимо тиск на гирлі p_{20} , який необхідно підтримувати для забезпечення дебіту Q_0 .

5. Використовуючи характеристичні криві $p_1(Q)$ та індикаторні діаграми $p_v(Q)$ в залежності від обводненості продукції n_v при постійних значинах гирлового тиску p_2 , діаметра НКТ d та довжини труб L (див. рис. 6), можна визначити (за точкою перетину відповідних ліній) подавання рідини Q_A та вибійний тиск $p_{вА}$ при нульовій обводненості продукції (точка А), а також граничну обводненість $n_{вгр}$, за якої фонтанування ще є можливим. Як слідує із рис. 6, гранична обводненість $n_{вгр}=0,4$ (точка Б). При цьому свердловина буде фонтанувати з дебітом Q_B при вибійному тиску $p_{вБ}$.

6. Аналогічні визначення виконуємо за характеристичними кривими для інших діаметрів ліфтових труб і вибираємо режим роботи з найбільш прийнятним гирловим тиском.

7. Задачу можна розв'язати також шляхом побудови характеристичної залежності $p_1(Q, d)$ при заданому гирловому тиску p_2 . На ці ж залежності аналогічно наносимо індикаторну діаграму і в точках перетину її з характеристичними кривими вибираємо діаметр НКТ, який забезпечує найбільший дебіт, але слід урахувати, щоб тиск на вибої не був меншим від допустимого.

8. Задачу ще можна розв'язати описаним вище способом шляхом побудови залежності $p_v(Q, d)$, аналогічно залежності $p_1(Q, d)$.

Таким чином, розроблено розрахункову методику оптимізації режимів роботи фонтанних свердловин газліфтного типу.

Література

1. Бойко В.С. Розробка та експлуатація нафтових родовищ: Підручник. 3-є доповнене видання / В.С. Бойко. – Київ: Реал-Принт, 2004. – 695 с.
2. Справочное руководство по проектированию разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Добыча нефти / Р.С. Андриасов, И.Т. Мищенко, А.И. Петров и др.; Под. общ. ред. Ш.К. Гиматудинова. – Москва: Недра, 1983. – 455 с.
3. Технология и техника добычи нефти / А.Х. Мирзаджанзаде, И.М. Аметов, А.М. Хасаев, В.И. Гусев; Под ред. проф. А.Х. Мирзаджанзаде. – Москва: Недра, 1986. – 382 с.
4. Бойко В.С. Збірник задач з технології видобування нафти / В.С. Бойко. – Івано-Франківськ: Нова Зоря, 2011. – Ч. II. – 269 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 21.10.2009 р.

Рекомендовано до друку д.т.н., професором Яремійчуком Р.С.

**METHOD OF OPTIMIZATION OF OFFICE HOURS OF FONTAN
MINING HOLES SUBJECT TO THE CONDITION LIMITED
AND UNLIMITED DEBITS ON THE BASIS OF MODEL OF
GIDROGASMECHANIC GAS LIQUID STREAMS**

V.S.Boiko¹, L.M.Keba², R.F. Lagush¹, R.V.Grybovsky¹

¹*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;*

76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpathians, 15;

ph. +380 (342) 99-41-96, e-mail: public@ifdtung.if.ua

²*TzOV Complete "SET Is LEAGUE"; Poltava, st. Zigina, 29, office 407;*

a ph. is a fax +380 (532) 61-15-74, 61-29-37;

e-mail: klliga@poltava.velton.ua

The method of optimization of office hours of fontan mining holes is offered without implementation of industrial researches on the basis of construction of distribution curves of pressure along elevator pipes and characteristic curves. For the criterion of optimization the maximal debit of mining hole, which answers a maximal selection from the object of development, is taken.

Key words: *optimization of work, fontan mining hole, maximal debit.*

УДК 622.276

ПРО ОСОБЛИВОСТІ ФІЛЬТРАЦІЇ НЕНІЮТОНІВСЬКОЇ НАФТИ В ЗОНІ ДРЕНУВАННЯ СВЕРДЛОВИНИ БИТКІВСЬКОГО РОДОВИЩА

Ю. Д. Качмар, В. В. Цьомко

*Науково-дослідний і проектний інститут ім. Е. Чекалюка
ВАТ “Укрнафта”;*

*76000, м. Івано-Франківськ, Південний бульвар ім. Пушкіна, 2;
тел/факс (+38 0342) 77-61-40, 77-61-49; e-mail: grp@ndpi.ukrnafta.com*

Посилення аномальних властивостей нафти внаслідок зниження пластового тиску на пізній стадії розробки родовища після створення депресії призводить до формування навколо свердловини зони зі зруйнованою структурою пластової нафти, що переходить у зону з незруйнованою структурою. Застосовано двозонну модель припливу нафти до свердловини та визначено умовний радіус руйнування структури за умов перевищення градієнта депресії над градієнтом граничного напруження зсуву нафти. Збільшення ефективності ГРП досягнуто після створення тріщин за межами зони руйнування структури.

Ключові слова: *аномальна нафта, двозонна модель, розмір тріщин ГРП.*

За час розробки Битківського родовища відбулося значне зниження продуктивності свердловин. Наприклад, середній дебіт нафти після вилучення 75% видобувних запасів порівняно з максимальним середнім дебітом на початковому етапі експлуатації родовища знизився до 4%, тоді як поточний пластовий тиск ще рівний 44 % від початкового, що був рівним тиску насичення нафти газом, тобто $P_{пл} = P_{нас} = 27$ МПа. При такому ж рівні вилучення запасів із аналізу залежності Л. Лейбензона ($q_{поточ}/q_{макс} = f(Q_{видоб}/Q_{запас})$) нами виявлено, що очікуване зниження дебіту на цьому родовищі повинно бути меншим і становити 28 % від початкового [1]. За розрахунками М. Маскета на родовищах, які розробляються на режимі розчиненого газу в подібних умовах очікуване зменшення коефіцієнта продуктивності свердловин також становить 30 % від початкового. Отже, виникла необхідність виявлення причин такого значного зменшення продуктивності свердловин.

Також зауважено, що після проведення гідро розривів пласта (ГРП) із закріпленням тріщин на Битківському родовищі додатковий видобуток нафти становив лише 000 540 т на одну свердловино-операцію, а це в два-три рази менше середнього додаткового видобутку після проведення таких же гідророзривів на інших родовищах Передкарпаття.

Отже, необхідно виявити причини особливостей зміни продуктивності свердловин родовища під час його розробки та після застосування ГРП.

В роботі [1] показано, що в даних умовах найбільший вплив на зміну продуктивності свердловин мають аномальні властивості пластової нафти, які посилюються після зменшення пластового тиску порівняно з тиском насичення.

Дослідженнями під час фільтрації пластової нафти Битківського родовища, проведеними за методикою [2], виявлено її структурно-механічні властивості в поровому просторі колекторів, зумовлені вмістом 9 % парафінів, 2-3 % асфальтенів та 11 % смол. Встановлено, що зменшення пластового тиску та газонасиченості нафти сприяє зміцненню просторової структури і призводить до аномалії в'язкості нафти. У табл. 1 за результатами досліджень [1] наведено дані частини досліджень реологічних параметрів аномальної пластової нафти при $P_{пл} = 12$ МПа, $T_{пл} = 50$ °С при типових для родовища проникностях.

З наведених даних видно, як значно знижується в'язкість пластової нафти після руйнування її просторової структури, що відбувається в умовах зростання швидкості зсуву нафти в порових каналах після збільшення градієнта тиску через взірці породи вище граничного. Після створення депресії у пласті спостерігається подібне поблизу свердловини, тобто там, де є найбільші градієнти зниження тиску.

Таблиця 1. Реологічні параметри пластової нафти Битківського родовища

Абсолютна проникність керна, мкм ²	Динамічний коефіцієнт структурної в'язкості нафти, мПа·с		Індекс аномалії в'язкості	Градієнт тиску (градієнт напруження зсуву), мПа/мкм	
	зруйнована структура, μ_m	незруйнована структура, μ_o		початковий H_o	граничний H_m або $H_{z,p}$
0,003	12,8	74,7	5,8	5,5	7,2
0,006	11,9	54,5	5,0	4,6	6,0
0,012	10,3	37,1	3,6	3,7	4,8

Аналізуючи результати експериментів [1] для умов Битківського родовища при $40^\circ C \leq T_{пл} \leq 60^\circ C$, $5 \leq P_{пл} \leq 27$ МПа і $(5,5 \leq k_o \leq 48) \cdot 10^3$ мкм², нами знайдено [3] емпіричну залежність в'язкості нафти μ_e , мПа·с зі зруйнованою структурою від поточного пластового тиску, P , МПа, температури, T , °С, та проникності, k , мкм²·10³, яка має вигляд:

$$\mu_e = e^{5,0295 - 0,0454 P - 0,0374 T - 0,0234 k} \quad (1)$$

Вплив проникності відносно до незалежних чинників тому, що в'язкість аномальної нафти (як неньютонівської рідини) змінюється зі зміною швидкості зсуву, що залежить від розміру (діаметра) порових каналів.

На рис.1 наведено залежності лінійної швидкості фільтрації пластової нафти Битківського родовища від градієнта тиску по довжині взірця, з яких видно два злами реологічних кривих, що мають вигляд, ха-

рактерний для тіла Освальда. При малих градієнтах тиску до першого злому, який відповідає градієнту початкового напруження зсуву H_0 (початку руйнування структури), рух пластової нафти здійснюється з невеликим відхиленням від закону Дарсі, в'язкість нафти із незруйнованою структурою μ_0 дуже висока (табл.1). В невеликому інтервалі зміни градієнтів тиску H_0-H_m між першим і другим зломом відбувається руйнування структури. При градієнті тиску, рівному H_m , завершується руйнування структури нафти, в'язкість $\mu_m=\mu_e$ різко зменшується, після чого вона знову рухається, як ньютонівська рідина, за законом Дарсі.

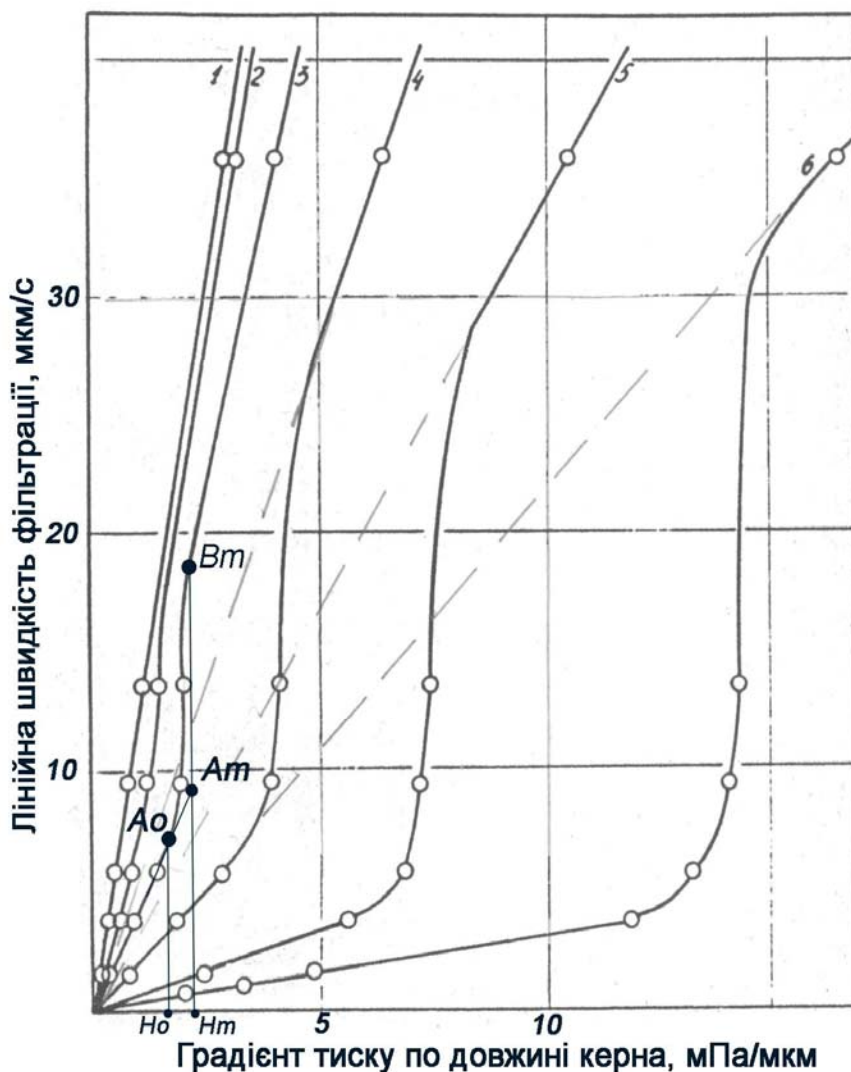


Рис. 1. Типові усереднені реологічні криві фільтрації пластової нафти Битківського родовища через пісковик з $k=0.048$ мкм² при $P_{пл}=9,6$ МПа і температурах (за Є.А.Малицьким, 1987): 1 – $T=70$ °С; 2 – $T=60$ °С; 3 – $T=50$ °С; 4 – $T=40$ °С; 5 – $T=30$ °С; 6 – $T=20$ °С;

Підсумовуючи результати досліджень реологічних властивостей пластових нафт родовищ Росії, В.В. Девлікамов зазначив “Ни у одной из (аномальных) нефтей не обнаружено статическое напряжение сдвига”, тобто вони поведуться як неньютонівська тиксотропна рідина, що є тілом Освальда [4]. Зону дренування свердловини розділено на три частини за зміною в’язкості, а для опису фільтрації аномальної нафти в такому тризонному пласті застосовано закон Дарсі. Автором наведено наближене рішення задачі фільтрації нафти з аномальною в’язкістю через тризонну модель пласта з урахуванням зміни в’язкості в перехідній зоні.

Проаналізуємо фільтрацію в тризонному пласті Битківської пластової нафти з урахуванням наявності початкового та граничного градієнтів напруження зсуву і параметрами, визначеними в табл.1. Для радіуса контура живлення $R_k = 200$ м і радіуса свердловини $r_c = 0,1$ м, пластового $P_{пл} = 12$ МПа та вибійного $P_b = 6$ МПа тисків ($P_{пл}/P_{нас} = 12/27 = 0,44$) розраховано градієнт депресії, виражений у значеннях функції Християновича. У приконтурній зоні радіусом $r_o < R_k$, де $grad P \leq H_o$, об’ємом $V_{Rk} - V_o$ знаходиться нафта з незруйнованою структурою в’язкістю μ_o . В зоні поблизу свердловини між радіусами r_c і r_m , де $grad P \geq H_m$, об’ємом $V_{rm} - V_{rc}$, знаходиться нафта зі зруйнованою структурою в’язкістю $\mu_m = \mu_e$, яка у 3,6-5,8 разів менша за в’язкість нафти з незруйнованою структурою μ_o . У межах $r_m < r_o$ об’ємом $V_{ro} - V_{rm}$ знаходиться кільцева перехідна зона, в якій в’язкість зменшується від μ_o до $\mu_m = \mu_e$. Розрахуємо також об’єм $V_{Rk} - V_{rm}$ в межах $r_m < R_k$. Об’ємом свердловини нехтуємо, оскільки $r_c < r_m$, тому приймаємо $V_{rm} - V_{rc} = V_{rm}$.

В таблиці 2 наведено дані про границі зон і відносні об’єми їх порового простору в пласті товщиною 10м із коефіцієнтом пористості 0,1 для оцінювання відносних запасів нафти в зонах.

Таблиця 2. Границі розділу зон і об’єми порового простору в них

Абсолютна проникність, мкм ²	Радіуси, м		Відносні об’єми, %			
	r_m	r_o	V_{rm}	$V_{ro} - V_r$ m	$V_{Rk} - V_{ro}$	$V_{Rk} - V_r$ m
0,003	36	47	3,3	2,3	94,5	96,7
0,006	43	56	4,3	3,2	92,2	95,4
0,012	54	70	7,3	5,0	87,7	92,7

З наведених даних видно, що радіус зони зі зруйнованою структурою нафти, в якому відбувається активне дренування пластів, становить лише 36-54 м і наближається до свердловини зі зменшенням проникності порід. Різниця радіусів кільцевої зони з перехідною в’язкістю становить лише 11-16 м, а відносний об’єм зони перехідної в’язкості – 2,3-5,0 %, отже запаси нафти в ній порівняно малі.

Зауважимо, що тризонна модель незручна для пояснення особливостей фільтрації аномальної нафти. Врахуємо рекомендацію В.С. Бойка, який вважає: “Вибір моделі (для опису руху рідини в поровому про-

сторі) визначається умовами задачі, а також змогою одержання практично прийняттого результату“ [5]. Тому спростимо модель до двозонної, приєднавши об’єм перехідної зони до об’єму зони повільно дренованого пласта, бо порівнявши $V_{Rk}-V_{rm}$ із $V_{Rk}-V_{ro}$ можна побачити, що об’єм повільно дренованої зони незначно змінився.

Враховуючи наведене, представимо на рис.1 реологічну лінію двозонної моделі з умовним розривом поміж точками $A_m B_m$ між продовженням лінії A_o до A_m при градієнті $grad P=H_m$, оскільки різниця H_o-H_m невелика, що можна представити у вигляді:

$$R_k - r_c = (r_m - r_c) + (R_k - r_m).$$

Для двозонної моделі пласта, коли опір фільтрації аномальної нафти рівний сумі опорів у зоні зі зруйнованою $\Omega_m = \mu_m \ln(r_m/r_c)$ і незруйнованою структурами $\Omega_o = \mu_o \ln(R_k/r_m)$, розрахунок дебіту проведемо за формулою:

$$Q_{m+o} = \frac{2 p k h (p_k - p_c)}{M_m \ln (r_m / r_c) + M_o \ln (R_k / r_m)}. \quad (2)$$

Якщо прийняти у формулі (2) $R_k=r_m$, то одержимо формулу розрахунку дебіту Q_m аномальної нафти зі зруйнованою структурою в’язкістю μ_m з однозонного пласта, коли опір фільтрації $\Omega_{mm} = \mu_m \ln(R_k/r_c)$, отже, якщо $r_m \rightarrow R_k$ – продуктивність свердловини зростає до $K_{m+o}/K_m=1$ і спадає, якщо $r_m \rightarrow r_c$.

Відношення коефіцієнтів продуктивності або дебіту свердловини для однакової депресії, адекватне відношенню опорів фільтрації двозонного пласта до однозонного, отже:

$$Q_{m+o} / Q_m = \frac{M_m \ln (R_k / r_c)}{M_m \ln (r_m / r_c) + M_o \ln (R_k / r_m)}. \quad (3)$$

Результати розрахунків відношення дебітів Q_{m+o}/Q_m при однаковій депресії, що відповідають відношенню коефіцієнтів продуктивні свердловини в двозонній моделі пласта до однозонної, для вказаних в табл.1 і табл.2 проникностей, в’язкостей нафти та радіусів зони зі зруйнованою структурою наведені в табл.3.

Табл. 3. Опори в зонах фільтрації пластової нафти Битківського родовища

Абсолютна проникність взірця породи - k_o , мкм ²	Динамічний коефіцієнт структурної в’язкості нафти, мПас		Опори у зонах фільтрації				
	зруйнована структура, μ_m	незруйнована структура, μ_o	Ω_m	Ω_o	$\Omega_m + \Omega_o$	Ω_m для $r_m = R_k$	$\Omega_{mm}/(\Omega_m + \Omega_o) = Q_{m+o}/Q_m$
0,003	12,8	74,7	75	128	203	97	0,48
0,006	11,9	54,5	72	84	156	90	0,58
0,012	10,3	37,1	65	49	114	78	0,69

Для порівняння розглянуто модель тризонного пласта, коли опір фільтрації аномальної нафти рівний сумі опорів $\Omega_m = \mu_m \ln(r_m/r_c)$ у зоні з зруйнованою структурою нафти і зоні з незруйнованою структурою $\Omega_o = \mu_o \ln(R_k/r_o)$ і в перехідній зоні кільцевій зоні навколо свердловини $\Omega_{mo} = ((\mu_m + \mu_o)/2) \ln(r_o/r_m)$. Розрахунки показали, що опори фільтрації аномальної нафти в тризонному і двозонному пласті відрізняються на 4 %, отже спрощення моделі пласта до двозонного несуттєво впливає на оцінку продуктивності, але значно полегшує моделювання впливу структурних властивостей нафти.

Аналізуючи наведені в таблицях дані, можна побачити, що для даних умов:

- опори фільтрації нафти в двозонному пласті $\Omega_m + \Omega_o$ значно більші, ніж в однозонному Ω_{mm} , коли $R_k = r_m$, тому дебіти при однаковій депресії під час фільтрації аномальної нафти в двозонному пласті в 0,48-0,69 рази менші від однозонного, де структурні властивості ще не проявилися;

- вплив в'язкості з незруйнованою структурою на опори під час її фільтрації в двозонному пласті зростає зі зменшенням проникності породи у 1,8 рази (203/114), тоді як в однозонному зі зруйнованою структурою – у 1,2 рази (97/78). Оскільки зі збільшенням проникності різниця між μ_m і μ_o знижується, то вплив аномальних властивостей нафти на дебіт зменшується;

- у зоні зі зруйнованою структурою, радіус якої в 0,18-0,25 рази менший, від радіуса контуру живлення, незважаючи на зниження в ній в'язкості нафти у 5,8-3,6 рази, зі збільшенням проникності відношення опорів Ω_m/Ω_o зростає від 0,59 рази до 1,33 рази від опорів на решті шляху її припливу. Для зменшення опорів доцільно застосовувати методи інтенсифікації, радіус дії яких повинен бути не меншим від радіуса зони зі зруйнованою структурою, наприклад потужний ГРП з тріщинами півдовжиною $L \geq r_m$ і збільшеною масою закріплювача.

Розраховано вплив зменшення пластового тиску порівняно з тиском насичення на переміщення радіуса зони нафти зі зруйнованою структурою для умов: $1,0 \geq P_{пл}/P_{нас} \geq 0,33$, $R_k = 200$ м, $r_c = 0,1$ м, $P_{пл} - P_v = 6$ МПа, $k = 0,003$ мкм² і $T_{пл} = 50$ °С. Для цього порівняли $gradP$ для різних r , що змінюються у межах $r_c \leq r \leq R_k$ з градієнтами напруження зсуву H_m , визначеними з експериментів [1] для пластових умов (табл.1-3) знайшли радіуси r_m в яких $gradP = H_m$ і побудували графіки залежності $r_m = f(P_{пл}/P_{нас})$ (рис.2). Так, для $k_o = 0,003$ мкм² при $P_{пл} = 9$ МПа або $P_{пл}/P_{нас} = 0,33$ радіус $r_m = 26$ м (крива 1), отже радіус зони активного дренування пласта перемістився майже до свердловини. Зі збільшенням проникності породи (рис. 2, криві 2 і 3) радіус зони r_m віддаляється від свердловини. На переміщення зони активного дренування подібно впливає зменшення депресії на пласт. Якщо при такому ж пластовому тиску депресія збільшується, депресійна лійка крутіша, тому радіус r_m пересувається в напрямі контуру живлення, отже шляхом збільшення депресії можна затримати переміщення r_m до свердловини.

Зменшення депресії аж до нуля, спостерігається під час зупинення свердловини з аномальною нафтою для ремонтів, тривалістю у декілька тижнів. В цей час відновлюється пластовий тиск і структура нафти поновлюється внаслідок її тиксотропних властивостей [2, 4], в'язкість зростає до в'язкості з незруйнованою структурою. На Битківському родовищі спостерігається значне зменшення дебіту нафти після зупинок свердловин для ремонтних робіт.

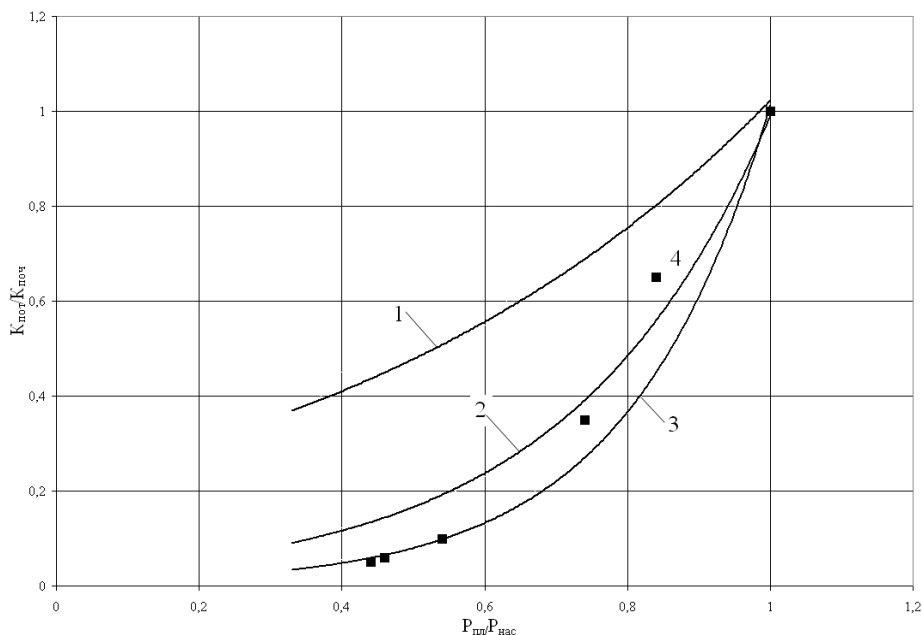


Рис. 2. Залежність радіуса зони зі зруйнованою структурою пластової нафти r_z від відношення пластового тиску до тиску насичення ($P_{пл}/P_{нас}$) для пластів з різними проникностями: 1 – $k = 0,003 \text{ мкм}^2$; 2 – $k = 0,006 \text{ мкм}^2$; 3 – $k = 0,012 \text{ мкм}^2$

Авторами оцінено вплив зміни пластового тиску до тиску насичення на зміни дебіту (продуктивності) свердловин під час розробки родовищ з аномальною нафтою. Зміна продуктивності свердловини при фільтрації аномальної нафти зі зруйнованою структурою в однозонному пласті, коли $r_m = R_k$, відповідає кривій 1, у двозонному, коли $r_c < r_m < R_k$, кривій 2, а їх відношенню, Q_{m+o}/Q_m , кривій 3. На рис. 3 точками показано також фактичні дані про зміни коефіцієнта продуктивності під час розробки Битківського родовища, які при $P_{пл} > 0,75 P_{нас}$ близькі до розрахованих для однозонного пласта, а при значно менших пластових тисках $P_{пл}/P_{нас} < 0,6$ відповідають розрахованим для двозонного пласта. При $P_{пл}/P_{нас} = 0,44$ значення $Q_{m+o}/Q_m = 0,06$, що відповідає наведеним спочатку статті фактичним даним, за якими зміна дебіту становить 4% від початкового. Отже, запропонована методика прогнозування зміни дебіту нафти з аномальною в'язкістю прийнятна для практичного використання.

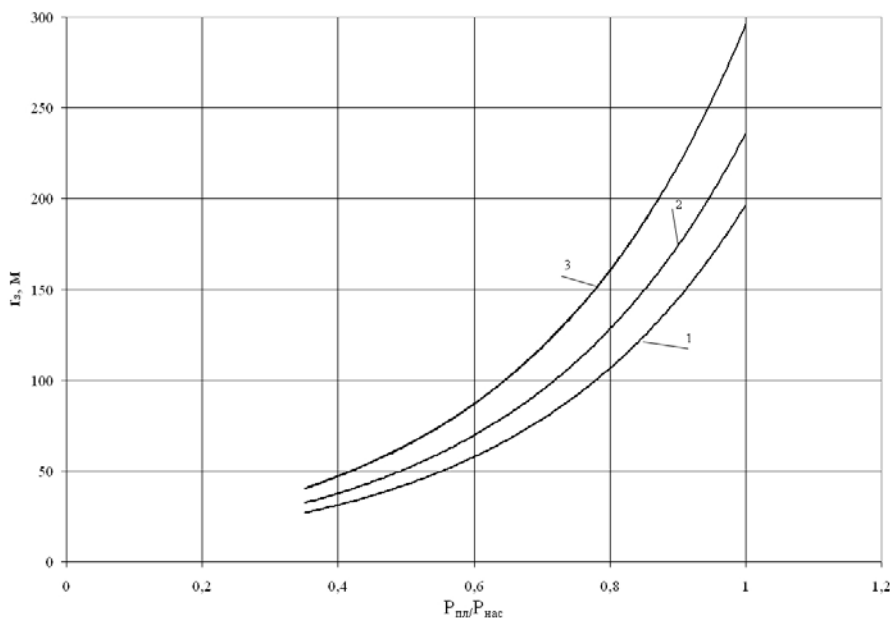


Рис. 3. Залежність відношення поточного коефіцієнта продуктивності до початкового від відношення тисків пластового до насичення: 1 – зміна відношення поточного коефіцієнта продуктивності двозонного пласта до однозонного; 2 – однозонний пласт; 3 – двозонний пласт; 4 – за фактичними даними розробки Битківського родовища

Використовуючи наведені розрахунки радіуса застійних зон на Битківському, Луквинському та інших родовищах удосконалено застосовувану раніше технологію ПГРП. Застосовано необхідні рідини і режими розвитку тріщин, завдяки чому створено тріщини з півдовжиною більшою зони руйнування структури пластової нафти, тобто за межами r_m . За останні чотири роки додатковий видобуток нафти після ПГРП збільшився утричі і становить понад 1500 т на одну свердловино-операцію, що підтверджує правильність висновку про вплив аномальних властивостей на пізній стадії розробки родовищ, що дасть змогу не тільки збільшити видобуток нафти, але і підвищити коефіцієнт вилучення запасів. Виходячи з наведеного, можна зробити такі висновки:

- на пізній стадії розробки Битківського родовища навколо свердловини формується зона зі зруйнованою структурою пластової нафти, яка після зменшення градієнта депресії переходить у зону з незруйнованою структурою;

- для оцінки продуктивності свердловин з аномальними властивостями пластової нафти доцільно застосувати двозонну модель пласта замість трizonної;

- зменшення пластового тиску призводить до наближення зони руйнування структури аномальної пластової нафти до свердловини і зменшення її продуктивності, що посилюється зі зниженням проникності пласта;

– на родовищах з аномальними властивостями пластової нафти для збільшення продуктивності свердловин доцільно застосовувати методи інтенсифікації з радіусом дії більшим умовного радіуса зони руйнування структури пластової нафти. Одним з таких методів є потужний та кислотний ГРП;

– завдяки проведенню ПГРП з півдовжиною тріщини, більшою за радіус зони руйнування структури нафти на Битківському, Луквинському та інших родовищах, збільшено додатковий видобуток нафти на одну свердловино-операцію у кілька разів. Ефективність ПГРП на пізній стадії розробки родовищ слід також пов'язувати з підвищенням коефіцієнта вилучення запасів.

Література

1. Качмар Ю.Д. Про причини різкого зменшення дебіту свердловин, на пізній стадії розробки Прикарпатських родовищ / Ю.Д. Качмар, Є.А. Малицький // Нафтова і газова промисловість. – 2000. – № 5. – С. 31-35.
2. Девликамов В.В. Аномальные нефти / В.В. Девликамов, З.А. Хабибуллин, М.М. Кабиров. – М.: Недра, 1975. – 168 с.
3. Качмар Ю.Д. Про фільтрацію флюїдів на пізній стадії розробки Битківського родовища / Ю.Д. Качмар, В.В. Цьомко // Нафтова і газова промисловість. – 2000. – № 6. – С. 26-29.
4. Девликамов В.В. Физика пласта / В.В. Девликамов, З.А. Хабибуллин. – Уфа: Изд-во Уфимского нефт. ин-та, 1986. – 82 с.
5. Бойко В.С. Підземна гідрогазомеханіка / В.С. Бойко, Р.В. Бойко. – Львів: Априорі, 2007. – 452 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 16.12.2010 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., професором **Бойком В.С.***

ABOUT NON-NEWTONIAN OIL FILTRATION FEATURES IN THE AREA OF BYTKIV FIELD'S WELLS DRAINAGE

Yu. D. Kachmar, V. V. Tsyomko

*Scientific-Research and Design Institute named E. Chekalyuk
OJSC "Ukrnafta";*

76000, Ivano-Frankivs'k, South Blvd named Pushkin, 2;

a ph. is a fax +380 (342) 77-61-40, 77-61-49;

e-mail: grp@ndpi.ukrnafta.com

Strengthening the anomalous properties of oil due to decreasing reservoir pressure at the late stage of field development after depression creation leads to the formation zone with destructed structure of reservoir oil around of the well that proceed to zone with undisturbed structure.

Dual-zone model of the oil flow to the well was applied and the conditional radius of fracture of structure under conditions of increase gradient of

depression over gradient of boundary shearing stress of oil was determined. Increasing the efficiency of carrying out of hydraulic fracturing of formation was achieved only after the creation of cracks outside the fracture zone structure.

Key words: *anomalous oil, dual-zone model, size of hydraulic fracturing of formation cracks*

УДК 622.692.4

ВИКОРИСТАННЯ СПРОЩЕНИХ ГІДРАВЛІЧНИХ РОЗРАХУНКІВ ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧНОГО ДІАГНОСТУВАННЯ НАФТОПРОВІДІВ

М. П. Возняк, Л. В. Возняк, Г. М. Кривенко

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-00-98; e-mail: gidro@nung.edu.ua*

Проведено аналіз основних формул для визначення коефіцієнта гідравлічного опору. Наведено спрощений метод параметричного діагностування стану внутрішньої поверхні трубопроводу шляхом визначення його ефективного діаметра. Розглянуто спрощений гідравлічний розрахунок визначення пропускної здатності нафтопроводу.

Ключові слова: *нафтопровід, ефективний діаметр, коефіцієнт гідравлічного опору, тиск, витрата, діагностування.*

Сучасний технічний стан нафтопровідної системи України забезпечує безперервне транспортування нафти споживачам. Магістральні нафтопроводи мають довготривалий термін експлуатації. Значна частина їх експлуатується понад тридцять років. У той же час система нафтозабезпечення складається з нафтопроводів, що відрізняються за терміном експлуатації, для яких використовувалися різні нормативи проектування. Нормативні документи, які використовувалися при проектуванні трубопроводів, не завжди відповідають сучасним підвищеним вимогам безпеки для населення та навколишнього середовища, надійній роботі трубопроводів у процесі експлуатації. Тому і сьогодні є актуальним питання підвищення ефективності та безпечності експлуатації нафтопроводів.

Також у практиці експлуатації трубопроводів часто виявляються розбіжності між проектними та фактичними параметрами їх роботи. Наприклад, нафтопровід Долина-Дрогобич, запроектований на тиск 1,9–2 МПа (за проектної температури підігріву нафти 60 °С) забезпечує задану в проекті продуктивність за тієї ж температури підігріву лише за тиску порядку 3,5–4,0 МПа.

Виходячи з вищенаведеного, виникає потреба у більш детальному вивченні питань, пов'язаних з перекачуванням нафти трубопроводами.

Для цього потрібно мати промислові вимірювання або диспетчерські дані найбільш інформативних параметрів, а саме: продуктивності, перепаду тиску, середнього значення температури перекачування, в'язкості за заданої температури [1].

За результатами вимірювань можна визначити основні параметри, що характеризують роботу нафтопроводу: гідравлічні нахили, ефективні

діаметри трубопроводу, товщину відкладів парафіну на ділянках між пунктами вимірювання тощо.

Слід зауважити, що основи сучасних методів гідравлічного розрахунку прийшли до нас із-за кордону. Це саме одержана більш як півтори століття назад, але і сьогодні актуальна ключова формула Дарсі-Вейсбаха для визначення втрат напору на тертя та розрахункові залежності Стокса, Блазіуса, Кольбука для коефіцієнта гідравлічного опору, що входить до цієї формули. Ці формули підтверджені численними дослідженнями і практикуються у всьому світі. Формула Кольбука широко використовується у світовій практиці для гідравлічного розрахунку трубопроводів при турбулентному режимі, але коефіцієнт гідравлічного опору заданий в ній у неявному вигляді [3]:

$$\lambda = \left\{ -2,0 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} \right] \right\}^{-2}, \quad (1)$$

де ε – еквівалентна шорсткість; d – внутрішній діаметр.

Крім формули Кольбука на сьогодні найпоширенішим методом для розрахунку коефіцієнта гідравлічного опору у всьому діапазоні чисел Рейнольдса є діаграма Муді, яка може використовуватися для будь-яких рідин. Ця діаграма побудована з використанням формул Кольбука або її похідних у явному та неявному вигляді [5].

У світовій практиці для визначення коефіцієнта гідравлічного опору також знайшла використання формула, одержана Хейлендом (аналогічна формулі Ісаєва), яка за точністю не поступається формулі Кольбука і є її апроксимацією

$$\lambda = \left\{ -1,8 \log \left[\left(\frac{\varepsilon}{3,7d} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{\text{Re}} \right] \right\}^{-2}. \quad (2)$$

Похибка при визначенні коефіцієнта гідравлічного опору за формулою (2) не перевищує 2% [4].

Використавши результати промислових вимірювань на одному із нафтопроводів, визначимо значення коефіцієнта гідравлічного опору та порівняємо його з теоретичним, обчисленим за формулами Блазіуса, Кольбука та Хейленда, оскільки процес перекачування нафти на досліджуваному нафтопроводі відбувається у турбулентному режимі, зона гідравлічно гладких труб. В залежності від зони турбулентного режиму у формулах (1) і (2) ураховується вплив на коефіцієнт гідравлічного опору числа Рейнольдса, шорсткості чи обох параметрів одночасно.

За даними промислових вимірювань (продуктивності, перепаду тиску, в'язкості) коефіцієнт гідравлічного опору склав 0,0193 [1]. Коефіцієнт гідравлічного опору, визначений за формулою Хейленда, дорівнює 0,0197, за формулою Блазіуса – 0,0198, за формулою Кольбука – 0,0192.

Відхилення за формулою Блазіуса складає 3,5%, за формулою Хейленда 2,1%, за формулою Кольбука 0,5%.

Для визначення коефіцієнта гідравлічного опору бажано використовувати ефективний діаметр нафтопроводу. Особливо важливо знати

ефективний діаметр неізотермічних нафтопроводів із значним терміном експлуатації. Під час перекачування нафти в неізотермічному режимі спостерігається значне відкладання парафіну, на стінки трубопроводів, що призводить до зменшення “живого перерізу” і, отже, до зниження пропускну здатності нафтопроводу та збільшення енергозатрат.

Відкладання парафіну на стінки нафтопроводів по довжині та в часі відбувається нерівномірно. А оскільки для боротьби з відкладами в умовах магістральних нафтопроводів найширше використання одержали механічні очисні пристрої, то для вибору оптимальної періодичності їх пропуску на різноманітних ділянках нафтопроводу необхідно знати розподіл відкладів по довжині. Визначивши за даними промислових вимірювань значення ефективного діаметра на різних ділянках нафтопроводу, знайдемо розподіл відкладів парафіну по довжині трубопроводу.

Оскільки проведення промислових вимірювань є трудомісткою процедурою, потрібно використовувати диспетчерські дані для оперативного діагностування стану лінійної частини трубопроводу, а саме: визначення ефективного діаметра. Це можливо лише за допомогою спрощених гідравлічних розрахунків, які широко використовуються у світовій практиці.

Наведемо спрощений метод гідравлічного розрахунку для визначення ефективного діаметра за наступних величин: об’ємної витрати, тисків на початку та в кінці трубопроводу, в’язкості нафти за температури перекачування.

Для досягнення мети виразимо безрозмірний параметр [5]

$$\beta = \sqrt{\lambda Re^5} \quad (3)$$

через найбільш інформативні параметри перекачування нафти [1].

Для цього визначимо втрати тиску на тертя по довжині трубопроводу, використавши формулу Дарсі-Вейсбаха, виразивши в ній швидкість руху нафти через витрату. Помножимо чисельник та знаменник даного виразу на Re^5 . Враховуючи, що число Рейнольдса $Re = \frac{4Q}{\pi d v}$, динамічна

в’язкість $\mu = \nu\rho$, отримаємо:

$$\Delta p = \rho g h_f = \frac{8\rho\lambda L Q^2}{\pi^2 d^5} = \lambda Re^5 \frac{\pi^3 L \nu^4 \mu}{128 Q^3}, \quad (4)$$

де ρ – густина рідини;

λ – коефіцієнт гідравлічного опору;

L – довжина трубопроводу;

Q – об’ємна витрата;

d – внутрішній діаметр;

Re – число Рейнольда;

ν – кінематичний коефіцієнт в’язкості;

μ – динамічний коефіцієнт в’язкості.

Із формули (3) із урахуванням (4) одержано значення безрозмірного параметра β , який залежить від перепаду тиску, витрати та в'язкості нафти, але не від діаметра [5]:

$$\beta = \sqrt{\frac{128\Delta p Q^3}{\pi^3 l v^4 \mu}}. \quad (5)$$

Формула Кольбрука з урахуванням формули (5) приведена до вигляду [5]:

$$\text{Re}^{0,25} = -2,0\beta \log\left(\frac{\varepsilon\pi v}{3,74Q} \text{Re} + \frac{2,51}{\beta} \text{Re}^{1,5}\right). \quad (6)$$

Число Рейнольда за формулою (6) можна визначити лише методом ітерації.

Оскільки перекачування нафти трубопроводом відбувається здебільшого в турбулентному режимі, зона гідравлічно гладких труб, то в даному випадку залежність (6) для визначення числа Рейнольда спрощується до такого вигляду [5]:

$$\text{Re} = 1,43\beta^{0,416}. \quad (7)$$

Із формул Рейнольда $\text{Re} = \frac{4Q}{\pi d_e v}$, і (7) можна визначити ефективний

діаметр трубопроводу d_e .

Дані розрахунків за результатами промислових вимірювань (базова методика) та за запропонованою наведені в таблиці 1 [2].

Таблиця 1. Розрахунок ефективного діаметра та товщини парафінових відкладів

Значення ефективного діаметра, мм		Розрахункова товщина відкладів, мм		Відхилення, %
за базовою методикою	за запропонованою методикою	за базовою методикою	за запропонованою методикою	
232	229	12,5	14	1,3
230	223	13,5	17	3,0
216	216	20,5	20,5	0
245,2	240	5,9	8,5	2,1

Оскільки відхилення не перевищує 3 %, то запропонований метод дає достовірні результати і прийнятний для використання, що значно спрощує розрахунки ефективного діаметра, а це важливо у промислових умовах експлуатації нафтопроводів.

Значний інтерес викликає спрощений гідравлічний розрахунок визначення пропускної здатності, який широко використовується у зарубіжній практиці (Сполучені Штати Америки, Канада).

Нижче наведемо методику розрахунку та проведемо розрахунки, використовуючи дані промислових вимірювань.

Для цього використаємо безрозмірний параметр

$$\xi = \frac{1}{2} \lambda \text{Re}^2, \quad (8)$$

який був запропонований Роузом [5].

Виразивши безрозмірний параметр через відомі величини (втрати тиску, діаметр трубопроводу, довжину трубопроводу та в'язкість нафти) визначимо втрати тиску на тертя по довжині трубопроводу. Помноживши чисельник та знаменник даного виразу на Re^2 і врахувавши, що число Рейнольдса $\text{Re} = \frac{4Q}{\pi d v}$, а динамічна в'язкість $\mu = \nu \rho$, отримаємо залежність для визначення втрат тиску без урахування витрати

$$\Delta p = \rho g h_l = \rho g \frac{8 \lambda L Q^2}{\pi^2 d^5 g} = \frac{1}{2} \lambda \text{Re}^2 \frac{L \nu \mu}{d^3} = \xi \frac{L \nu \mu}{d^3}. \quad (9)$$

Після підстановки (9) у (8) отримаємо

$$\xi = \frac{\Delta p d^3}{L \nu^2 \rho}. \quad (10)$$

Виразивши у формулі Кольбука коефіцієнт гідравлічного опору через безрозмірний параметр, одержимо залежність для визначення числа Рейнольда при турбулентному режимі

$$\text{Re} = -\sqrt{8\xi} \log\left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{2,51}{\sqrt{2\xi}}\right). \quad (11)$$

Ця залежність справедлива при $\text{Re} \geq 4000$.

При ламінарному режимі ($\text{Re} \leq 2000$)

$$\text{Re} = \frac{\xi}{32}. \quad (12)$$

Шукане значення витрати знаходимо із залежності

$$Q = \frac{\pi}{4} \nu d \text{Re}, \quad (13)$$

при цьому числа Рейнольда визначається за формулою (11).

Знайдемо витрату нафти за формулою (13) із врахуванням ефективного діаметра (табл. 1) та даними промислових вимірювань [1]. Значення витрати за запропонованою методикою дорівнює $Q=0,0601 \text{ м}^3/\text{с}$. Фактичне значення витрати за даними вимірювань складає $0,0585 \text{ м}^3/\text{с}$. Відхилення складає 2,7 %.

Використання запропонованих методик розрахунків значно спрощує основні задачі гідравлічного розрахунку трубопроводів, а саме: визначення необхідної витрати, визначення необхідного діаметра, які при турбулентному режимі розв'язуються громіздкими методами: графоаналітичним або ітерацій.

Отже, наведені вище залежності можуть застосовуватися для параметричного діагностування нафтопроводів. Методика розрахунків проста у використанні і дає достовірні результати, що підкреслює її адекватність.

Література

1. Возняк М.П. Аналіз інформативності різних ознак відносно ефективного діаметра нафтопроводу / М.П.Возняк, Г.М.Кривенко // Збірник наукових праць. Матеріали 6 Міжнародної наук.-практ. конф. «Нафта і газ України-2000». – Івано-Франківськ: Факел, 2000. – С. 111-116.

2. Карпаш О.М. Технічна діагностика систем нафтогазопостачання: навч. посіб. / О.М. Карпаш, М.П. Возняк, В.М. Василюк. – Івано-Франківськ: Факел, 2007. – 341 с.: іл.

3. Коршак А.А. К гидравлическому расчету нефте- и нефтепродуктопроводов за рубежом / А.А. Коршак // Материалы 6 Международной учебно-научно-практической конференции «Трубопроводный транспорт – 2008» – Уфа, 2008. – С. 66-67.

4. Haaland S.E. Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow / S.E. Haaland // Fluids Eng., March 1983. – P. 89-90.

5. Frank M. White. Fluid Mechanics / Frank M. White – New York, 1994. – 736 p.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 21.10.2009 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., професором Середюк М.Д.*

THE USING OF SIMPLIFIED HYDRAULIC CALCULATIONS FOR PARAMETRIC DIAGNOSTICS OF OIL PIPELINES

M. P. Vozniak, L. V. Vozniak, G. M. Kryvenko

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;

76019, Ivano-Frankivsk, st. Carpatska, 15;

ph. +380 (3422) 4-00-98; e-mail: gidro@nung.edu.ua

The analysis of basic formulas for determining the friction factor is resulted. The simplified method of parametric diagnostics of inside surface pipeline by means of determining its effective diameter is given. A simplified hydraulic calculation for determining capacity of the oil pipeline is considered.

Key words: *oil pipeline, effective diameter, friction factor, pressure, flow rate, diagnostics.*

Інформаційні технології

УДК 004.4

СТРУКТУРНА СХЕМА КОМП'ЮТЕРНОГО ТРЕНАЖЕРНОГО КОМПЛЕКСУ ОПЕРАТОРІВ ГАЗОПЕРЕКАЧУВАЛЬНИХ АГРЕГАТІВ ГПА-ЦІ-16С

Р. М. Матвієнко

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-80-00; e-mail: romanager@rambler.ru*

Обґрунтовано необхідність створення комп'ютерних тренажерних комплексів для навчання та підготовки операторів складних технологічних об'єктів, наведено структуру і комп'ютерного тренажерного комплексу для навчання та перевірки готовності операторів ГПА, а також методика роботи з вищезазначеним тренажерним комплексом

***Ключові слова:** комп'ютерний тренажерний комплекс, газоперекачувальний агрегат.*

Підготовка фахівців в сучасних умовах неможлива без використання інформаційно-комунікаційних технологій та сучасних методик і способів навчання. На даний час розвиток обчислювальної техніки дає змогу створювати комп'ютерні та комп'ютеризовані тренажерні комплекси різної складності, що дозволяють імітувати виробничі процеси та роботу технічного обладнання складних технологічних об'єктів і активно використовуватися в учбовому процесі.

Тренажер, в широкому розумінні цього слова, – це навчально-тренувальне пристрій для вироблення навичок і вдосконалення техніки управління машиною, механізмом або агрегатом [1].

Комп'ютерним тренажером можна назвати тренажер, у складі якого як модель об'єкта управління, так і робоче місце учнів і інструктора реалізуються на базі комп'ютерних засобів. Визначення “інтерактивний” означає, що тренажер підтримує діалог з користувачем, реагує на його команди.

Нафтогазова галузь відрізняється складними технологічними процесами, аварії на яких призводять до значних економічних і екологічних втрат. Використання тренажерних комплексів у даній галузі дозволяє

підвищити професійний рівень працівників галузі, дати необхідний практичний досвід, не вдаючись до експериментів на реальних об'єктах [1].

В даний час в Івано-Франківському національному технічному університеті нафти і газу на кафедрі комп'ютерних технологій в системах управління і автоматики ведуться роботи щодо створення комп'ютерного тренажерного комплексу операторів газоперекачувальних агрегатів Долинського ЛВУМГ, що являє собою безпосередньо тренажер-імітатор САУ ГПА і дві функціонально пов'язані підсистеми - навчальну підсистему та атестаційну. Зв'язок між цими складовими можна представити у вигляді структурної схеми комп'ютерного тренажерного комплексу.

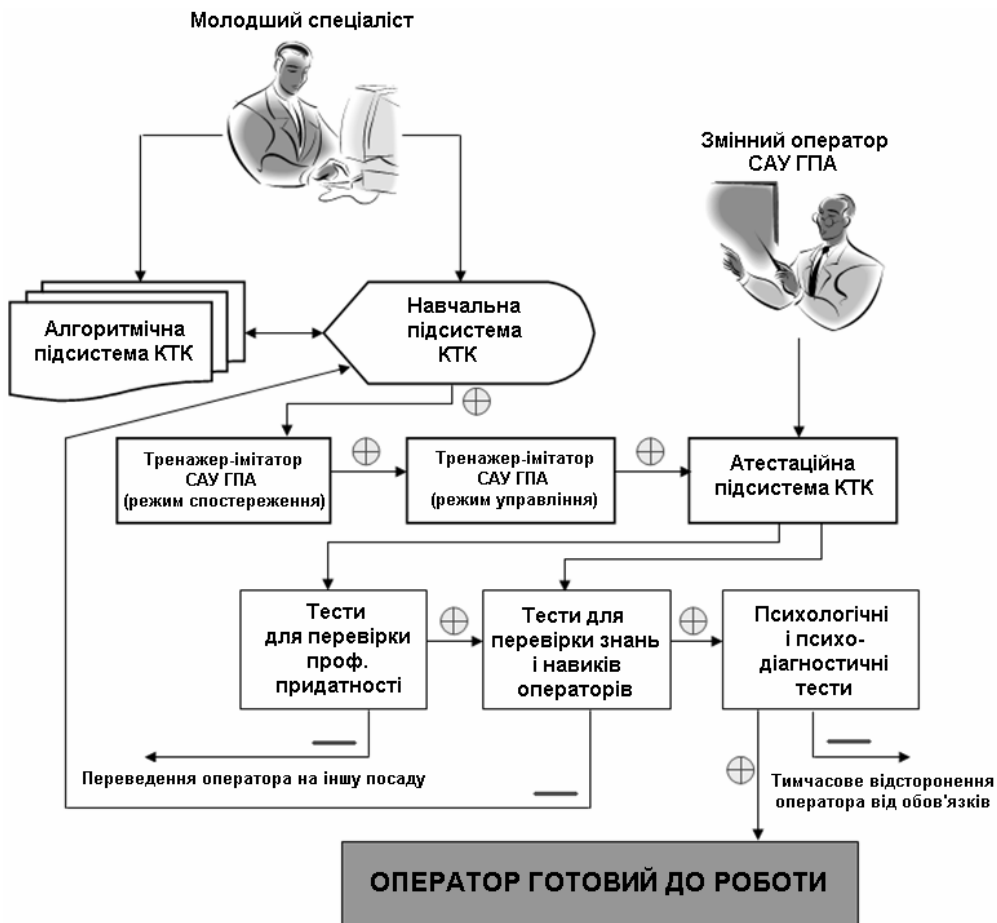


Рисунок 1. Структурна схема КТК операторів ГПА

Даний комплекс можна використовувати не тільки для первинної підготовки молодих фахівців, але і для періодичних перевірок кваліфікації та поточного фізичного і психофізіологічного стану досвідчених операторів.

Молоді фахівці спочатку вивчають будову та режими роботи ГПА. Для цього вони звертаються до довідкового матеріалу, представленого у вигляді алгоритмів функціонування ГПА, або до навчальної підсистеми КТК [2]. Навчальна підсистема є набором відеофайлів, які демонстру-

ють конструкцію і режими роботи ГПА. Після перегляду відеоматеріалів оператор звертається до тренажера-імітатора САУ ГПА. Тренажер оператора – це мультимедійний анімаційний імітатор, призначений для відображення стану фізичного обладнання і значень основних робочих параметрів в різних умовах роботи ГПА, створюючи ілюзію роботи з реальною системою. Тренажер може функціонувати в двох режимах: у режимі спостереження і в режимі управління агрегатом (режимі прийняття рішень).

У режимі спостереження молодий спеціаліст спостерігає за роботою імітатора, який демонструє різні режими роботи САУ ГПА. У режимі управління оператор може виконати деякі віртуальні дії (запустити або зупинити агрегат, перевести його в інший режим роботи), спостерігаючи при цьому значення основних параметрів та показників роботи ГПА.

Завдання тренаж на імітаторі САУ ГПА – відтворення нормальних режимів роботи і екстремальних ситуацій в роботі ГПА, які вимагають від оператора знаходження оптимального рішення за короткий проміжок часу. Після роботи з тренажером-імітатором оператор переходить до атестаційної підсистеми ГПА.

Атестаційна підсистема ГПА є набором психологічних і психодіагностичних тестів для перевірки стану здоров'я, психологічних та психофізіологічних якостей операторів ГПА, також у цю підсистему входить блок тестів для перевірки професійної придатності та готовності оператора до виконання своїх обов'язків.

Для успішної атестації молодший спеціаліст повинен послідовно "пройти" всі набори тестів. У той же час змінні оператори проходять тільки два види тестів: тести перевірки знань і навичок та психологічні тести.

У випадку невдалого проходження першої групи тестів, фахівцеві видається повідомлення про те, що його психофізіологічні якості не відповідають нормам щодо виконання обов'язків оператора ГПА. Якщо оператор не проходить другий блок тестів, йому рекомендується знову перейти до навчальної підсистеми і тренажеру-імітатора для подальшого вивчення роботи ГПА.

У разі негативних результатів третього тесту змінний оператор повинен бути тимчасово відсторонений від виконання своїх обов'язків. У результаті успішного проходження всіх тестів оператору видається повідомлення про його готовність до роботи. Результати проходження тестів і протокол роботи оператора з тренажером в режимі керування агрегатом записуються в інформаційну базу даних.

Перевагою багатофункціональних комп'ютерних тренажерних комплексів є те, що опрацювання теоретичного матеріалу, вивчення режимів роботи агрегату і отримання практичних навичок роботи з агрегатом проводяться в єдиному комплексі.

Література

1. Семенова И.И. Компьютерные тренажеры в нефтегазовой отрасли: обзор [Электронный ресурс] / Режим доступа к ресурсу: <http://semenova-ii.narod.ru/index.html>.
2. Алгоритм системи автоматичного керування ГПА-Ц1-16С з газотурбінним двигуном ДГ-90Л2 КС “Долина”. – Львів, 2003. – 62с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 24.12.2010 р.

Рекомендовано до друку д.т.н., професором Заміховським Л.М..

FLOW DIAGRAM OF COMPUTER TRAINER COMPLEX OF OPERATORS OF GAS PUMPING OVER AGGREGATES GPA-TS1-16C

R. M. Matviyenko

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;

76019, Ivano-Frankivsk, st. Carpats'ka street, 15;

ph. +380 (3422) 4-80-00; e-mail: romanager@rambler.ru

Necessity of creation of computer trainer complexes for a study and preparation of operators of difficult technological objects is mentioned, a structure of computer trainer complex for a study and verification of readiness of operators GPA, and also method of work with an aforementioned trainer complex are resulted.

Keywords: *computer trainer complex, gas pumping over aggregate.*

УДК 681.518.54

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРІОДУ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ВЕРТИКАЛЬНОГО ВАЛКОВОГО МЛИНА AG-MPS 180BK

Л. М. Заміховський, С. В. Зікратий, Р. Б. Скрип'юк

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-80-00; e-mail: ktsu@nung.if.ua*

Розглядається процедура визначення оптимального міжконтрольного періоду технічного стану робочих органів млина AG-MPS 180BK – помельних валків і бігової доріжки помельної чаші, методом параметричної ідентифікації за уточненою перехідною характеристикою млина.

***Ключові слова:** об'єкт контролю, модель взаємодії, період контролю, граф взаємодії, показник готовності.*

Вступ

Вертикальні валкові млини використовуються в системах приготування пиловугільної суміші, яка є заміником природного газу і використовується на найбільш енергоємних підприємствах: в котельних установках енергоблоків теплових електростанцій, на металургійних комбінатах шляхом вдування пилевугільної суміші в доменні печі, в цементній промисловості в технологічному процесі випалювання клінкеру тощо. Один з таких вертикальних валкових млинів типу AG-MPS 180BK (далі по тексті – млин) використовується на ВАТ “Івано-Франківськцемент”. Млинам притаманний такий основний недолік, як швидке зношування поверхонь робочих органів – помельних валків і бігової доріжки помельної чаші [1], у зв'язку з чим актуальним є завдання контролю їх технічного стану в процесі експлуатації [2]. Як один із можливих шляхів її вирішення в [3] запропоновано визначати діагностичну ознаку технічного стану робочих органів млина на основі методу його параметричної ідентифікації за уточненою перехідною характеристикою млина, на якій базується розроблений метод контролю.

Враховуючи, що для ефективного використання розробленого методу контролю необхідно знати оптимальний період, через який необхідно проводити контроль технічного стану робочих органів млина, в статті розглядається процедура визначення оптимального періоду його контролю.

Процедура визначення оптимального періоду контролю

З точки зору об'єкта діагностування (контролю) (ОК) млин можна віднести до об'єктів неперервного використання, який періодично діагностується в спеціальному режимі. Вибір періодичного режиму контролю обумовлений тим, що проведення діагностичної процедури вимагає

зупинки млина та зняття розгінної (перехідної) характеристики. Технічні засоби контролю (ТЗК) (система діагностування), які реалізують розроблений метод контролю, володіють скінченою надійністю [4].

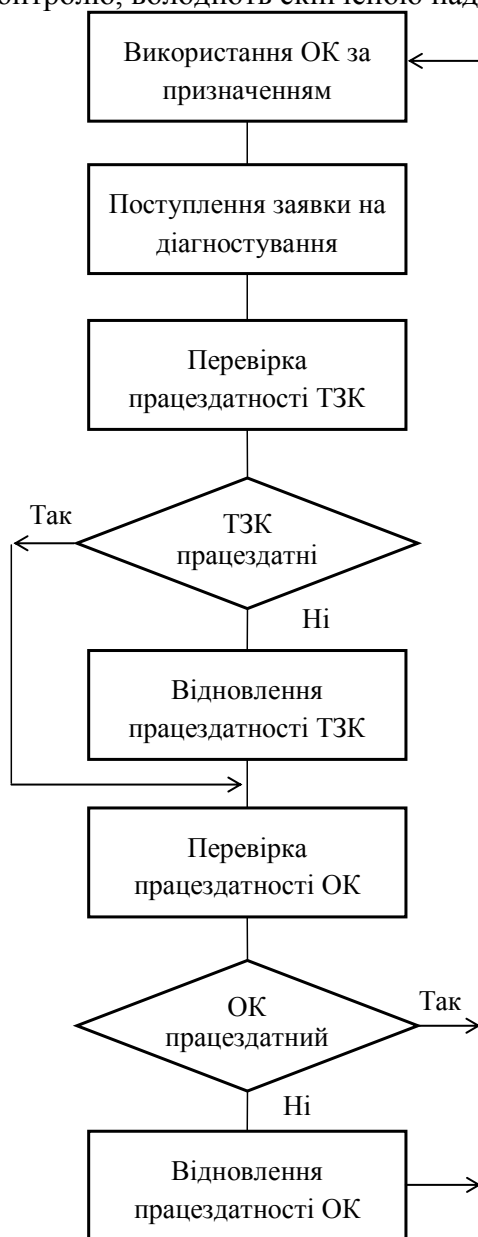


Рисунок 1. Алгоритм діагностування млина

Розглянемо модель взаємодії ОК і ТЗК. При поступленні заявки на діагностування млин зупиняється (виводиться з робочого режиму). Перед початком діагностування проводиться перевірка ТЗК на працездатність (самоконтроль ТЗК). Якщо ТЗК працездатні, то проводиться контроль працездатності ОК. Якщо за результатами перевірки ТЗК встановлено їх непрацездатність, то спочатку проводиться відновлення ТЗК, а лише потім контроль працездатності ОК. Причому на час відновлення

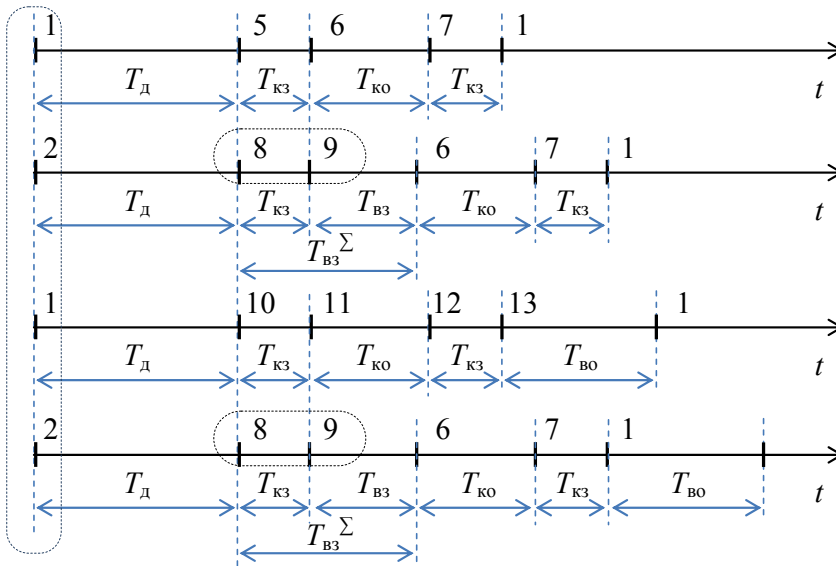
ТЗК ОК повертається в робочий режим. Якщо за результатами перевірки встановлено, що ОК працездатний, то знову перевіряється працездатність ТЗК. Аналогічна перевірка ТЗК проводиться і у випадку отримання негативного діагнозу відносно ОК. Працездатний ОК переводиться в робочий режим після самоконтролю ТЗК, а непрацездатний – після відновлення працездатного стану [5]. Алгоритм діагностування ОК наведеного на рис. 1.

Таблиця 1. Стани системи діагностування при періодичному діагностуванні ОК неперервного використання

Номер стану	Стан об'єкту діагностування	Стан технічних засобів контролю
1	Працездатний ОК в робочому режимі	Працездатні ТЗК виключені
2	Працездатний ОК в робочому режимі	Непрацездатні ТЗК виключені
3	Непрацездатний ОК в робочому режимі	Працездатні ТЗК виключені
4	Непрацездатний ОК в робочому режимі	Непрацездатні ТЗК виключені
5	Працездатний ОК в спеціальному режимі очікує діагностування	Перевірка працездатності ТЗК
6	Перевірка працездатності працездатного ОК	Працездатні ТЗК в робочому режимі
7	Працездатний ОК в спеціальному режимі очікує переведення в робочий режим	Повторна перевірка працездатності ТЗК
8	Працездатний ОК в спеціальному режимі очікує діагностування	Перевірка працездатності непрацездатних ТЗК
9	Працездатний ОК в спеціальному режимі очікує діагностування	Відновлення працездатності ТЗК
10	Непрацездатний ОК в спеціальному режимі очікує діагностування	Перевірка працездатності ТЗК
11	Перевірка працездатності непрацездатного ОК	Працездатні ТЗК в робочому режимі
12	Непрацездатний ТЗК в спеціальному режимі очікує відновлення	Повторна перевірка працездатності ТЗК
13	Аварійне відновлення непрацездатного ОК	Працездатні ТЗК в робочому режимі
14	Непрацездатний ТЗК в спеціальному режимі очікує діагностування	Перевірка працездатності непрацездатних ТЗК
15	Непрацездатний ТЗК в спеціальному режимі очікує діагностування	Відновлення непрацездатних ТЗК

Система діагностування може перебувати в 15-ти несумісних станах (табл. 1).

Для кожного з 4-х початкових станів будемо циклограми взаємодії ОК і ТЗК (рис.2).



T_d – період діагностування;
 $T_{ко}$ – час контролю об'єкту;
 $T_{кз}$ – час контролю засобів;
 $T_{во}$ – час відновлення об'єкту;
 $T_{вз}$ – час відновлення засобів;
 $T_{вз}^{\Sigma}$ – сумарний час відновлення засобів (час контролю + час відновлення)

Рисунок 2. Циклограми моделі взаємодії ОК і ТЗК

Для побудови моделі взаємодії елементів СД стани 1,2,3,4 об'єднаємо в один стан (I), що відповідає перебуванню ОК, в якому може бути хоча б один дефект, в робочому режимі, ТЗК в яких також може бути дефект виключені. Стани 5,6 та 7 відповідно нумеруємо II, III, IV. Стани 8 та 9 об'єднуємо в один узагальнений стан (V), що відповідає стану, в якому працездатний ОК у спеціальному режимі очікує діагностування, відбувається перевірка працездатності та відновлення ТЗК. Станам 10, 11, 12, та 13 присвоюємо відповідно номери VI, VII, VIII та IX. Стани 14 та 15 об'єднуємо в один узагальнений стан (X), що відповідає стану, в якому непрацездатний ОК в спеціальному режимі очікує діагностування: відбувається перевірка працездатності та відновлення ТЗК. Таким чином, кількість узагальнених станів дорівнюватиме десяти.

На основі визначених станів будемо граф взаємодії елементів СД (рис.3).

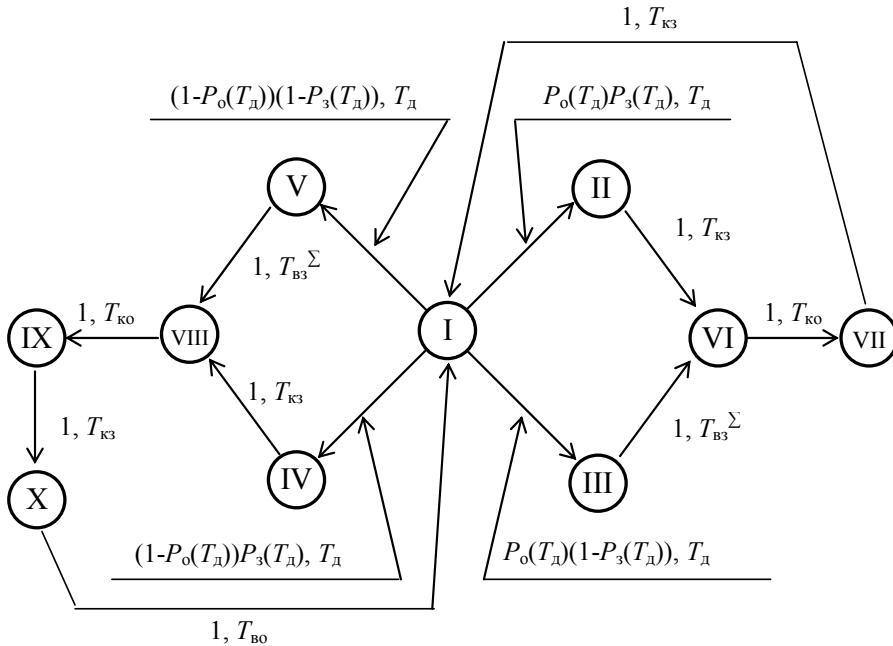


Рисунок 3. Граф взаємодії елементів системи

Використовуючи граф (рис. 3) запишемо систему рівнянь на основі правила [5]

$$\pi_i = \sum_{j=1}^n \pi_j p_{ij}, \text{ при умові } \sum_{i=1}^n \pi_j = 1,$$

де π_i – стаціонарна ймовірність перебування СД в стані s_i без врахування середньої тривалості T_i перебування в цьому стані; p_{ij} – стаціонарна ймовірність перебування СД в стані s_i з врахуванням тривалості T_i перебування в цьому стані.

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \pi_7 + \pi_{10} \\ \pi_2 &= \pi_1 P_o(T_d) \cdot P_3(T_d) \\ \pi_3 &= \pi_1 P_o(T_d) \cdot [1 - P_3(T_d)] \\ \pi_4 &= \pi_1 [1 - P_o(T_d)] \cdot P_3(T_d) \\ \pi_5 &= \pi_1 [1 - P_o(T_d)] \cdot [1 - P_3(T_d)] \\ \pi_6 &= \pi_2 + \pi_3 \\ \pi_7 &= \pi_6 \\ \pi_8 &= \pi_5 + \pi_4 \\ \pi_9 &= \pi_8 \\ \pi_{10} &= \pi_9 \end{aligned} \tag{1}$$

Як базову обираємо першу перевірку в якості базової ($\pi_6 = \pi_1$) та знаходимо безрозмірні коефіцієнти типу $A_j = \frac{\pi_j}{\pi_6}$

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 1 \\
 A_2 &= P_0(T_d) \cdot P_3(T_d) \\
 A_3 &= P_0(T_d) \cdot [1 - P_3(T_d)] \\
 A_4 &= [1 - P_0(T_d)] \cdot P_3(T_d) \\
 A_5 &= [1 - P_0(T_d)] \cdot [1 - P_3(T_d)] \\
 A_6 &= A_7 = P_0(T_d) \\
 A_8 &= A_9 = A_{10} = 1 - P_0(T_d)
 \end{aligned} \tag{2}$$

Визначаємо тривалості перебування системи діагностування в кожному із станів за формулою

$$T_i = \sum_{j=1}^l p_{ij} M(\tau_{ij}),$$

де $M(\tau_{ij})$ – умовна середня тривалість перебування СД в стані s_i до переходу в стан s_j за умови, що перехід здійснюється миттєво, p_{ij} – ймовірність переходу з i -го стану в j -й стан. Згідно графу представлено на рис.2 отримуємо

$$\begin{aligned}
 T_1 &= T_d \\
 T_2 &= T_4 = T_7 = T_9 = T_{кз} \\
 T_3 &= T_5 = T_{вз}^{\Sigma} \\
 T_6 &= T_8 = T_{ко} \\
 T_{10} &= T_{во}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Оскільки з усіх десяти станів системи діагностування лише в першому ОК використовується за призначенням, то показник готовності визначатиметься за наступною формулою

$$\Pi_r = \frac{A_1 T_{01}}{\sum_{i=1}^{10} A_i T_i},$$

де T_{01} – середня тривалість безперервної бездефектної роботи в період діагностування, яку можна визначити, як

$$T_{01} = \int_0^{T_d} P_0(t) dt,$$

де $P_0(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи млина.

Враховуючи, що напрацювання до відмови млина розподілено за показниковим законом розподілу $P_0(t) = \exp(-\lambda_0 t)$, де λ_0 – інтенсивність відмов ОК, отримуємо

$$T_{01} = \frac{1}{\lambda_0} [1 - \exp(-\lambda_0 T_d)].$$

Таким чином,

$$\Pi_r = \frac{\frac{1}{\lambda_o} [1 - \exp(-\lambda_o T_d)]}{T_d + P_3(T_d) \cdot T_{кз} + [1 - P_3(T_d)] \cdot T_{вз}^\Sigma + P_o(T_d) \cdot (T_{ко} + T_{кз}) + [1 - P_o(T_d)] \cdot (T_{ко} + T_{во} + T_{кз})} \quad (4)$$

З врахуванням того, що напрацювання до відмови ТЗК розподілені за показниковим законом, $P_3(t) = \exp(-\lambda_3 t)$, де λ_3 – інтенсивність відмов ТЗК, формулу (4) можна представити у вигляді

$$\Pi_r = \frac{\frac{1}{\lambda_o} [1 - \exp(-\lambda_o T_d)]}{T_d + \exp(-\lambda_3 T_d) \cdot T_{кз} + [1 - \exp(-\lambda_3 T_d)] \cdot T_{вз}^\Sigma + \exp(-\lambda_o T_d) \cdot (T_{ко} + T_{кз}) + [1 - \exp(-\lambda_o T_d)] \cdot (T_{ко} + T_{во} + T_{кз})} \quad (5)$$

Згідно експлуатаційної інформації:

$$T_{ко} = 5 \text{ хв}$$

$$T_{кз} = 1 \text{ хв}$$

$$T_{во} = 72 \text{ год}$$

$$T_{вз} = 30 \text{ хв}$$

$$\lambda_o = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/год}$$

$$\lambda_3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год}$$

Підставивши ці значення в формулу (5) отримаємо залежність показника готовності млина від періоду контролю. Графічне представлення, якої наведено на рис.4.

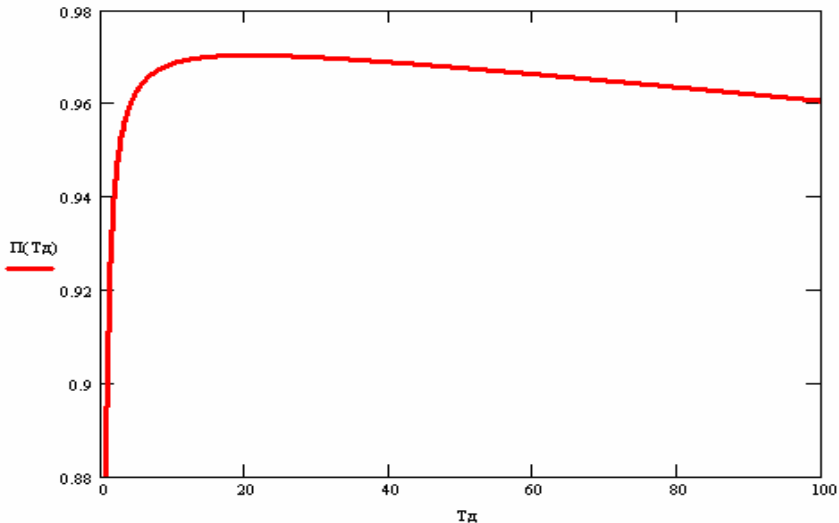


Рисунок 4. Графік залежності показника готовності млина від періоду контролю

Як видно з рис. 4, максимальне значення показника готовності 0.97 досягається при періоді діагностування 24 год (один раз на добу), в той же час при періоді діагностування 96 год (4 доби) показник готовності становить 0.96, що гірше від максимального лише на 1%.

Висновок

Викладене вище дає підстави вважати, що за показника готовності 0.96 найбільш оптимальне значення періоду контролю становитиме 4 доби.

Література

1. Скрипюк Р.Б. Аналіз факторів, що обумовлюють стан вертикального валкового млина як об'єкта контролю [Текст] / Р.Б. Скрипюк // Наукові вісті інституту менеджменту і економіки «Галицька академія». – Івано-Франківськ. – 2007. – Вип. 2(10). – С. 4–8.
2. Шевченко А.Ф. Пути интенсификации помола цемента [Текст] / А.Ф. Шевченко, А.А. Салей, А.А. Сигунов, Н.П. Пескова // Вопросы химии и химической технологии . – 2008. – №5. – С. 129-137.
3. Заміховський Л.М. Вибір діагностичної ознаки технічного стану робочих органів вертикального валкового млина AG-MPS 180BK на основі методу його параметричної ідентифікації за уточненою перехідною характеристикою органів [Текст] / Заміховський Л.М., Скрипюк Р.Б. // Вісник НТУ «ХП». - № 52. -2010. – С. 134-140.
4. Заміховський Л.М. Проектування систем діагностування [Текст]: навч. посіб. /Л.М.Заміховський, В.П.Калявін. – Івано-Франківськ, вид-во "Полум'я", 2004. – 247с.
5. Калявін В.П. Организация систем диагностирования судового оборудования [Текст] /В.П.Калявін, А.М.Малышев, А.В.Мозгалеvский. – Л.: Судостроение, 1991. – 168с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 16.12.2010 р.

Рекомендовано до друку д.т.н., професором Семенцовим Г.Н.

DETERMINATION OF OPTIMUM PERIOD OF CONTROL OF TECHNICAL BEING OF VERTICAL VALC MILL AG-MPS 180BK

L. M. Zamikhovsky, S. V. Zikraty, R. B. Skrip'yuk

Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;

76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'ka, 15;

ph. +380 (3422) 4-80-00; e-mail: ktsu@nung.if.ua

Procedure of determination of optimum intercontrol period of the technical being of working organs of mill of AG-MPS 180BK – milling valcs and racecourse of milling bowl is examined, by the method of parametric idenentification after the specified transitional description of mill.

Key words: *control object, model of co-operation, control period, graf of co-operation, index of readiness.*

УДК 004.891.3

МЕТОДИ І АЛГОРИТМИ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ У WEB-ОРІЄНТОВАНИХ СИСТЕМАХ ДИСТАНЦІЙНОГО ДІАГНОСТУВАННЯ РІВНЯ ЗНАНЬ

Ю. В. Безгачнюк

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-80-00; e-mail: yurkovskiy@gmail.com*

В статті розглянуто методи і алгоритми захисту інформації у Web-орієнтованих системах дистанційного діагностування рівня знань, а також наводиться реалізація відповідного апарату в системі d-tester, яка використовується на кафедрі КТіСУ ІФНТУНГ.

Ключові слова: захист інформації, діагностування рівня знань, комп'ютерне тестування.

Вступ

На сьогоднішній день великої популярності досягла дистанційна форма навчання. Для цього використовуються сучасні засоби обчислювальної техніки, а, особливо, засоби і сервіси, які надає всесвітня мережа Інтернет. Web-орієнтовані системи діагностування рівня знань, а також окремі модулі, які складовими систем дистанційного навчання, як і будь-яка web-орієнтована інформаційна система не позбавлена проблем, пов'язаних із безпекою.

Програмно-технічні методи і засоби є технічною основою систем захисту інформації. Застосування таких засобів здійснюється структурними органами у відповідності з прийнятою політикою інформаційної безпеки, як описана в нормативно-методичних документах.

Для того, щоб сформувати оптимальний комплекс (набір) програмно-технічних методів і засобів захисту інформації, необхідно пройти такі етапи:

- визначення інформаційних і технічних ресурсів, які підлягають захисту;
- виявлення повної множини потенційно можливих загроз і каналів витоку інформації;
- проведення оцінки вразливості і ризиків інформації при існуючій множині загроз і каналів витоку;
- визначення вимог до системи захисту;
- здійснення вибору засобів захисту інформації і їх характеристики;
- впровадження і організація використання вибраних заходів, способів і засобів захисту;
- здійснення контролю цілісності і управління системою захисту.

До системи захисних методів і засобів входять програмні методи, апаратні засоби, захисні перетворення, а також організаційні заходи. На рис. 1 показаний склад захисних методів і засобів [1].

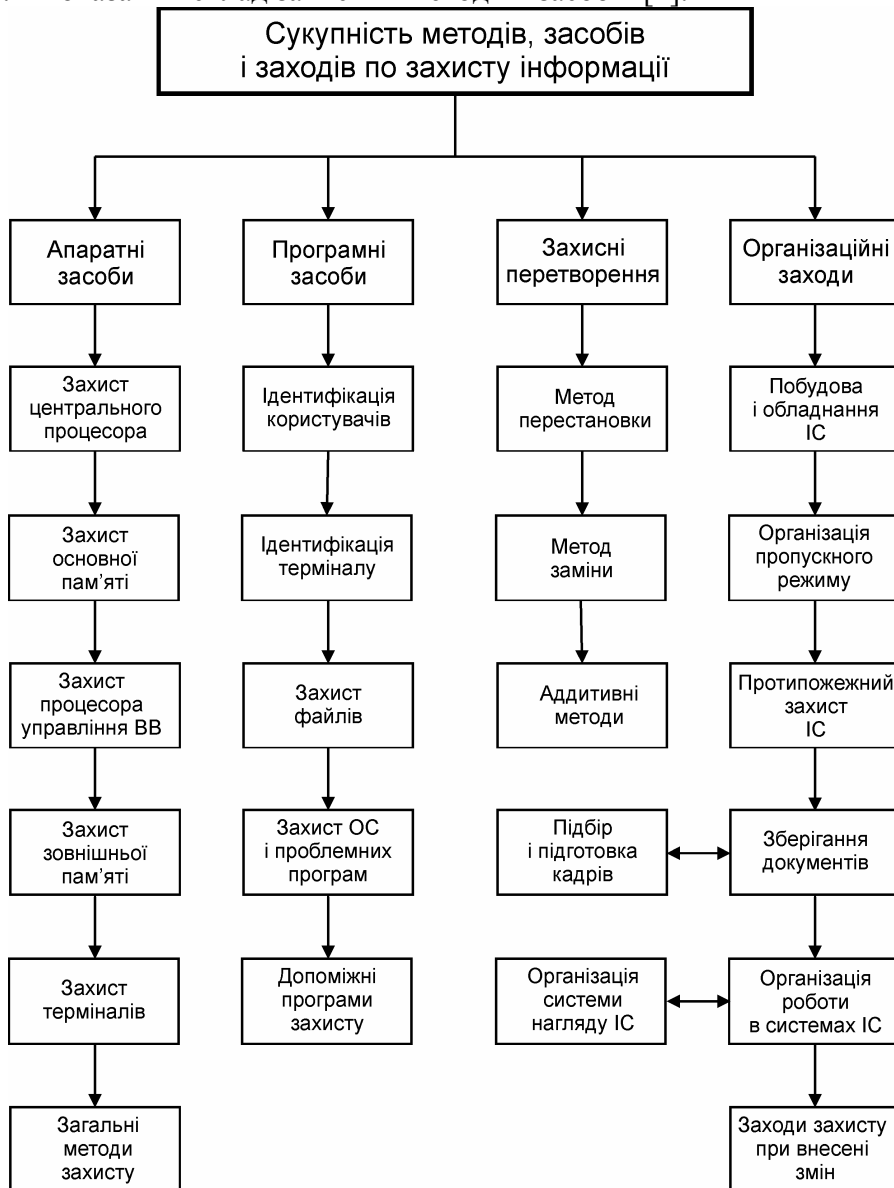


Рис. 1. Сукупність методів, засобів і заходів з захисту інформації

Сутність апаратного або схемного захисту полягає в тому, що в пристроях і технічних засобах обробки інформації передбачається наявність спеціальних технічних рішень, що забезпечують захист і контроль інформації, наприклад екрануючі пристрої, які локалізують електромагнітні випромінювання або схеми перевірки інформації на парність, яка здійснює контроль за правильністю передачі інформації між різними пристроями ІС.

Програмні методи захисту – це сукупність алгоритмів і програм, що забезпечують розподіл прав доступу і виключають несанкціоноване використання інформації.

Сутність методів захисних перетворень полягає в тому, що інформація, яка зберігається в системі і передається каналами зв'язку, подається у певному коді, що виключає можливість її безпосереднього використання.

Лише комплексне використання різного роду захисних заходів може забезпечити надійний захист, так як кожний прийом або метод має свої слабкі і сильні сторони.

З точки зору програмної реалізації неможливо охопити апаратні засоби і організаційні заходи щодо захисту інформації, тому, в даній статті буде розглянуто лише програмні засоби і захисні перетворення, які в більшості випадків виступають разом, а не окремо.

Використання web-орієнтованих інформаційних систем передбачає обмін інформацією між клієнтом і сервером, що в більшості випадків реалізується за допомогою HTML-форм. Для систем дистанційного оцінювання рівня знань це переважно такі управляючі елементи, як: радіо-кнопки, поля для вводу, прапорці і списки вибору. При передачі інформації на сервер, в атрибутах вище перелічених управляючих елементів передається службова інформація. При аналізі деяких популярних систем дистанційного навчання і комп'ютерного тестування з використанням Web, було виявлено значні недоліки в реалізації алгоритмів генерації форм з точки зору безпеки, а саме в атрибуті управляючих елементів містилась службова інформація, яка давала змогу частково, а в деяких випадках і повністю, дати правильну відповідь на те чи інше завдання, що є неприпустимим [2].

Для вирішення даної проблеми в системі дистанційного діагностування рівня знань студентів d-tester використовується метод заміни значень службових ідентифікаторів. Суть даного методу полягає в наступному:

- на форму управляючі елементи поміщуються із значеннями службових атрибутів у строгій послідовності (1, 2, 3, 4 ... n);
- реальні значення зберігаються в масиві, який розміщений у файлі (сховищі) сеансу, який для кожного користувача генерується окремо.

Алгоритм роботи методу заміни значень службових ідентифікаторів працює так:

- варіанти відповідей на деякі завдання у файлі (сховищі) сеансу зберігаються у структурах, імена яких мають такий формат `ans_<номер_завдання>_<номер_варіанту_відповіді>`;

- генерується масив із послідовними значеннями номерів варіантів відповідей для даного завдання ([індекс]=>значення)

```
ans_num = Array ([0]=>1 [1]=>2 [2]=>3 [3]=>4 [4]=>5 [5]=>6 )
```

- елементи масиву випадково переміщуються по масиву (змінюється індекс елемента);

```
ans_num = Array ([0]=>3 [1]=>5 [2]=>1 [3]=>4 [4]=>2 [5]=>6 )
```

- при генеруванні HTML-форми значення службових атрибутів для управляючих елементів вибираються із значень індексів масиву `ans_num`, тобто є завжди послідовними (для вище наведеного прикладу 0 ... 5;

- аналіз відповіді користувача відбувається шляхом визначення значення елемента масиву `ans_num` у відповідності до вибраного індексу користувача;

- згідно із внутрішнім представленням варіантів відповідей на тестові завдання в системі `d-tester`, для подальшої обробки використовуються вже значення елементів масиву `ans_num` для подальшої перевірки вибраного варіанту.

При використанні мультимедіа ресурсів у варіантах відповідей для завдань закритого типу, існує можливість ідентифікувати правильний / неправильний варіант за назвою ресурсів, яка не змінюється і є сталою. Мультимедіа ресурс поміщується на HTML-сторінку шляхом використання деякого контейнера (наприклад ``) із вказуванням атрибуту, в якому записується шлях до файлу деякого ресурсу [2].

Для вирішення цієї проблеми в системі `d-tester` використовується алгоритм заміни шляху до файлу ресурсу.

Алгоритм працює наступним чином:

- генерується деяка випадкова послідовність;
- генерується значення хеш-функції від попередньо згенерованої випадкової послідовності;

- значення хеш-функції є індексом елемента масиву, значенням якого є реальний шлях до файлу;

- при виведенні зображення на HTML-сторінку викликається проміжний сценарій, в який передається значення хеш-функції, відповідно, у файлі сценарію згідно переданого значення визначається реальний шлях до файлу шляхом аналізу вмісту елемента масиву із відповідним індексом.

Використання описаних вище простих алгоритмів заміни підвищує об'єктивність оцінювання рівня знань осіб, котрі навчаються, що і є головною метою використання подібних систем.

Література

1. Домарев В. Защита информации и безопасность компьютерных систем [Текст] / В. Домарев. – К.: "ДиаСофт", 2005. – 672 с.
2. Безгачнюк Ю. В. Проблеми захисту інформації в Web-орієнтованих системах дистанційного діагностування рівня знань / Ю. В. Безгачнюк // Наукові вісті інституту менеджменту та економіки "Галицька Академія". – 2009. – №1. – с. 32-35. – Бібліограф.: с. 35.

Стаття надійшла до редакційної колегії 24.12.2010 р.

Рекомендовано до друку д.т.н., професором Заміховським Л.М..

**METHODS AND ALGORITHMS FOR DATA PROTECTION IN
WEB-ORIENTED SYSTEMS OF DISTANCE DIAGNOSTICS OF
KNOWLEDGE'S LEVEL****Y. V. Bezgachnyuk**

*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;
76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'ka, 15;
ph. +380 (3422) 4-80-00; e-mail: yurkovskiy@gmail.com*

This article describes methods and algorithms for data protection in Web-oriented systems of distance diagnostics of knowledge's level. Also provides the implementation this algorithms in d-tester system, which is used at the department KTSU IFNTUOG

Keywords: *data protection algorithms, web-oriented systems of distance diagnostics of knowledge's level*

ПРОБЛЕМИ СІЛЬСЬКОЇ ОСВІТИ В УКРАЇНІ ТА ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ СІЛЬСЬКИХ ШКІЛ ПРИКАРПАТСЬКОГО РЕГІОНУ

Н. І. Іванюк², Л. О. Сав'юк¹

¹Приватний вищий навчальний заклад "Галицька академія";
76006, м. Івано-Франківськ, вул. Вовчинецька, 227;
e-mail: Ivanuk1@pochta.ru

²Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-80-00, e-mail: lorasavuk@rambler.ru

Наведено аналіз сучасного стану якості сільської освіти в Україні, проблеми функціонування освітянської інфраструктури села та запропоновано шляхи подолання непростой ситуації у сільській освіті.

Ключові слова: сільська освіта, дистанційна освіта, інформаційно-комунікаційні технології.

Проблема якості освіти в Україні стала особливо актуальною останніми роками. Яскравим вираженням цієї тенденції є введення відповідних положень до нормативних документів, а також розвиток інституційних механізмів, що забезпечують якість освіти середніх навчальних закладів.

У сучасній Європі вона сприймається як об'єкт суспільного єднання і консолідації різних національних освітніх систем. Так, в угоді ЄС (Розділ 3, стаття 149) зазначається [1], що європейська спільнота сприятиме розвитку якісної освіти заохоченням до співпраці між країнами членами ЄС і, якщо необхідно, підтримки і доповнення їх дій, поважаючи водночас відповідальність країн-членів за зміст навчання й організацію освітніх систем, їхню культурну та мовну різноманітність.

Якість освіти в Україні розглядається здебільшого як: якість освітнього середовища; якість результатів освітнього процесу.

Необхідність адаптації національної системи кваліфікацій України до європейської системи кваліфікацій (EQF) та запровадження нових підходів до рівня знань, навичок, особистісних і професійних компетентностей випускників середніх навчальних закладів потребує радикальної організаційної перебудови навчального процесу у середніх навчальних закладах разом із необхідністю впровадження нових освітніх підсистем.

Сучасна освіта для вирішення нагальних проблем вимагає поєднання державного та громадського управління, залучення до співпраці депутатів усіх рівнів, батьків, впливових представників територіальних громад.

Яким чином ми у співпраці з громадськістю намагаємось вирішувати питання пошуку шляхів підвищення якості освіти сільських учнів?

Сьогодні сільській школі повинні допомагати всі, оскільки вона є центром формування та розвитку особистості, важливим чинником закріплення молоді на селі, продовженням життя села, без якого не може мати майбутнього держава. Адже, українське село – це оберіг мови, народних національних традицій, духовності. Саме село плекає таланти. Більшість видатних вчених, діячів культури і мистецтва, державних діячів родом із села.

Як свідчать статистичні дані [2], у сільській місцевості налічується близько 14 тисяч 200 загальноосвітніх навчальних закладів, тобто 70 відсотків їх загальної кількості, де навчається майже 2 млн. учнів (34,7% школярів країни). Тому освіта в сільській місцевості є потужною і складає основу всієї освітянської галузі країни.

На жаль, мусимо констатувати, що забезпечення громадян у сільській місцевості якісною та доступною освітою, порівняно з освітою в містах, поки що не досягнуто. Про це свідчать результати моніторингу якості освіти та рівня знань учнів, які проходили незалежне тестування.

Переважна більшість вищих навчальних закладів, до яких звернувся Комітет Верховної Ради України з питань науки і освіти, зазначили, що рівень підготовки учнів міських шкіл вищий, ніж тих, хто закінчили сільські школи. Адже кращі результати під час екзаменаційних сесій показали випускники ліцеїв, гімназій, спеціалізованих та профільних шкіл міста [3].

Про нерівні умови навчання та розвитку дітей сільської місцевості порівняно з міськими свідчить і той факт, що майже у половині сіл України (48 відсотків) учні не можуть навчатися за місцем проживання, тобто в них відсутні загальноосвітні навчальні заклади [3].

Упродовж останніх 5-и років кількість учнів, які навчаються у загальноосвітніх навчальних закладах сільської місцевості зменшилося на 360,3 тисячі (16,6%) [4].

Навчальними комп'ютерними комплексами забезпечено лише 39% сільських загальноосвітніх навчальних закладів. Це означає, що на 75 школярів припадає один комп'ютер. Підключення до Інтернету у місті має один учень із 50, у селі – один із 500 [5].

На сьогодні через демографічні, економічні та соціальні причини існує низка неврегульованих питань щодо діяльності сільських навчальних закладів, зокрема:

1. Нестача педагогічних кадрів в сільських навчальних закладах, що ускладнює процес поліпшення якості навчального процесу також і обмежений доступ учителів до фахових інформаційних джерел, адже лише кожна 10 школа на селі передплачує фахові журнали.

2. В більшості сільських шкіл немає кабінетів з сучасним обладнанням, новітніми технічними засобами навчання, що перешкоджає формуванню особистості, яка зможе вільно орієнтуватися в полікультурному інформаційно-технічному просторі.

3. Проблема в організації підвезення учнів, які проживають за межею пішохідної доступності. Статистичні данні свідчать, що понад 297 тисяч учнів та понад 35 тисяч педагогічних працівників (11%) проживають за межею пішохідної доступності, а в районах, що мають статус гірських, цей показник сягає 100 відсотків [3]. Ситуацію дещо поліпшено з прийняттям Державної програми “Шкільний автобус” [6].

4. Технічний стан будівель загальноосвітніх навчальних закладів на селі викликає занепокоєння, значна частина шкільних будівель фізично і морально застаріла. В аварійному стан перебувають близько 600 загальноосвітніх навчальних закладів. Капітального ремонту потребують понад 2,5 тисяч навчальних закладів. Вимагають оновлення меблі, навчальне устаткування кабінетів. Переважна більшість шкіл не мають спортивних залів. Низьким залишається відсоток шкіл з необхідним технічним обладнанням. Зокрема, кожне п’яте шкільне приміщення на селі не має центрального водяного опалення, понад третину – не забезпечені водогонном. У 21 області України більше половини шкіл не мають каналізації [4].

Проблеми сільської школи все більше стають в центрі уваги держави і громадськості:

- як створити в селі привабливу і досить серйозну систему освіти, надавши пріоритет диференціації й індивідуалізації навчання?
- як привернути увагу громадськості до потреб школи?
- як не допустити згортання мережі малокомплектних шкіл?
- як наповнити шкільну програму національним змістом?
- як уникнути впливу демографічних змін, що кожного року спустошують наші села і школу?

Але безумовно ситуація, у порівнянні з тією, що панувала у сільській освіті 10-15 років тому, поступово починає налагоджуватись. Це пов’язано з тим, що діяльність органів державної та місцевої влади, після подолання кризи трансформаційного періоду 90-х рр. та переведення національної економіки від адміністративно – командної моделі до ринкової, тепер спрямована на відновлення фактично втраченої соціально – гуманітарної інфраструктури суспільства.

28 березня 2008 року рішенням сесії облради була прийнята програма “Розвиток освіти Івано-Франківщини на 2008-2015 роки” [7].

В ній передбачено реалізацію системного реформування галузі та перспективи її вдосконалення. Також враховані особливості нашого краю, демографічну ситуацію та соціальні потреби населення області.

– Підпрограма “Розвиток загальної середньої освіти” забезпечує оптимізацію мережі навчальних закладів усіх типів з метою приведення їх у відповідність до потреб особистості та економічних можливостей районів (міст). На її реалізацію використано 3 млн. 708 тис. грн. Основна мета – доступ до якісної освіти та соціального захисту учасників навчально-виховного процесу.

– На підпрограму “Забезпечення загальноосвітніх шкіл сучасними технічними засобами навчання з природничо-математичних і технологі-

чних дисциплін” витрачено понад 6 млн. 537 тис. грн. Її метою є створення відповідних умов у загальноосвітніх навчальних закладах при запровадженні інноваційних педагогічних технологій.

– Метою підпрограми “Інформатизація та комп’ютеризація загальної середньої освіти” є підготовка підрастаючого покоління до повноцінної плідної життєдіяльності в інформатизованому суспільстві, підвищення якості, доступності та ефективності освіти. Для закупівлі комп’ютерної техніки для навчальних закладів і під’єднання їх до мережі Інтернет виділено понад 4 млн. 640 тис. грн.

Відділ освіти Долинської районної державної адміністрації, відповідно до Положення, працює над реалізацією державної політики в галузі освіти, створенні умов для отримання громадянами повної загальної середньої освіти.

У 2008-2009 навчальному році освітянська мережа району включає 62 заклади освіти. Серед них чотири загальноосвітні заклади нового типу: (дві гімназії, природничо-математичний ліцей, спеціалізована школа № 6), 19 загальноосвітніх шкіл I-III ступенів, 13 загальноосвітніх шкіл I-II ступенів, 8 загальноосвітніх шкіл I ступеня, 1 навчальний комплекс “школа-садок”, 9 дошкільних навчально-виховних закладів, 3 позашкільні установи, міжшкільний навчально-виробничий комбінат, вечірня школа II-III ступенів. Працювали 2 навчальні заклади обласного підпорядкування: Вигодська спецшкола-інтернат, Долинський дитячий будинок.

У закладах різного типу навчалось 9175 учнів у 21 класі, 4259 дітей – учні міських шкіл, 4916 – сільської місцевості; 145 учнів – навчалися індивідуально, 985 дітей охоплено дошкільним вихованням (в тому числі: у закладах міста – 897 дітей, в закладах сільської місцевості – 95 дітей). У навчальних закладах району працювало 20 груп продовженого дня з наповнюваністю 600 учнів, 16 груп короткотривалого перебування з наповнюваністю 215 учнів для підготовки дітей 5-річного віку при загальноосвітніх школах у селах, де немає дошкільних закладів.

У 2009 році повну загальну середню освіту здобувало 887 учнів (з них 78 учнів вечірньої школи), у 9-х класах навчався 1024 учні (10 учнів вечірньої школи).

Самостійне вирішення вказаних проблем місцевими і державними органами влади і управління освітою неможливе без допомоги з боку ініціативних та досвідчених колективів професорсько-викладацького складу найкращих університетів нашої країни.

Університет, будучи продуктом європейської культури, із самого початку прагнув не тільки до знань ради знань, але і до формування знань з метою зростання і зміцнення благополуччя суспільства, тобто завжди був соціально орієнтованим і вкоріненим.

Сучасні інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ), інноваційні підходи до навчального процесу вже сьогодні якісно перетворюють саму природу діяльності університетів в області створення, збереження та передачі знань.

Інноваційні підходи в навчання дають змогу університетам стати помічником і наставником для вчителів та школярів віддалених регіонів, допомогти досягнути школярам рівня знань та вмінь міських шкіл.

Тим забезпечується активний притік досвідчених студентів у стіни ВНЗ та підготовка кваліфікованих кадрів для всіх галузей діяльності в нашій країні.

Диплом елітних державних і комерційних ВНЗ не завжди стає гарантією життєвого успіху і професійного зростання, внаслідок відсутності зв'язку між фундаментальними та професійними знаннями.

Тому серед кваліфікованих спеціалістів по всьому світу популярною стає філософія неперервної освіти, навчання протягом всього життя – Long-Life-Learning [8], яка базується на тому, що людина повинна постійно набувати і оновлювати знання, оскільки будь-які з них стають застарілими і не актуальними. Проблема розвитку вміння та бажання вчитися гостро постає у всьому світі.

Сьогодні значна кількість державних та суспільних діячів в успішній реалізації ідеї Long-Life-Learning бачать основу успішного відбудовування загальноєвропейського соціуму, де цінності саморозвитку особистості, її самостійності, самонавчання, самодіяльності стануть для кожного нормою поведінки [9].

Методи дистанційної освіти на основі технології Long-Life Learning можуть використовуватися:

- спеціалістами різних вікових категорій, що вимагають переваліфікації та підвищення рівня професійних знань;
- широкими колами суспільства, які виявляють бажання отримати додаткову освіту;
- соціальними групи, що виявляють бажання підвищити свій рівень знань в області ІКТ;
- вчителями та учнями міських, особливо сільських шкіл, включаючи підготовку до незалежного тестування;
- випускники середніх навчальних закладів, які мають бажання продовжити навчання в ВНЗ;
- студентами, які виявляють високий рівень знань в процесі навчання, мають можливість та мотивацію до самостійної роботи в структурі систем ДН при суміщенні навчання з професійною діяльністю (магістри);
- окремими категоріями суспільства, що мають об'єктивні обмеження на отримання освіти у стінах ВНЗ, в тому числі люди із різноманітними фізичними вадами.

Враховуючи економічну та політичну ситуацію, що склалася сьогодні в Україні; аналізуючи сучасні реалії у галузі вітчизняної освіти; досліджуючи досвід аналогічних сфер діяльності закордоном, можна запропонувати наступний шляхи подолання непростой ситуації у сільській освіті – це запровадження регіональної програми дистанційної підтримки шкіл Прикарпатського регіону в області.

Вона допоможе значно підвищити рівень якості освіти, що надається сільськими школами; полегшить та пришвидшить адаптацію сільської молоді під час навчання у вищих навчальних та професійно – технічних закладах; поліпшить умови праці та добробут сільських вчителів.

Література

1. Treaty establishing the European Community (Articles 149 to 150) <http://europa.eu.int/eur-lex/lex/en/treaties>.
2. Гринів В. М. Сільська освіта – що далі? / В. М. Гринів. – К.: Газета «Поступ». – № 2 від 13.01.2009 р. – С. 12.
3. Інформаційні матеріали до дня Уряду України і Верховній Раді України з порядком денним: «Про дотримання вимог Конституції України та законів України щодо здобуття якісної освіти в сільській місцевості (10 січня 2006 року). Комітет Верховної Ради України з питань науки і освіти. – К., 2006.
4. Кафарський В. Хто допоможе сільській школі / В. Кафарський // Голос України. – 24 січня, №13 (3763). – 2006.
5. Розвиток сільських територій України. – К.: ІВЦ Держкомстату України, 2008. – 751 с.
6. Постанова кабінету Міністрів України від 16 січня 2003 року № 31 «Про затвердження програми «Шкільний автобус». - <http://mon.gov.ua>.
7. «Програма розвитку освіти Івано-Франківщини на 2008-2015 роки», затверджена рішенням сесії обласної ради від 28.03.2008 №516-20/2008. - <http://if.gov.ua>
8. Глоссарий електронного обучения. <http://nant.ru/itedo/info/index.php?art=glos>.
9. Кудрявцев В.Т. Предпосылки личностного роста в образовании.- <http://www.tovievich.ru/book/15/86/3.html>

Стаття надійшла до редакційної колегії 16.12.2010 р.

Рекомендовано до друку д.т.н., професором Заміховським Л.М.

THE VILLAGE EDUCATION PROBLEM IN UKRAINE AND THE PRECARPATHIAN REGION VILLAGE SCHOOLS DEVELOPMENT PERSPECTIVES

N. I. Ivanjuk², L. O. Savijuk¹

¹"Galitska Academia" Private high School;

Ivano-Frankivsk, st. Vovchynetska, 227;

e-mail: Ivanuk1@pochta.ru

²Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;

76019, Ivano-Frankivsk, st. Carpat'ska, 15;

ph. +380 (3422) 4-80-00; e-mail: lorasavuk@rambler.ru

The Ukrainian village education quality modern situation analysis is presented, the education village infrastructure functioning problems are discussed, the propositions to overcome the difficult situation in the village education are given.

Key words: *village education, distance education, informational and communication technologies.*

Економіка та організація виробництва

УДК 658.152:502:622.014

КЛАСИФІКАЦІЯ ПРИРОДООХОРОННИХ ІНВЕСТИЦІЙ ПРИ РОЗРОБЦІ НАФТОГАЗОВИХ РОДОВИЩ

Я. С. Витвицький, Н. О. Гавадзин

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
кафедра економіки підприємства;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4-23-08; e-mail: econpid@nung.edu.ua*

Розглянуто поняття інвестицій загалом та природоохоронних інвестицій зокрема. Подано класифікацію інвестицій природоохоронного призначення при розробці нафтових та газових родовищ.

***Ключові слова:** інвестиції, природоохоронні інвестиції, класифікація, ознаки, розробка, нафтогазові родовища.*

Актуальність проблеми. Сучасні тенденції економічного розвитку і світова економічна криза 2008-2010 років, а також застарілі підходи до природокористування, призвели до наростання глобальних проблем багатьох регіонів, територій та природних об'єктів, які знаходяться у складному еколого-економічному стані. Не винятком є нафтогазова сфера, у тому числі і в Україні, особливо у випадку виникнення ускладнень у процесах нафтогазовидобування. Підтвердженням цьому є найбільша екологічна катастрофа у Мексиканській затоці, грифонні газопроводи у районі села Лісний Хлібичин Івано-Франківської області, численні аварійні ситуації на свердловинах і нафтогазопроводах, що призвели до забруднення довкілля у місцях розробки нафтових і газових родовищ. Певною мірою, можуть вирішити ці проблеми наукові рекомендації у сфері природоохоронного інвестування, яке здійснюються у процесі розвідки та розробки нафтогазових родовищ та екологізації інвестиційної діяльності загалом.

Аналіз літературних джерел, у яких започатковано вирішення проблеми. У дослідження проблем інвестування та пов'язаних з ним видів економічної діяльності вагомий внесок зробили українські вчені І. Александров, О. Балацький, Б. Буркинський, І. Бистряков, О. Веклич,

Я. Витвицький, В. Горлачук, Т. Галушкіна, І. Гречановська, Л. Гринів, О. Громова, Б. Данилишин, М. Долішній, С. Дорогунцов, С. Ілляшенко, В. Ковальов, Н. Ковальова, Я. Коваль, В. Кравців, О. Лапко, Л. Мельник, Є. Мішенін, В. Міщенко, В. Паламарчук, О. Садченко, Ю. Стадницький, В. Степанов, В. Трегобчук, В. Федоренко, С. Харічков, М. Хвесик, Є. Хлобистов та ін.

Також є очевидними досягнення у вивченні комплексу проблем пов'язаних з екологічними інвестиціями проте, залишаються вкрай актуальними питання дослідження механізмів реалізації природоохоронних інвестицій у нафтогазовидобувному комплексі, особливо тих, що стосуються розробки нафтогазових родовищ. При цьому особливого значення набувають питання класифікації екологічних інвестицій, реалізації екологічного інвестування та реформування інвестиційної сфери у нафтогазовидобуванні, визначенні ролі держави у цьому процесі та розширення сфери дії ринкових механізмів. Ці питання у вітчизняній та закордонній економічній науці опрацьовані недостатньо. Дані обставини обумовили написання цієї статті.

Виклад основного матеріалу дослідження. З формуванням в Україні основ ринкових відносин змінилося наукове розуміння сутності інвестицій, виникли та розвиваються ринкові підходи до їх оцінки та прогнозування форм, методів та принципів здійснення інвестиційної діяльності.

Розглядаючи теоретичні напрацювання щодо сутності інвестицій, можна зробити висновок, що інвестиції – це складне та змістовне поняття, яке відображає економічні процеси, що впливають на виробництво, розподіл, обмін та споживання національного продукту, тобто вони є фундаментальною основою розширеного суспільного відтворення.

До початку 90-х років в Україні категорії «інвестиції» взагалі не знаходились місця, як у теорії, так і на практиці. Уперше ця дефініція у вітчизняній економічній літературі почала зустрічатися для підміни поняття «капітальні вкладення». Інвестиції розглядались, як правило, в якості найважливішого економічного інструменту, який визначає функціонування будівельного комплексу [1]. Значний імпульс для розвитку теорії інвестицій спричинило становлення системи приватного підприємництва та конкуренції в Україні. Піком досліджень можна назвати 90-ті років минулого століття, коли проблемам теоретичного осмислення категорії «інвестиції» та пов'язаних із цим поняттям процесам надавалося особливо багато уваги.

Однак, проведені дослідження стосувались лише визначення категорій «інвестиції», «інвестиційна діяльність», «інвестиційний процес» і аналізу важелів державного впливу й міжнародної інвестиційної діяльності на інвестиційні процеси та розвиток національної економіки. З'ясуванню внутрішньої природи інвестицій надавалося недостатньо уваги, а основні визначення категорій, які зустрічаються в українських економічних виданнях, були запозичені із зарубіжних джерел, де широко розповсюдженою є інтерпретація інвестицій – як набору благ та цін-

ностей, які вкладаються в економічну діяльність із метою одержання доходу (соціального ефекту) у майбутньому.

Так, В.Г. Федоренко у своєму підручнику визначає інвестиції як („invest” з латинської – вклад) вкладення капіталу з метою збільшення його вартості в майбутньому [2]. Губський Б.В. у монографії «Інвестиційні процеси в глобальному середовищі» висвітлив найсуттєвіші характеристики процесів інвестування у національній економічній системі, провів дослідження шляхів і форм інвестиційної взаємодії на міжнародному та глобальному рівнях [3]. Пересада А.А. у монографії «Управління інвестиційним процесом», спираючись на світовий досвід інвестування ринкової економіки, здійснив глибокий аналіз теоретичних засад прискорення інвестиційних процесів в Україні, удосконалив відповідно до сучасного стану економіки України методологічну базу прийняття інвестиційних рішень щодо проектів, які принесуть найбільшу віддачу [4].

Визначення категорії інвестицій знайшло своє відображення і в українській законодавчій базі, а саме в Законі України від 18.09.91 р. «Про інвестиційну діяльність» [5] та в Законі України «Про внесення змін до Закону України «Про оподаткування прибутку підприємств» (від 22.05.97 р.) [6]. Проте, варто зауважити, що в цих Законах у визначення «інвестиція» вкладається різний зміст. Так у Законі України «Про інвестиційну діяльність» зазначено – «...інвестиціями є усі види майнових та інтелектуальних цінностей, що вкладаються в об’єкти підприємницької та інших видів діяльності, у результаті якої створюється прибуток або досягається соціальний ефект».

Такі інвестиції можуть здійснюватися у вигляді [5]:

- коштів, цільових банківських вкладів, паїв, акцій та інших цінних паперів;

- рухомого та нерухомого майна (будинки, споруди, устаткування та інші матеріальні цінності);

- майнових прав, пов’язаних з авторським правом, досвідом та іншими видами інтелектуальної власності;

- сукупності технічних, технологічних, комерційних та інших знань, оформлених у вигляді технічної документації, навичок та виробничого досвіду, необхідних для організації того чи іншого виду виробництва, але не запатентованих ("ноу-хау");

- прав користування землею, водою, ресурсами, будинками, спорудами, обладнанням, а також інші майнові права;

- інших цінностей.

Це визначення має синтетичний характер [1]. По-перше, в ньому показано динамічний характер інвестицій, тобто розкривається взаємозв’язок та процес перетворення інвестиційних ресурсів у активи, що використовуються у підприємницькій діяльності з метою одержання доходу і, по-друге, подано широкий склад можливих майнових та інтелектуальних цінностей, з використанням яких можлива реалізація інвестицій.

У Законі України «Про внесення змін до Закону України «Про оподаткування прибутку підприємств» [6]: «інвестиція – це господарська

операція, яка передбачає придбання основних фондів, нематеріальних активів, корпоративних прав та цінних паперів в обмін на кошти або майно. Інвестиції поділяють на капітальні, фінансові та реінвестиції». Як зазначає Т.В. Майорова, таке визначення дає дещо спрощене трактування інвестицій як господарської операції [1].

Здійснений аналіз засвідчив, що в жодній із згаданих праць і законодавчих актах не відображено особливостей і значення природоохоронних інвестицій. Хоча, на даний час вже проведено ряд досліджень, які стосуються інвестицій природоохоронного призначення.

Так, Хопчан В.В. запропонував трактування інвестицій природоохоронного призначення «як економічного інструменту, що використовується суб'єктами природоохоронної сфери, які вступають у відносини один з одним із приводу питань та об'єктів інвестиційної діяльності для обмеження або виключення негативного впливу на природу, збереження котрої як рівноважної системи є неодмінною умовою існування та розвитку суспільства» [7].

Арестов С.В., розглядаючи понятійно-категоріальний апарат економіко-екологічних досліджень, зазначає, що «природоохоронні інвестиції – це види майнових та інтелектуальних цінностей, вкладених у об'єкти підприємницької та інших видів діяльності, у результаті яких утворюється екологічний, економіко-екологічний, еколого-соціальний ефект. Вони є продуктом коеволюції комерційних та екологічних цілей підприємства» [8].

Аналізуючи результати цих та інших досліджень треба зазначити, що інвестиції природоохоронного призначення суттєво відрізняються від інших напрямків і форм інвестування. Їх виокремлює те, що в екологічні інвестиції може бути залучена велика кількість природокористувачів, оскільки жодна зі сфер людської діяльності не може здійснюватися поза природокористуванням і в результатах цього процесу зацікавлене все людство [9]. Тому ці інвестиції, на відмінну від інших, можуть швидше поєднати ресурси незалежно від форми власності.

Важливою особливістю природоохоронних інвестицій є те, що створюваний від їх реалізації ефект не є очевидним, проявляється у вигляді не додаткових доходів, а, здебільшого, попереджених збитків і не має швидкого терміну окупності. Також ефект від природоохоронних інвестицій часто має синергетичний, екстернальний характер, тобто проявляється у суміжних галузях економіки.

Підсумовуючи викладене, природоохоронні інвестиції можна визначити – як витрати учасників господарської діяльності, що мають за мету збереження, охорону і відтворення навколишнього природного середовища. Це майнові та інтелектуальні цінності, котрі вкладені в об'єкти природоохоронного, виробничого, соціального та іншого призначення для досягнення збалансованого, раціонального природокористування, сталого розвитку соціально-економічних систем та отримання еколого-соціально-економічного ефекту.

Природоохоронні інвестиції повинні здійснюватися системно у просторі та часі. Це пов'язано з тим, що процес не достатнього інвестування з точки зору екологізації можна усунути локальними інвестиціями хоча і не достатньо швидко, в той час як відтворення та покращення якості довкілля загалом або властивостей екосистеми через їхню просторову спільність потребують тривалого періоду та більших зусиль. Тим більше, якщо не здійснювались превентивні інвестиції, то подальші, навіть значні інвестиції, спрямовані на «спробу ліквідувати наслідки» малоефективні і, в основному, призводять до накопичення проблем і погіршення умов відновлення як у суспільстві, так і в екосистемі. Тому інвестиції природоохоронного призначення є основою концепції сталого розвитку.

Також однією з важливих цілей природоохоронного інвестування є поліпшення умов життєдіяльності людини у масштабах регіону, оскільки екологічний стан конкретного природного середовища безпосередньо впливає на наше здоров'я, може викликати різні захворювання, негативні наслідки на фізичний і моральний стан, працездатність [9].

На основі аналізу важливості різних видів інвестиційних процесів та ресурсів у сучасних умовах очевидною стає потреба вдосконалення класифікації інвестицій з врахуванням екологічних аспектів. Питання класифікації інвестицій досліджувалося значною кількістю науковців. Найбільшу кількість класифікаційних ознак інвестицій, а саме 15 виділяється Й.А. Бланком: об'єкт вкладення капіталу, характер участі в інвестиційному процесі, відтворювальна спрямованість, рівень доходності, відношення до інвестора, період інвестування, взаємозв'язок, рівень прибутковості, рівень інвестиційного ризику, рівень ліквідності, форма власності інвестора, характери використання капіталу в інвестиційному процесі, регіональне джерело залучення капіталу, регіональна спрямованість капіталу та галузева спрямованість інвестицій [10].

Узагальнюючи існуючі класифікації інвестицій нами пропонується класифікація природоохоронних інвестицій у нафтогазовидобувному комплексі, яка подана у таблиці 1.

Як зазначає більшість дослідників, найважливішою класифікаційною ознакою, за якою вирізняють інвестицій, є їх поділ за об'єктами вкладання коштів. Тут виокремлюють фінансові і реальні інвестиції. А.А. Пересада, В.Г. Федоренко, Т.В. Майорова, В.Я. Шевчук, П.С. Рогожин трактують фінансові інвестиції як вкладення коштів (майна) у різні фінансові інструменти, фондові (інвестиційні) цінні папери, соціальні (цільові) банківські вклади, депозити та ін., а реальними інвестиціями вони вважають вкладення коштів (майна) у реальні активи [1, 2, 4, 11], які, в свою чергу, поділяються на капітальні вкладення, інновації та інвестиції в нематеріальні активи.

Провідне місце серед реальних інвестицій займають капітальні вкладення, тобто витрати матеріальних, трудових і фінансових ресурсів на відновлення та приріст основних засобів. Інноваціями прийнято вважати вкладання інвестиційного капіталу у нововведення та науково-

технічний розвиток. Інвестиції в нематеріальні активи – це інвестиції в патенти, ліцензії, промислові зразки, торгові знаки, “ноу-хау”, технічну, науково-практичну, інструктивну, технологічну, управлінську, проектно-кошторисну та іншу документацію.

Таблиця 1. Класифікація природоохоронних інвестицій у нафтогазовидобувному комплексі

Класифікаційна ознака	Види природоохоронних інвестицій у нафтогазовидобуванні
1	2
За об'єктами вкладення	- реальні; - фінансові; - екологічні послуги
За екологічним спрямуванням	- збереження та відновлення ландшафту; - зменшення скидів у водне середовище; - зменшення шкідливих викидів у атмосферу; - зменшення шкідливих впливів на геологічне середовище; - зменшення шкідливих впливів на біоту; - уникнення нерационального надкористування.
За характером дії	- випереджуючі; - підтримуючі; - відновлюючі; - поліпшуючі;
За причиною виникнення	- первинні; - похідні.
За характером відтворення	- валові; - чисті.
За формами власності	- державні; - приватні; - іноземні; - спільні.
За територіальним аспектом (місцем інвестування)	- внутрішні; - за кордон.
За джерелами фінансування	- централізовані: бюджетні; - децентралізовані: власні; позичкові; залучені.
За періодом інвестування	- короткострокові; - середньострокові; - довгострокові.
За характером участі інвестора	- прямі; - непрямі.
За ступенем ризику	- безризикові; - ризикові.
За характером здійснення	- активні; - пасивні.

За об'єктами вкладення інвестиції в природоохоронні заходи у нафтогазовидобувній сфері переважно відносяться до реальних інвестицій. До них належать інвестиції, що спрямовуються на підвищення ефективності захисту довкілля у нафтогазовидобуванні; оновлення, розширення та створення нових та допоміжних структурних одиниць природоохоронного призначення; реконструкцію виробничого процесу (переобладнання діючих нафтогазовидобувних промислів новою технікою та впровадження нових технологій); технічне переоснащення виробництва (комплекс заходів, спрямованих на підвищення техніко-екологічного рівня виробництва, за рахунок заміни старого обладнання на нове, ефективніше, запровадження прогресивної технології та ноу-хау, заміни фізично зношеного обладнання).

Освоєння реальних інвестицій є головною формою реалізації стратегії економічного розвитку, у тому числі у природоохоронній сфері. Вони мають високий ступінь протинфляційного захисту, забезпечують стабільні, передбачувані результати. Однак необхідно пам'ятати, що реальні інвестиції у природоохоронні заходи не завжди дають можливість отримати конкретний економічний результат, і він, як правило, проявляється через досить тривалий період часу. Крім того, реальним інвестиціям притаманний високий рівень морального старіння і вони є найменш ліквідними активами.

Щодо фінансових інвестицій у природоохоронній сфері, то найбільш дієвим засобом їх реалізації у сучасних умовах є екологічне страхування. Це – створення за рахунок коштів економічних суб'єктів резервних (страхових фондів), призначених для відшкодування збитків від шкідливого впливу на природне середовище внаслідок непередбачуваних надзвичайних ситуацій. При розробці нафтогазоносних надр власники спеціального дозволу (ліцензії) на користування надрами зобов'язані укладати страхові угоди на випадок завдання екологічної шкоди довкіллю. Екологічне страхування покликане забезпечити економічну відповідальність потенційних екодеструкторів і гарантує економічну захищеність потерпілим.

Об'єктивною тенденцією розвитку сучасної економіки є розвиток ринку екологічних послуг, що надаються різними організаціями та установами на комерційній, договірній або безоплатній основі, виробництво і споживання яких сприяє зниженню інтегрального екодеструктивного впливу на навколишнє середовище [12]. У нафтогазовидобуванні можливе інвестування в екологічні послуги у вигляді аутсорсингу (трансферу новітніх технологій з мінімізації шкідливого впливу на довкілля), навчання персоналу, інструктування тощо.

Також у нафтогазовидобувній сфері, традиційну класифікацію інвестицій пропонується доповнити їх поділом за екологічним спрямуванням (напрямами можливого зменшення деструктивної дії на довкілля). За цією ознакою природоохоронні інвестиції у нафтогазовидобуванні слід поділити на:

- спрямовані на збереження та відновлення ландшафту, що переважно має місце при спорудженні нафтових і газових свердловин, нафтогазопроводів, облаштуванні нафтових і газових родовищ;

- спрямовані на зменшення шкідливих скидів хімреагентів у водне середовище при бурінні нафтових і газових свердловин, нафти та високо мінералізованих пластових вод при розробці нафтових і газових родовищ;

- спрямовані на зменшення шкідливих викидів у атмосферу у результаті роботи дизельних двигунів при бурінні свердловин, випускання попутного газу у процесі розробки нафтових і газових родовищ, шкідливих випаровувань з нафти;

- спрямовані на зменшення шкідливих впливів на геологічне середовище, що має місце у разі неякісного цементування обсадних колон у вигляді забруднення пластових вод та довкілля;

- спрямовані на зменшення шкідливих впливів на біоту (тваринний та рослинний світ), що може мати місце у випадку блокування технічними спорудами (нафтогазопроводами, насипами, транспортними спорудами) шляхів міграції тварин, шуму, вібрації, порушення умов зростання рослин, забруднення рослин нафтою та хімреагентами;

- спрямовані на уникнення нерационального надрокористування, що може мати місце у разі застосування недосконалих систем розробки нафтових і газових родовищ, порушень проектних режимів розробки, застосуванні застарілих, недосконалих технічних засобів тощо.

За характером дії пропонується природоохоронні інвестиції в процесі розвідки і розробки нафтових і газових родовищ розділити за такими групами:

- випереджуючі, що спрямовані на попередження виникнення можливих екологічних проблем, тобто ті, що носять освітній, виховний, профілактичний характер;

- підтримуючі, що спрямовані на збереження нормального стану природних об'єктів;

- відновлюючі, пов'язані з відновленням, відтворенням та реабілітацією екосистем, що зазнали деструктивних впливів;

- поліпшуючі, екологічні інвестиції, пов'язані з науково-технологічним процесом.

За причинами виникнення виділяють первинні та похідні інвестиції [13]. Причинами виникнення первинних інвестицій є зовнішні чиники (досягнення НТП, освоєння нових нафтових і газових родовищ, техногенні аварії та катастрофи, природні катаклізми (повені, зсуви, пожежі). Похідні інвестиції являють собою створення природоохоронного капіталу внаслідок збільшення рівня доходів. Тобто первинні інвестиції дають початковий поштовх інвестуванню, тоді як похідні, з одного боку, є результатом первинного інвестування, а з іншого – фактором його подальшого зростання. Природоохоронні інвестиції спрямовані на покращення якості довкілля здебільшого відносяться до первинних інвестицій.

За відтворювальним спрямуванням і значенням у інвестиційному процесі А.А. Пересада, В.Г. Федоренко, Д.Г. Лук'яненко, Б.В. Губський, О.М. Мозговий виділяють валові та чисті інвестиції. Валовими інвестиціями вважають обсяг інвестованих коштів, спрямований на відтворення у певному періоді [2, 4, 14]. Вони характеризують загальний обсяг капіталу, інвестованого у певний період у відтворення основних засобів та нематеріальних активів (у реальному секторі економіки на рівні держави або на рівні підприємства – нове будівництво, реконструкція, розширення, придбання засобів виробництва, приріст товарно-матеріальних запасів, підтримання діючих потужностей).

Чисті інвестиції характеризують обсяг капіталу, інвестованого у розширене відтворення виробничих засобів та нематеріальних активів. У кількісному вираженні чисті інвестиції становлять суму валових інвестицій, зменшену на суму амортизаційних відрахувань у певний період за всіма видами активів, що амортизуються. Джерелом чистих інвестицій є нерозподілений прибуток, за рахунок якого формуються нові основні засоби, здійснюється інноваційна діяльність та інші заходи, що стимулюють прогрес та розвиток.

Інвестиції у природоохоронні заходи найчастіше створюють нові основні засоби цього призначення, тому відносяться до чистих інвестицій. Хоча інвестиції у превентивні заходи можуть бути і валовими в тих випадках, коли в результаті аварійних ситуацій необхідні значні кошти на покриття завданих збитків.

Щодо поділу інвестицій за формами власності, то можна сказати, що існують відмінності стосовно цієї ознаки. І.А. Бланк виділяє лише два види інвестицій – державні та приватні [10], В.Г. Федоренко, Б.М. Щукін поділяють їх на державні, приватні, іноземні, спільні [2, 15], А.А. Пересада – наводить три види інвестицій – державні, приватні та колективні [4].

Державні інвестиції – це вкладення, що фінансуються центральними і місцевими органами влади та управління за рахунок коштів державного бюджету, місцевих бюджетів, позабюджетних фондів, а також державними підприємствами.

Приватні інвестиції – кошти індивідуальних інвесторів, комерційних (недержавних) структур різної форми власності, перш за все колективної (акціонерні товариства, кооперативи).

Іноземні інвестиції – запозичені й кредитні ресурси міжнародних інвестиційних інституцій, зарубіжних корпорацій і фірм, спільних підприємств, окремих громадян та держав.

Спільні інвестиції – це вкладення, що здійснюються суб'єктами певної країни та іноземних держав.

Що стосується, цієї класифікаційної ознаки природоохоронні інвестиції можуть бути віднесені до будь-якого з наведених джерел надходження коштів.

За територіальним аспектом (місцем інвестування) інвестиції поділяють на внутрішні та закордонні [2, 4, 11]: 1) внутрішні – вкладання

капіталу суб'єктами господарської діяльності у територіальних кордонах держави; 2) закордонні – вкладання коштів в об'єкти інвестування за межами території держави. Природоохоронні інвестиції у нафтогазовидобуванні можуть бути внутрішніми та закордонними (у разі розвідки та розробки нафтових і газових родовищ за межами України).

Залежно від джерел фінансування А.А. Пересада розрізняє власні кошти інвестора, запозичені та залучені [4]. Згідно з Законом України “Про інвестиційну діяльність”, інвестиційна діяльність може здійснюватися за рахунок: власних фінансових ресурсів інвестора (прибуток, амортизаційні відрахування, відшкодування збитків від аварій, стихійного лиха, грошові нагромадження і заощадження громадян, юридичних осіб тощо); позичкових фінансових коштів інвестора (облігаційні позики, банківські та бюджетні кредити); залучених фінансових коштів інвестора (кошти, одержані від продажу акцій, пайові та інші внески громадян і юридичних осіб); бюджетних інвестиційних асигнувань; безоплатних та благодійних внесків, пожертв організацій, підприємств і громадян [5]. Ще за джерелами фінансування розрізняють: централізовані – за рахунок коштів державного бюджету та державних кредитів; та децентралізовані – за рахунок довготермінових банківських кредитів, власних коштів підприємств, іноземних інвестицій.

Природоохоронні інвестиції за джерелами фінансування можуть здійснюватися за рахунок власних фінансових коштів інвестора, позичкових фінансових коштів інвестора, залучених фінансових коштів інвестора, бюджетних інвестиційних асигнувань, безоплатних та благодійних внесків, пожертв, організацій, підприємств та громадян.

За періодом інвестування одні науковці Т.В. Майорова, В.Я. Шевчук, П.С. Рогожин, А.А. Пересада пропонують поділяти інвестиції на короткострокові і довгострокові, інші – В.Г. Федоренко, Б.М. Щукін – виділяють короткострокові (до 1 року), середньострокові (1-3 роки) та довгострокові (понад 3 роки). Згідно з методологією Національного банку України, необхідно застосувати класифікацію запропоновану В.Г. Федоренком та Б.М. Щукіним. Інвестиції у охорону довкілля специфічні тим, що їх період окупності не може бути коротким, тому однозначно зрозуміло, що вони є здебільшого довготерміновими.

За характером участі інвестора виділяють прямі та непрямі інвестиції [2, 4, 11, 16]. Прямі інвестиції здійснюються без фінансових посередників і характеризуються прямою участю інвестора у виборі об'єктів інвестування.

Під непрямыми (портфельними) інвестиціями розуміють інвестування через інвестиційних або фінансових посередників. Природоохоронні інвестиції за цією класифікаційною ознакою здебільшого є прямими інвестиціями, хоча не завжди вони передбачають безпосередню участь інвестора у виборі об'єкта інвестування.

За класифікаційною ознакою – ступінь ризику А.А. Пересада поділяє інвестиції на безризикові та ризикові, а також виділяє такі критерії оцінки ступеня ризику: ризик допустимий, коли існує ймовірність втра-

тити всю суму очікуваного прибутку; ризик критичний – втрата очікуваного валового доходу після реалізації проекту; катастрофічний ризик – втрата всіх активів і банкрутство інвестора [4].

Безризикові інвестиції – це вкладення коштів у такі об'єкти інвестування, за якими практично відсутній ризик втрати капіталу (переважно у державні цінні папери) або в такі об'єкти інвестування, за якими практично гарантовано отримання запланованого обсягу прибутку.

Ступінь ризику інвестицій прямо залежить від рівня їх очікуваної дохідності. Різним формам та видам інвестицій властивий різний рівень ліквідності, який визначається з урахуванням періоду, протягом якого інвестований капітал може бути повернено у грошову форму без втрати його реальної ринкової вартості. З точки зору дохідності, інвестиції у природоохоронні заходи нафтогазовидобувних підприємств не можна віднести до малоризикових, чи безризикових. Загалом, з позицій концепції сталого розвитку не цивілізованим є ведення мови про рівень дохідності а, відповідно, ризикованості природоохоронних інвестицій.

Нарешті, залежно від характеру здійснення інвестиції поділяються на: активні – які пов'язані з впровадженням нової техніки, нових технологій, випуском нових видів продукції та пасивні – які забезпечують підтримку певного рівня прибутковості та обсягів діяльності. Однозначно, що природоохоронні інвестиції відносимо до активних.

Здійснення природоохоронних інвестицій є важливою умовою досягнення довготермінових цілей та тактичних завдань не тільки розвитку нафтогазовидобувних підприємства, але й відіграють ключову роль у відтворенні природних систем. Екологічні інвестиції забезпечують процеси простого та розширеного відтворення, є важливим інструментом реалізації інноваційної політики та концепції сталого розвитку.

Висновки та перспективи подальших наукових розробок у даному напрямі. В статті розглянуті поняття і суть терміну інвестиції загалом і природоохоронних інвестицій зокрема. Подано класифікацію інвестицій природоохоронного призначення, які мають місце в процесі розробки нафтогазових родовищ. Необхідна розробка методичних підходів до визначення ефективності інвестицій різних видів, що сприятиме попередженню та подоланню шкідливих впливів при розробці нафтових і газових родовищ.

Література

1. Майорова Т.В. Інвестиційна діяльність: навч. посіб. / Т.В.Майорова. – К.: ЦУЛ, 2003. – 376 с.
2. Федоренко В.Г. Інвестознавство: підручник / В.Г. Федоренко, А.Ф. Гойко; за наук.ред. В. Г. Федоренка. – К.: МАУП, 2000.
3. Губський Б.В. Інвестиційні процеси в глобальному середовищі / Б.В. Губський. – К.: Наукова думка, 1998.
4. Пересада А.А. Управління інвестиційним процесом / А.А. Пересада. – К.: Лібра, 2002.
5. ЗУ «Про інвестиційну діяльність» - www.rada.kiev.ua 18.05.1991р.

6. ЗУ «Про оподаткування прибутку підприємств» - www.rada.kiev.ua 22.05.1997р.
7. Хопчан В.М. Оцінка реалізації інвестиційних проектів природоохоронного призначення в регіоні: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд.економ.наук: 08.00.06 «Економіка природокористування та охорони навколишнього середовища» / В.М.Хопчан. – К., 2008. – 21 с.
8. Арестов С.В. Механізм підвищення економіко-екологічної ефективності природоохоронних інвестицій в екосистемні послуги: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд.економ.наук: 08.00.06 «Економіка природокористування та охорони навколишнього середовища» / С. В. Арестов. – Одеса, 2008. – 20 с.
9. Аніщенко В.О. До питання щодо вдосконалення теоретико-методологічних засад екологічного інвестування / В.О.Аніщенко // Актуальні проблеми економіки. – 2007. – № 8. – С. 175-183.
10. Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент / И.А. Бланк – К.: МП «Утел» ЛТД «Юнайтед Лондон Трейд Лимитед», 1995.
11. Шевчук В.Я. Основи інвестиційної діяльності: навч. посіб. / В.Я.Шевчук, П.С.Рогожин. – К. : Генеза, 1997. –384 с.
12. Костюк У. З. Вдосконалення механізму розвитку ринку екологічних послуг в Україні: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд.економ.наук: 08.00.06 «Економіка природокористування та охорони навколишнього середовища» / У.З.Костюк. – К., 2010. – 20 с.
13. Витвицький Я.С. Економіка нафтогазорозвідувальних робіт: навчальний посібник / Я.С. Витвицький. – Івано-Франківськ: Місто НВ, 2004. – 324с.
14. Міжнародна інвестиційна діяльність: підручник / Д.Г. Лук'яненко, Б.В. Губський, О.М. Мозговий та ін.; за ред. д-ра екон.наук, проф. Д.Г. Лук'яненка. – К.: Вид-во Київського НЕУ, 2003. – 387 с.
15. Щукін Б.М. Інвестування: курс лекцій / Б.М. Щукін. – К.: МАУП, 2004. – 216 с.
16. Вовчак О.Д. Інвестування : навч. посібник / О.Д. Вовчак – Львів: Новий Світ – 2000, 2007. – 544 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 17.09.2010 р.
Рекомендовано до друку д.е.н., професором Данилюком М.О.*

CLASSIFICATION OF INVESTMENTS FOR NATURE PROTECTION MEASURE TO MINE OIL AND GAS FIELD

Y. S. Vytvytskyi, N. O. Gavadzyn

*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;
economic department; 76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'ka, 15;
ph. +380 (3422) 4-23-08; e-mail: econpid@nung.edu.ua*

To consider a concept investment generally and investments for nature protection measure especially. Conduction the review classification signs of investments and divided ecological investments to mine oil and gas field. To propose trends of future work for decided this problem.

Key words: *investments, investments for nature protection measure, classification, signs, to mine, oil and gas field.*

ПРАГМАТИЗМ АДМІНІСТРУВАННЯ ПОДАТКУ НА ПРИБУТОК ПІДПРИЄМСТВ В УКРАЇНІ

Т. М. Орищин, Н. Я. Спасів

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (342) 50-45-74; e-mail: fin.@nung.if.ua*

Домінантою в царині податкових платежів є прями податки, основу яких формує податок на прибуток підприємств. Він є інструментом перерозподілу валового внутрішнього продукту та виконує розподільчу і фіскальну функції, виступаючи при цьому одним із основних бюджетоутворюючих податків, що посилює його роль у соціально-економічному розвитку держави.

Необґрунтована реалізація фіскальної та регулюючої ролей податку на прибуток може призвести до скорочення виробництва, руйнування інвестиційних стимулів і зниження ділової активності підприємств.

Ключові слова: *податкова політика, податкове регулювання, податок на прибуток підприємств, оподаткування, ставка податку.*

У сучасних умовах розвитку ринкових відносин в Україні важливе значення має податкове регулювання та податкова політика держави в контексті справляння податкових платежів.

Генезис теорії оподаткування дає підстави констатувати про різні форми і методи адміністрування податків, кожен з яких має свої специфічні риси, функціональне призначення і займає окреме місце в податковій системі. Домінантою в царині податкових платежів є прями податки, основу яких формує податок на прибуток підприємств. Він є інструментом перерозподілу валового внутрішнього продукту та виконує розподільчу і фіскальну функції, виступаючи при цьому одним із основних бюджетоутворюючих податків, що посилює його роль у соціально-економічному розвитку держави.

Загальні питання прямого оподаткування та, зокрема, адміністрування податку на прибуток, займають вагомe місце в дослідженнях як вітчизняних, так і зарубіжних вчених-економістів. Серед зарубіжних науковців необхідно виділити роботи Р. Масгрейва, Ф. Нітті, У. Петті, Д. Рікардо, А. Сміта, Дж. Ст. Мілля.

В свою чергу, в Україні теоретичні і практичні питання адміністрування податку на прибуток, його впливу на макроекономічні та соціальні процеси стали предметом дослідження вітчизняних фахівців. Зокрема, даний напрям відображений у наукових працях В.М. Андрущенко, О. Д. Василика, А. І. Крисоватого, А. М. Соколовської, В.Б. Захожай, Т. В. Паєнтко, В. М. Мельника, В. М. Федосова, М. П. Чорного,

П. В. Мельника, Ю. Б. Іванова, А. Н. Тищенко та інших.

Однак, не зважаючи на значний обсяг накопичених у даній сфері знань, бракує системного теоретико-методологічного підґрунтя для визначення ставок податку на прибуток підприємств, своєчасної розробки та впровадження ефективних заходів щодо правового регулювання адміністрування даного податку.

Станом на сьогодні політика оподаткування прибутку характеризується тим, що значна його частина вилучається з національної економіки до бюджету у формі податку на прибуток, навіть незважаючи на вітчизняну фінансову кризу.

Таблиця 1.1

Ефективна ставка податку на прибуток підприємств в Україні у 2002-2008 рр.*

Види економічної діяльності	Відношення сплаченого податку до прибутку прибуткових підприємств до оподаткування за роки						
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Сільське господарство.....	3,2	2,5	2,1	2,6	2,7	1,8	4,0
Промисловість, усього.....	27,4	30,8	24,5	29,1	29,3	28,0	30,0
у тому числі добувна.....	48,2	39,9	27,0	34,5	41,7	31,9	19,2
Переробна промисловість, усього.....	30,3	33,9	25,9	30,5	28,4	26,1	41,3
у тому числі:							
виробництво харчових продуктів	31,2	30,6	28,2	25,2	19,8	24,2	39,3
легка промисловість.....	30,4	24,9	26,6	22,9	19,1	18,1	37,0
обробка деревини.....	34,9	27,5	22,5	31,8	37,2	37,0	79,3
целюлозно-паперове виробництво.....	28,6	28,2	21,5	24,5	28,9	29,5	34,6
виробництво коксу та нафтопродуктів.....	30,5	42,8	25,9	50,1	27,6	19,9	24,9
хімічне виробництво.....	26,0	26,7	22,6	30,6	39,9	21,3	31,4
виробництво інших неметалевих мінеральних продуктів.....	31,6	26,1	27,3	31,5	29,1	25,3	36,5
металургійне виробництво та виробництво готових металевих виробів.....	33,8	38,8	26,6	31,5	30,4	28,7	49,5
виробництво машин та устаткування.....	26,1	33,4	25,2	26,7	29,8	24,9	36,9
Виробництво і розподіл електроенергії, газу та води.....	36,3	34,7	32,3	41,9	21,4	35,0	47,5
Будівництво.....	32,3	34,2	25,5	24,6	23,3	23,2	45,4
Оптова та роздрібна торгівля...	12,5	22,6	17,2	23,9	20,0	19,8	45,1
Готелі та ресторани.....	28,7	27,8	19,7	22,6	26,5	28,1	30,5
Транспорт і зв'язок.....	36,1	40,6	33,9	30,6	32,2	30,9	38,6
Фінансова діяльність.....	27,9	12,6	9,7	11,1	13,8	11,9	22,4
Інші види економічної діяльності.....	23,4	29,1	22,1	34,9	19,1	8,6	59,4
Усього по економіці.....	25,9	28,8	21,9	26,3	23,7	18,8	34,0

* - розраховано на основі даних Держкомстату України та ДПСУ

Як ілюструють дані таблиці 1.1, ефективна ставка податку на прибуток з більшості видів економічної діяльності перевищує його номінальну ставку. Отже, податок на прибуток підприємств в Україні є виключно фіскальним інструментом. Так, станом на 31.12. 2008 р. ефективна ставка податку в 1,36 раза перевищує нормативну ставку, а із деяких видів економічної діяльності таке перевищення становить 300%. На противагу, у сфері фінансового ринку, звідки і почалася криза в країні, ефективна ставка дорівнює 22,4%, що значно нижче, ніж у середньому по економіці.

До того ж у результаті оподаткування прибутку підприємств практично повністю втрачено взаємозв'язок між прибутком підприємств та сплаченим податком, що особливо спостерігається у 2008 – 2009 рр. (див. рис. 1.1).

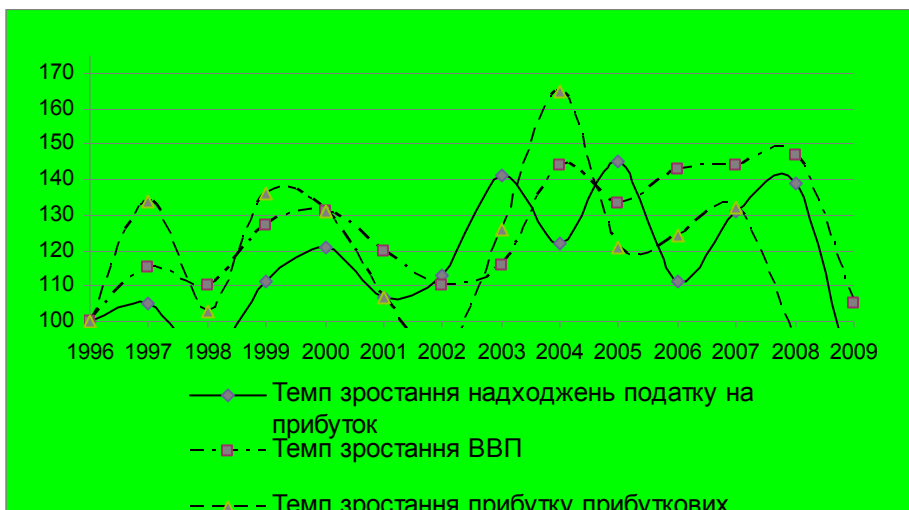


Рис. 1.1. Номінальні темпи зростання податку на прибуток і ВВП відносно до відповідного періоду минулого року (%) [8]

Ще одним проблемним аспектом в контексті адміністрування податку на прибуток є відсутність податкових пільг з метою стимулювання інвестиційної та інноваційної діяльності підприємств. У вітчизняній практиці пільги з податку на прибуток, в основному, надаються надприбутковим сферам. Так, наприклад, у машинобудуванні питома вага пільг від загальної суми сплаченого ними податку у 2007 р. становила 0,7%, у 2008 р. -2,6%, а, у фінансовому секторі цей показник дорівнював 126,3% та 170,1%, у торгівлі - 8,2% та 3,3%, відповідно. Тобто пільгове оподаткування прибутку стосується тих сфер діяльності, які і без пільг є надприбутковими і не стратегічними для української економіки [8].

За наданими податковими пільгами можна чітко виокремити пріоритети пільгового оподаткування (див. табл. 1.2, табл. 1.3).

Так, дані таблиць 1.2 і 1.3 демонструють перекося як у пріоритетності сфер діяльності, так і в основах економічного розвитку. Якщо сфері споживання надається близько 90% пільг з податків у цілому, то

пріоритетного розвитку у державі у майбутньому не спостерігатиметься. Адже така структура пільг прив'язує вітчизняну економіку до перспективного зростання за рахунок споживання.

Таблиця 1.2

Податкові пільги в системі оподаткування України у 2006-2008 рр.*

Податки, з яких надаються пільги	2006 р.		2007 р.		2008 р.	
	млн. грн.	питома вага (%)	млн. грн.	питома вага (%)	млн. грн.	питома вага (%)
ПДВ.....	59652,5	80,1	85062,5	82,2	107726,7	80,6
Податок на прибуток підприємств....	6684,8	9,0	9564,9	9,2	15755,8	11,8
Податок на землю..	1401,5	1,9	1637,6	1,6	2769,5	2,1
Акцизний збір.....	6741,5	9,1	7100,2	6,9	7572,4	5,7
Усього пільг за податковою системою	744853	100,0	103451,2	100,0	133705,8	100,0

Окрім цього варто наголосити, що структура пільг з податку на прибуток переконливо доводить, що перші два принципи побудови податкової системи (які стосуються стимулювання інвестиційної та інноваційної діяльності) абсолютно не виконуються.

Так, у 2008 р. з 15,8 млрд. грн. пільг 5,7 млрд. грн. – це пільги неприбутковим підприємствам; 4,9 млрд. грн. – на формування страхових резервів банківських установ [8]. Така ситуація щодо пільгового оподаткування негативно позначається на економічному розвитку.

З огляду на це, національна податкова система в контексті адміністрування податку на прибуток підприємств повинна бути переорієнтована в частині:

- впровадження в практику податкових пільг інвестиційно-інноваційного характеру зі строком дії 3-4 роки, при жорсткому контролі податкових органів та органів місцевого самоврядування за цільовим їх використанням;

- прийняття поправок до Податкового кодексу з метою гармонізації та усунення суперечностей у чинних законодавчих актах;

- підвищення стимулів до реального інвестування. Адже, як свідчать дані табл. 1.4, інвестиційні втрати української економіки становлять: у 2006 р. – 34,9 млрд. грн., 2007 р. – 29,0 млрд. грн., а у 2008 р. – 32 млрд. грн., що засвідчує відсутність стимулів до реальних інвестицій [8].

Окреслені заходи, на наш погляд, дозволять підвищити обсяги адміністрування податку на прибуток підприємств та розширити базу оподаткування. Хоча з точки зору економічної теорії, ефективна податкова політика – це політика, яка максимально розширює базу оподаткування, зменшує граничну податкову ставку та мінімізує податкові пільги. Але, як свідчить проведене дослідження, податкові пільги особливо за умов економічної кризи, сприяють зменшенню податкового навантаження, подоланню економічних деформацій в разі провалу зростаючого

тренду економічного розвитку та проведенню органічної диверсифікації експортного кошика держави. Ефективна політика надання таких пільг може і повинна сприяти підвищенню конкурентоспроможності національної економіки.

Таблиця 1.4

Дані декларацій з податку на прибуток та інвестиційної активності підприємств України за 2006-2008 рр.

№ п/п	Податкові та інвестиційні показники	2006 р.	2007 р.	2008 р.
1	Скориговані валові доходи (СВД)	2228929,9	2554974,3	2787850,6
2	Скориговані валові витрати	2095560,7	2396695,9	2700514,5
3	Амортизаційні відрахування (податкова амортизація)	36511,3	43804,3	50730,5
4	Прибуток до оподаткування	96101,6	124163,9	119391,7
5	Податок на прибуток	25348,7	32368,3	34808,2
6	Частка податку на прибуток у СВД (5/1), (%)	1,1	1,3	1,2
7	Чистий прибуток (4-5)	70752,9	91795,5	84583,5
8	Потенціальний інвестиційний ресурс підприємств (7+3)	107264,2	135599,8	135314,0
9	Інвестиції в основний капітал (джерело фінансування - власні кошти підприємств)	72337,0	106520,0	132138,0
10	Інвестиційні втрати (9-8)	-34927,2	-29079,8	-3176,0

Підсумовуючи вищезазначене можна констатувати, що ефективність оподаткування податком на прибуток підприємств визначається виконанням ним регулюючої та фіскальної ролей, що впливають із функцій, притаманних податкам взагалі. Податкова практика свідчить: основне призначення податку на прибуток підприємств полягає в регулюванні економічних процесів, що, в свою чергу, зумовлює ефективне виконання його фіскальної ролі. Регулююча роль податку на прибуток проявляється через зменшення податкового тиску, розширення бази оподаткування, що сприяє збільшенню обсягу податкових надходжень. Це досягається поєднанням інтересів держави і платників, встановленням частки перерозподілу доходу через податок на прибуток і застосуванням податкових пільг. Необґрунтована реалізація фіскальної та регулюючої ролей податку на прибуток може призвести до скорочення виробництва, руйнування інвестиційних стимулів і зниження ділової активності підприємств.

Література

1. Конституція України. – К: Право. – 1996.
2. Закон України "Про Державний бюджет України на 2007 рік". – [Електронний ресурс]. – Доступний із <http://www.rada.gov.ua>.

3. Закон України "Про Державний бюджет України на 2008 рік" // Відомості ВРУ. – 2009. – № 1.
4. Закон України "Про Державний бюджет України на 2009 рік" // Фінанси України. – 2009. – № 3. – С. 29-40.
5. Закон України "Про державний бюджет України на 2010 рік" // Казна. – 2010. – № 4.
6. Закон України "Про оподаткування прибутку підприємств" (витяг) від 22.05.03 р. (Зі змінами та доповненнями) – [Електронний ресурс]. – Доступний із <http://www.rada.gov.ua>.
7. Закон України "Про порядок погашення зобов'язань платників податків перед бюджетами та державними цільовими фондами" – [Електронний ресурс]. – Доступний із <http://www.rada.gov.ua>.
8. Варналій З. Вплив оподаткування прибутку на економічний розвиток України / З. Варназій // Економіка України. – 2010. – № 5. – С. 55-69.

Стаття надійшла до редакційної колегії 15.12.2010 р.

Рекомендовано до друку д.е.н., професором Витвицьким Я.С.

THE PRAGMATISM OF ADMINISTRATING THE INCOME TAX OF ENTERPRISES IN UKRAINE

T. M. Oryschyn, N. Y. Spasiv

Ivano-Franciv's'k National Technical University of Oil and Gas;

76019, Ivano-Frankiv's'k, st. Carpats'ka, 15;

ph. +380 (3422) 50-45-74; e-mail: fin.@nung.if.ua

The leading role within fiscal charges belongs to the direct taxes, the base of which is formed by the income tax. It is the instrument of distributing the Gross Domestic Product and performs distributing and fiscal functions being one of the main taxes that forms the budget and strengthens it's role in the socio-economic development of the country.

Inaccurate administration of the fiscal and regulative function of income tax can lead to decline in production, reduction of investment incentive and decrease in the business activities of enterprises.

Key words: *tax policy, tax regulation, income tax, taxation, tax rate.*

Рецензії, інформація

УДК 622.323

КНИГА СПОГАДІВ РОМАНА ЯРЕМІЙЧУКА

Павло Вольвач

Асоціація українських письменників, м. Київ

Рецензія на книгу Романа Яремійчука “Минуле – уже не наша власність”. – Сімферополь: “Таврія”, 2010. – 516 с.

Ключові слова: *нафтогазова справа, наука, книги, історія, спогади.*

Подив, захоплення – це потужні почуття, які, в принципі, трапляються на життєвому шляху досить рідко. Зокрема, в мене. Тому так глибоко вриваються вони в пам'ять, залягаючи в свідомості й навіть, до певної міри, ту свідомість коригуючи.

Так ось: у випадку із Романом Яремійчуком захоплене подивування накривало мене, як мінімум, двічі. Стосуються це різних сфер діяльності пана Романа, хоча первинним, безперечно, в обох випадках залишається саме масштаб і глибина цього непростого й водночас простого, дивовижного, різнопланового чоловіка.

Першого разу пан Роман, професор, віце-президент Української нафтогазової академії, виступав в іпостасі науковій (в якій його й звик сприймати загал і в котрій він сам, гадаю, почуватися найбільш звично), даючи кілька років тому інтерв'ю для кількох столичних видань, зокрема «Газети по-українськи» та часопису «Сучасність», ситуативно представлених автором сих рядків. Скажу відверто: сказане тоді Яремійчуком мене просто зворохобило, викликавши цілу бурю думок та емоцій. Основний «месидж» інтерв'ю полягав у тому, що Україна могла б не лише повністю забезпечити себе енергоносіями, а й стати експортером (!) нафти та газу. Чути чогось подібного ще не доводилося, до того ж, в такій дохідливій, переконливій і фаховій формі. При цьому пан Роман посилався на досвід Бразилії, ставлячи далеку латиноамериканську країну за приклад в успішному освоєнні нафтових родовищ і проводячи паралелі з Україною, котра має власні нафтові (а ще й – газові) надпотужні райони, насамперед в Чорному морі, цілком співставні з бразильськими. А відтак – могла б і мусила мати схожі до бразильських перспективи розвитку, і не лишень економічного...

Багато чого розказав тоді професор Яремійчук. Спираючись, зазначу, не лишень на суто теоретичні, кабінетні розробки, а й на власну коло-

сальну практику, котра включала в себе і десятиріччя роботи в нафтогазових районах ще радянської Півночі, котру Роман Яремійчук об'їздив, облітав і обходив вздовж і впоперек, почуваячись абсолютно своїм і на «тайожній» буровій, і в кабінетах найвищих нафтогазових начальників, і працю вже в незалежній Україні, і чіпке всотування досвіду в тій же Бразилії... Інша річ, що мало хто почув тоді професора Яремійчука, як зазвичай це в Україні водиться, але то вже не стільки його проблеми, скільки проблеми суспільства. Ну і влади, звісно, на котру те суспільство заслуговує, і в найвищі кабінети до якої не раз і не двічі безрезультатно намагався достукатися пан Роман. На жаль, там дослухаються до зовсім інших людей. А мало би бути якраз навпаки. «Вчених і ослів – в середину табору, щоб ніхто не загинув!» – ще й зараз в пам'яті скрушна усмішка пана Романа і наведена ним команда Наполеона часів єгипетської експедиції, коли французькі війська зустрілися з переважаючими військами мамелюків у так званій Битві при пірамідах. «За ослів Наполеон дбав, як за основну тяглову силу, без котрої в тій ситуації було неможливо, – провадив професор, – а вчених беріг, бо то – інтелект, котрий є визначальним за будь-яких обставин. До речі, саме завдяки тодішнім французьким вченим, що були з Наполеоном, світу відкрилися скарби єгипетської цивілізації...». Що тут додати, надто ж дивлячись на безкінечних українських владних наполеончиків, які власним інтелектом не дорівнюють навіть згаданих «тягловій силі»? Казати нічого. Краще вернімося до Романа Яремійчука. Тим більше, що тримаємо в руках ще один, наразі другий, привід для подиву.

Я пунктирно згадував життєвий і професійний шлях пана Романа – технічний ВНЗ, праця в паливно-енергетичному комплексі, незчислимі бурові, тайга, таймири-тюмені, довготривалі чужоземелля й чужомов'я, тобто, як свого часу висловлювався російський прем'єр-златоуст Черномірдин, «жизнь в атмосфере нефті і газа». Як правило, за таких умов і за такого життєвого вектору від «українськості» багатьох найсправдешніших, репаних, печених, яких завгодно щонайглибинніших українців (і їх таких сотні тисяч, мільйони! – без всякого перебільшення) зостаються хіба прізвища, всі оті ностальгійні -енки -енки та -уки з -юками. Все. А ось стовідсотковий «технар» Яремійчук залишився самим собою, не загубивши національної ідентичності ні серед сибірського тайгоболотяного непролаззя, ні в компартійно-відставницькому «ісконно-русском» Криму, ні деінде. Що за українських реалій тягне якщо не на подив, то хоча б на уважне й поважне ставлення. Причому, відзначу з приємністю, «українськість» пана Романа має не колгоспно-хутірський вишкіл, із незмінними надокучливими жартами про сало та вишиваними жовто-блакитними шароварами напоказ, а, натомість, є цілком дотичною до загальносвітового культурного й цивілізаційного контексту, органічно вкладаючись у Шевченкову формулу-напучування «і чужому научайтесь, й свого не цурайтесь». Тож і цитує Роман Яремійчук Сенеку напам'ять, дописує працю про збільшення обсягів буріння нафтогазових свердловин чи виступ на конференції, присвяченій питанням енергетичної незалежності України, а якогось вечора може потелефонувати, наприклад, мені, й

захоплено читати вірші Миколи Вінграновського або дискутувати про творчість Ліни Костенко. Що теж, погодьтеся, є рідкістю, а в нинішніх часах – так і поготів.

Але зараз таки не про те, бо не в тому головний подив. Роман Яремійчук не був би собою, якби не здивував по-справжньому. І він це зробив (звичайно, й на думку не беручи когось дивувати). Маю на увазі його спогади (мемуари? біографічну прозу?), в яких зафіксований не лише шлях самого пана Романа, не лишень авторське «я», а й весь його Рід, покоління, край, країна, ба більше – тяглість часу, акустика доби. Навіть не «зафіксовано», ні, а, сказати б, підсвічено живим словом і живою людською пам'яттю, без котрої, як відомо, все зникає безслідно, розвіюється, вивірюється, в кращому разі перетворюючись на мертвотні гасла й забронзовілі монументи-бюстони. І зроблено це щиро, скрупульозно, *цікаво*, а головне – художньо. Власне, хоч це й парадоксально звучить, письмо від Яремійчука, яке я на початку переднього слова відніс до розряду свого особистого «другого дива», як добре розібратися, так дивом і не є. Бо так мусило бути. Бо цей чоловік *чує* слово. Власне, цей текст писав *письменник*, який міг все життя займатися чим завгодно, хоч видобувати нафту, хоч водити тролейбус, але при тому зберігаючи в собі такі, чи на найвизначальніші ознаки письменницького ремесла, як смак до мови, чуття деталі, чітку пам'ять, а на додачу ще й такий зовсім несуттєвий дріб'язок, як совісливість, відповідальність, шляхетність... (Про Яремійчуківські життєвий досвід і освіченість взагалі не варто зайвий раз розводитися). Письменник, якому є що сказати, на відміну від багатьох «професійних» власників письменницьких посвідчень і багатотомових писань – байдуже, чи то неповороткого соцреалістичного стибу, чи грайливо-постмодерного, але різоче однаково пустопорожніх і мертвотних.

Спогади Романа Яремійчука – це роман-хроніка, це родинна сага, це величезний шмат життя української людини, нашого сучасника, в непростій долі якого кожен з чительників може знайти щось до болю впізнаване й близьке, а щось абсолютно ексклюзивне. В мене було саме так. Зізнаюся: як і у випадку «першого дива», мемуари пана Романа, окрім усього іншого, викликали ще й почуття мрійливого жалю. Жалю за тим, що не люди на взір Романа Яремійчука визначають ситуацію в Україні. Що не до їхнього мудрого й чесного слова прислухаються владоможці, не за їхніми фаховими порадами й застереженнями накреслюються національні перспективи. Жалю за тим, що навіть серед нинішньої української інтелігенції подібні постаті не складають критичної маси, залишаючись поодинокими екзотичними птахами.

Але вони таки є. І саме вони – сіль цієї землі, нормальна відповідь на питання «з кого робити життя», в цьому в мене немає жодного сумніву, і вже сам факт їхньої присутності в українському бутті дає підстави для оптимізму і впевненого погляду в майбутнє.

Далі – читаймо книгу.

*Рецензія надійшла до редакційної колегії 05.09.2010 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., професором Мойсишиним В.М.*

BOOK OF FLASHBACKS OF ROMAN YAREMIYCHUK**P. Volvach***Association of Ukrainian Writers, Kiev*

Review of Roman Yaremiychuk's book "Past – is not our own already ". – Simferopil': "Tavriya", 2010. - 516 p.

Keywords: *oil and gas business, science, books, history, flashbacks.*

**ПРО КНИГУ РОМАНА ЯРЕМІЙЧУКА
“МИНУЛЕ – УЖЕ НЕ НАША ВЛАСНІСТЬ”**

Ю. В. Дубленич

*ЗАТ “Науково-дослідне і конструкторське бюро бурового інструменту”;
м. Київ, проспект Палладіна, 44;
тел. +38 (044) 424-20-89; e-mail: main@niikbbi.com.ua*

Рецензія на книгу Романа Яремійчука “Минуле – уже не наша власність”. – Сімферополь: “Таврія”, 2010. – 516 с.

Ключові слова: *видобування нафти і газу, буріння свердловин, наука, освіта, історія, спогади.*

П’ять років, що минули після видання першої книги спогадів нашого видатного сучасника – доктора технічних наук, професора, академіка Української нафтогазової академії, лауреата Державної премії України в галузі науки і техніки, заслуженого діяча науки Української РСР Романа Семеновича Яремійчука «Дорога крізь життя», лише підтвердили важливість і цінність такого виду нарисів про сучасний світ та місце в ньому української технічної інтелігенції.

Тому його нова книга спогадів та роздумів очікувалась з нетерпінням і цілком зрозумілим бажанням для учасників подій, що відображені у книзі, відтворити в своїй пам’яті сторінки минулого, а для більшості читачів – досягнути частинку рідної історії очима то підлітка з прикарпатського села, то учня технікуму, студента інституту, то інженера та керівника виробництва, то столичного аспіранта, а в подальшому кандидата і доктора наук, професора кількох кафедр Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, визначного вченого та організатора вітчизняної науки.

Мабуть абсолютну цінність для розуміння сучасності в усій складності процесів, що відбуваються в сьогоденні, мають не сторінки газет і не телевізійні ток-шоу, а саме погляд у минуле, яке за висловом геніальної Ліни Костенко «уже не наша власність». При цьому особливо важливо, коли цей погляд у минуле доносить до читача людина такої високої освіченості, творчої вдачі та справжньої інтелігентності, як Р.С. Яремійчук.

В житті кожної людини є періоди як піднесення творчої самовіддачі, так і часи пошуків свого місця в цьому буремному житті, відповідей на вічні життєві питання, як то: хто ми, з ким ми, звідки і куди йдемо? І щастя, якщо на життєвому шляху вдається зустріти мудрого і досвідченого порадника, чуйну та добру людину, або відкрити для себе всю глибину й значення викладених на папері думок і почуттів, як у автора цієї талановитої книги.

Більше як п’ятдесят томів технічних книг Р.С.Яремійчука, сотні статей, більше півтори сотні винаходів потрібні спеціалістам нафтогазопро-

мислової справи, а дві книги спогадів – усім, хто має прагнення до знання історичної правди про долю рідного краю, про роль і значення його визначних вчених та інженерів-практиків, становлення нафтової галузі України. При цьому автор мовби веде зацікавленого читача від перших нафтових промислів з великою любов'ю відображених ним перлини українських Карпат – Східниці та трудового Борислава до передових технологій буріння свердловин з нафтових платформ на шельфі Чорного моря. У викладенні автора це вже не просто спогади про пережите – це розсип цікавих і потрібних ідей, пропозицій та технічних рішень, що багато в чому визначили й до цього часу визначають напрямок технічного прогресу галузі, якій присвятив все своє свідоме життя професор Яремійчук.

Особливе значення ця книга має для студентів, молодих інженерів, аспірантів як вірний дороговказ, як посібник творчості, як приклад передачі знань та відношення до життя, праці, навчання від покоління до покоління. Сам автор свого часу мав щасливу нагоду навчатися премудрості вибраного фаху, досягнути глибини наукового пізнання світу в корифеїв тогочасної науки і техніки у Всесоюзному науково-дослідному інституті бурової техніки, перебуваючи там в аспірантурі. Здобуті таким чином знання та сформований підхід до вирішення складних наукових завдань дозволили йому достроково захистити кандидатську дисертацію, а згодом першим серед колишніх аспірантів ВНДІБТ стати доктором технічних наук – першим вченим-буровиком такого рівня в Україні. До речі, автор з великою пошаною і вдячністю докладно описує вчинки та настанови своїх вчителів по життю і скромно, скоромовкою перераховує досягнення своїх учнів та людей, долю яких він щасливо визначив на багато років наперед. Цим самим Роман Семенович дійсно залишає у власності своїх послідовників та друзів можливість для вірного наслідування та продовження його добрих справ.

Завершую передмову великою надією на те, що кожен, хто прочитає цю книгу, знайде в ній для себе багато корисного та побажає автору, разом зі мною, нових творчих успіхів і досягнень.

Рецензія надійшла до редакційної колегії 05.09.2010 р.

*Рекомендовано до друку д.т.н., професором **Мойсишиним В.М.***

ABOUT ROMAN YAREMIYCHUK'S BOOK "PAST – IS NOT OUR OWN ALREADY"

Y. V. Dublenych

Joint-stock company "Research and designer bureau of boring instrument";

Kiev, Palladin b., 44;

ph. +380 (44) 424-20-89; e-mail: main@niikbbi.com.ua

Review of Roman Yaremiychuk's book "Past – is not our own already ". – Simpferopil': "Tavriya", 2010. - 516 p.

Key words: *booty of oil and gas, boring drilling of mining holes, science, education, history, flashbacks.*

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Баранський Петро Іванович – доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник Інституту фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова НАН України, м. Київ.

Бачук Василь Васильович – фахівець I-ої категорії Навчально-дослідного центру напівпровідникового матеріалознавства Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Безгачнюк Юрій Володимирович – асистент кафедри комп'ютерних технологій в системах управління та автоматики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Бойко Василь Степанович – доктор технічних наук, професор кафедри розробки та експлуатації нафтових і газових родовищ Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Витвицький Ярослав Степанович – доктор економічних наук, професор кафедри економіки підприємства Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Вольвач Павло – поет, письменник, Асоціація українських письменників, м. Київ.

Возняк Лідія Володимирівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри нафтогазової гідромеханіки Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Возняк Мирослав Петрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри транспортування та зберігання нафти і газу Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Гайдар Г.П. – науковий працівник Інституту ядерних досліджень НАН України, м. Київ.

Гамарник Олександр Тимофійович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри медичної інформатики, медичної та біологічної фізики Івано-Франківського національного медичного університету.

Горічок Ігор Володимирович – науковий співробітник, завідувач лабораторіями кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Гавадзин Наталія Олегівна – асистент кафедри економіки підприємства Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Грибовський Роман Володимирович – старший науковий співробітник кафедри розробки та експлуатації нафтових і газових родовищ Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Гулька Степан Степанович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Гураль Інеса Михайлівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Гургула Степан Іванович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Дзумедзей Роман Олексійович – аспірант кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Дзундза Богдан Степанович – кандидат фізико-математичних наук, науковий співробітник фізико-хімічного інституту Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Дикун Наталія Ігорівна – аспірант кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Дубленич Юрій Васильович – кандидат технічних наук, фінансовий директор ЗАТ “Науково-дослідне і конструкторське бюро бурового інструменту”, м. Київ.

Заміховський Леонід Михайлович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп’ютерних технологій в системах управління та автоматики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Зікратий Сергій Вікторович – кандидат технічних наук, доцент кафедри комп’ютерних технологій в системах управління та автоматики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Іванюк Наталія Іванівна – асистент кафедри комп’ютерних технологій в системах управління та автоматики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Качмар Юрій Дмитрович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний інженер відділу нафтовіддачі та інтенсифікації видобутку нафти Науково-дослідного і проектного інституту ім. Е.Чекалюка ВАТ “Укрнафта”.

Кеба Леонід Миколайович – директор ТЗОВ “КОМПЛЕКТ – ЛІГА”, м. Полтава.

Копач Михайло Іванович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного і функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Коцкулич Євген Ярославович – аспірант кафедри буріння нафтових і газових свердловин Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Коцкулич Ярослав Степанович – доктор технічних наук, професор, декан газонафтопромислового факультету та завідувач кафедри буріння нафтових і газових свердловин Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Краснодембський Адам Михайлович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Кривенко Галина Мирославівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри безпеки життєдіяльності Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Лагуш Роман Федорович – асистент кафедри розробки та експлуатації нафтових і газових родовищ Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Лисюк Юрій Володимирович – аспірант кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Матвієнко Роман Михайлович – асистент кафедри комп’ютерних технологій в системах управління та автоматики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Мойсишин Василь Михайлович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Наконечна Ганна Володимирівна – студентка факультету прикладної математики Національного університету “Львівська політехніка”.

Обшта Анатолій Феліксевич – доктор технічних наук, професор кафедри обчислювальної математики і програмування Національного університету “Львівська політехніка”.

Орищин Тетяна Михайлівна – кандидат економічних наук, доцент, завідувач кафедри фінансів Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Перкатуєк Ігор Йосипович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри статистики і вищої математики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Потяк Володимир Юрійович – аспірант кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Савчук Ярослав Іванович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Сав’юк Лариса Олександрівна – кандидат технічних наук, доцент, директор центру дистанційного навчання Галицької академії (м. Івано-Франківськ).

Скрип’юк Ростислав Богданович – асистент кафедри комп’ютерних технологій в системах управління та автоматики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Собкович Роман Іванович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри та геометрії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Соколов Олександр Леонідович – провідний фахівець Навчально-дослідного центру напівпровідникового матеріалознавства Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Спасів Наталія Ярославівна – кандидат економічних наук, доцент кафедри фінансів Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу.

Федак Іван Васильович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного і функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Фреїк Дмитро Михайлович – доктор хімічних наук, професор, директор фізико-хімічного інституту, завідувач кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Харун Лідія Тарасівна – аспірант кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Цьомко Володимир Васильович – кандидат технічних наук, начальник групи гідророзриву пластів відділу нафтовіддачі та інтенсифікації видобутку нафти Науково-дослідного і проектного інституту ім. Е.Чекалюка ВАТ “Укрнафта”.

Шувар Богдан Антонович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри обчислювальної математики і програмування Національного університету “Львівська політехніка”.

Яворський Ярослав Святославович – аспірант кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Яремій Іван Петрович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри матеріалознавства та новітніх технологій Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Юрчишин Ігор Константинович – аспірант кафедри фізики і хімії твердого тіла Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ

При підготовці рукописів статей, які подаються в редакцію “Прикарпатського вісника НТШ” слід дотримуватись таких правил:

1. Стаття повинна містити короткий вступ, формулювання завдання (проблеми) та виклад отриманих автором (співавторами) нових результатів. Не допускається переказ відомих фактів, наведення посилань на неопубліковані роботи.

2. В редакцію подаються:

- два примірники рукопису статті (включаючи ілюстрації і таблиці), надруковані на білому папері формату А4;
- рецензія на статтю;
- електронний варіант статті, підготовлений на комп’ютері, у вигляді неархівованого або архівованого (ZIP, RAR) файлу – CDR/RW.

3. Мова статті – українська або англійська. Обсяг не повинен перевищувати 20 сторінок.

4. Статтю слід оформити так: УДК, назва роботи; прізвище та ініціали автора (співавторів), місце праці (назва організації, повна поштова адреса, контактний телефон, електронна пошта), текст анотації, ключові слова, текст статті, список літератури.

Якщо мова статті українська (англійська), то після статті усі перелічені елементи (від назви роботи до ключових слів включно) подаються англійською (українською) мовою.

5. Формули, які нумеруються, обов’язково слід подавати окремим рядком. Нумерувати тільки ті формули, на які є посилання.

6. Використана література подається загальним списком (за алфавітом або у порядку посилань на джерела в тексті статті) та оформляється згідно з вимогами ВАК України (бюлетень №3, 2008 р.). Іноземна література подається мовою оригіналу. Посилання на відповідні джерела подаються в тексті у квадратних дужках, наприклад [4]. Зразки бібліографічного опису книги, статті, тез доповідей конференцій:

1. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 504 с.

2. Кондрат Р.М. Підвищення газонафтоконденсатовіддачі родовищ / Р.М.Кондрат // Нафтова і газова промисловість. – 1992. – №2. – С. 35-38.

3. Бойко В.С. Проводка горизонтальних і похилих свердловин як метод ефективного освоєння і розробки покладу / В.С.Бойко, Р.В.Бойко // Стан, проблеми і перспективи розвитку нафтогазового комплексу Західного регіону України: Тези доповідей і повідомлень наук.-практ. конф. (Львів, 28-30 березня 1995 р.). – Львів, 1995. – С. 150.

7. Рукопис підписується автором (співавторами).

8. На окремому аркуші слід вказати прізвище, ім’я та по-батькові автора (співавторів), науковий ступінь, вчене звання, займану посаду (у кінці кожного випуску журналу формуємо відомості про авторів).

**Електронний варіант статті
повинен задовольняти таким вимогам:**

1. Стаття набирається у редакторі Microsoft WORD 95/7.0-97 на аркуші формату B5 182x257 мм, поля (мм): верхнє – 20, нижнє – 10, внутрішнє – 30, зовнішнє – 20.
2. **Основний текст** набирається так:
 - 2.1. Стил ь "обычный", гарнітура Times New Roman (Cyr), кегль 12, абзацний відступ – 0,75 мм, міжстроковий інтервал – "одинарний".
 - 2.2. Порядок набору:

УДК (Times New Roman (Cyr), кегль 12, без абзацного відступу, вирівнювання – зліва).

Назва **статті** (Times New Roman (Cyr), кегль 12, bold, прописом, без абзацного відступу, вирівнювання – по центру, відбивки зверху і знизу – 9 пт).

Ініціали, прізвище автора (співавторів) (Arial (Cyr), кегль 12, bold, без абзацного відступу, вирівнювання – по центру).

Назва організації, її повна поштова адреса, адреса електронної пошти (Times New Roman (Cyr), кегль 12, italic, без абзацного відступу, вирівнювання - по центру, відбивка знизу – 9 пт).
 - 2.3. Відбивки по тексту не використовуються за виключенням підрозділів статті (підрозділи, підпункти і т. п. відділяються відбивками "перед" – 9, "після" – 6).
3. Для набирання **формул** використовується вбудований у Microsoft Office редактор формул Equation v. 3.0. **Стили:** **Text** - Times New Roman (Cyr), **Function** – Times New Roman (Cyr), italic, **Variable** – Times New Roman (Cyr), italic, **L.C.Greek** – Symbol, italic, **Symbol** – Symbol, italic, **Matrix/Vector** – Times New Roman (Cyr), **Number** – Times New Roman (Cyr). **Розміри:** **Full** – 12, **Subscript/Superscript** – 9, **Sub-Subscript/Superscript** – 5, **Symbol** – 14, **Sub-Symbol** – 9.

Для наочності рекомендується формули відділяти відбивками зверху і знизу – 6 пт.
4. **Таблиці** повинні бути складені лаконічно, зрозуміло і містити мінімальні відомості, необхідні для ілюстрування тексту статті
Назва таблиці: Times New Roman (Cyr), кегль 12, bold, без абзацного відступу, вирівнювання – по центру, відбивка зверху – 6 пт.
5. **Ілюстрації** до статей (схеми, графіки, діаграми) повинні бути виконані у растровому (векторному) форматах (BMP, TIF, PCX, JPG, GIF; CDR) і додаватися окремим файлом. Забороняється використовувати **графічний редактор MS WORD!!!** Ілюстрації типу фотографій повинні бути відскановані з роздільною здатністю не менше 400 dpi і/або додаватися в оригіналі.
Ілюстрації, перескановані з періодики, не приймаються!
Підписи до ілюстрацій: Times New Roman (Cyr), кегль 11-12, bold, без абзацного відступу, вирівнювання – по центру.
Написи на ілюстраціях виконуються гарнітурою Arial.